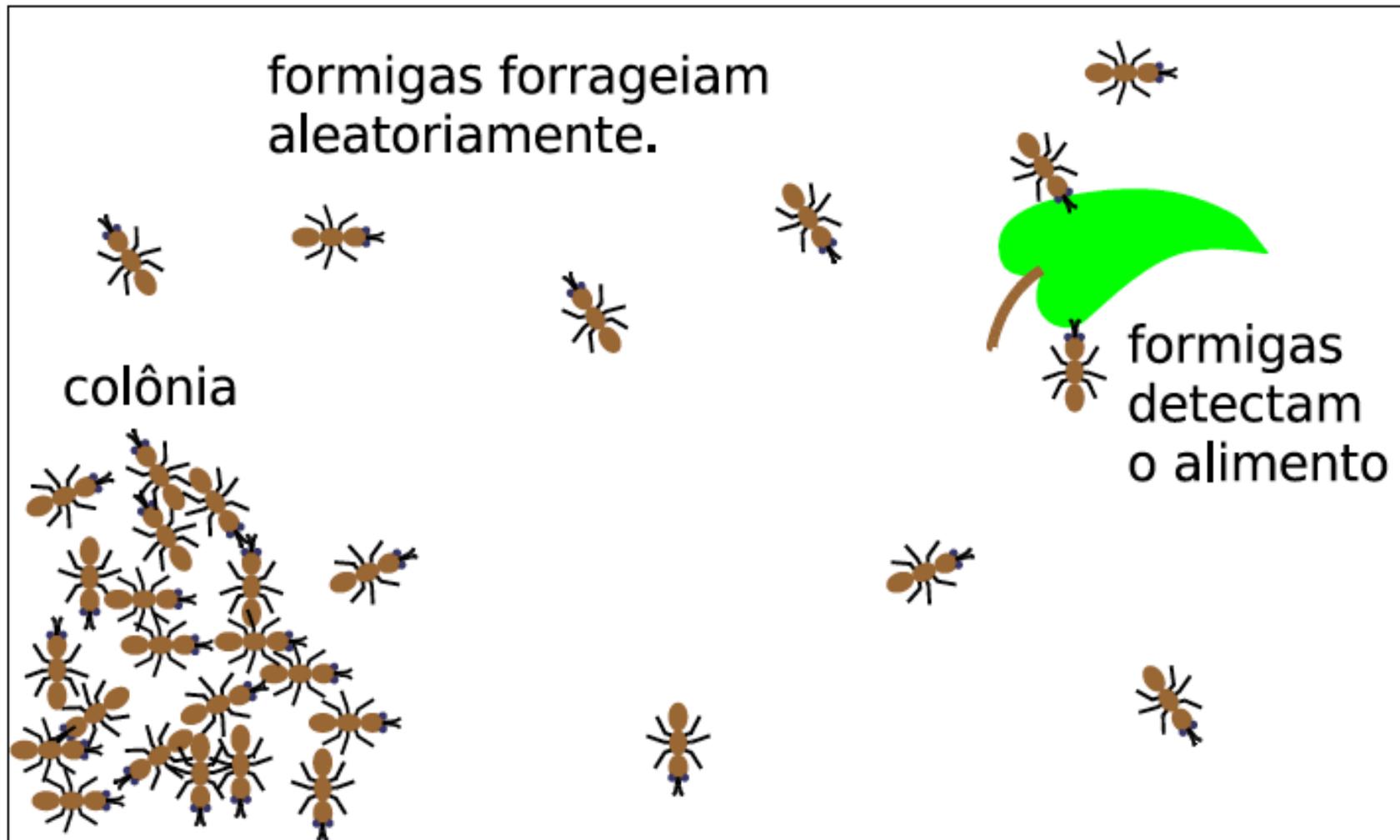


Inteligência de Enxame: *ACO*

-  Otimização colônia de formigas é uma meta-heurística:
 - ★ baseada em população
 - ★ inspirada no comportamento forrageiro das formigas.
-  Muitas espécies de formigas são quase cegas.
-  A comunicação entre as formigas é realizada através de uma substância química denominada de feromônio.
-  Em algumas espécies, o feromônio é usado para criar caminhos ou trilhas.

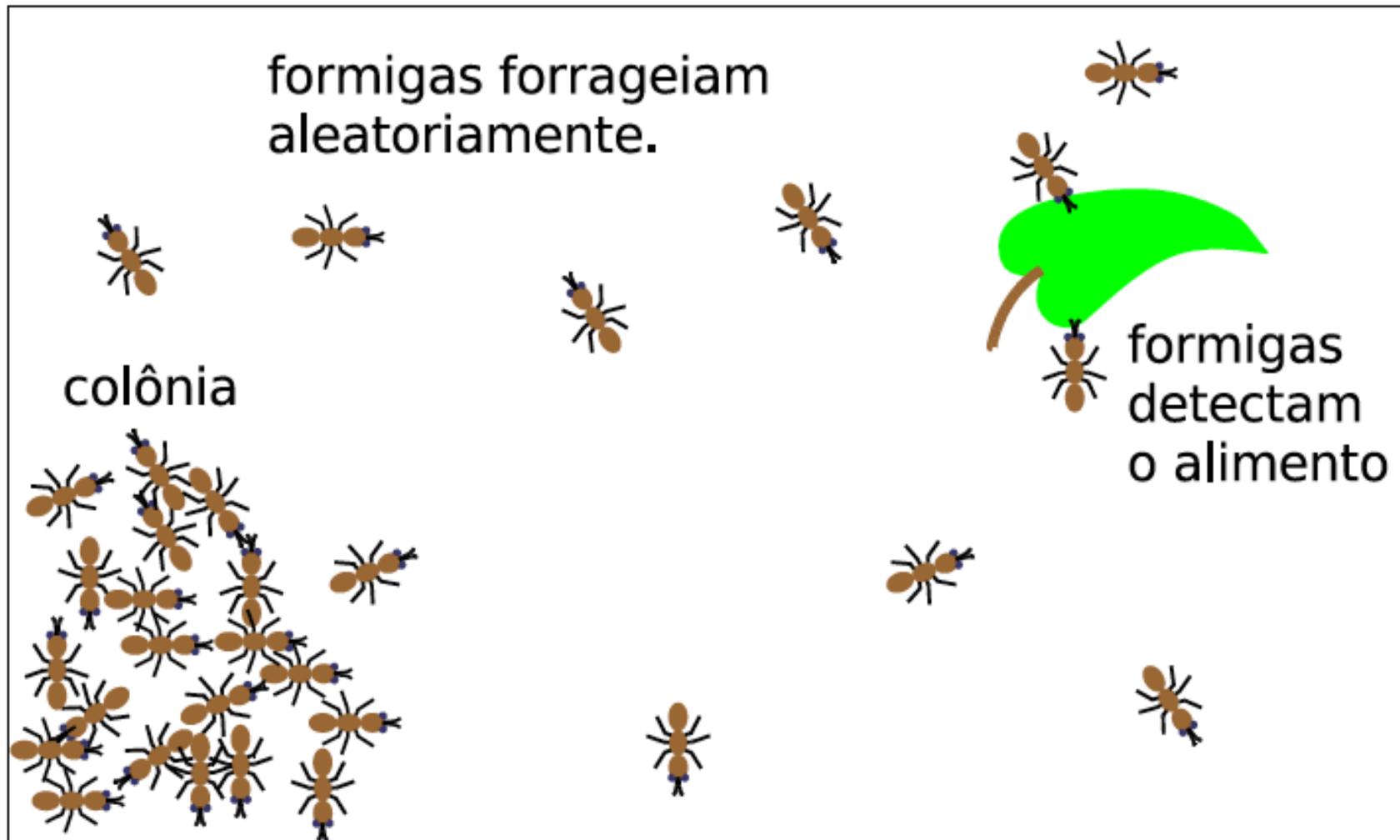
Inteligência de Enxame: *ACO*

 A inspiração biológica - Início



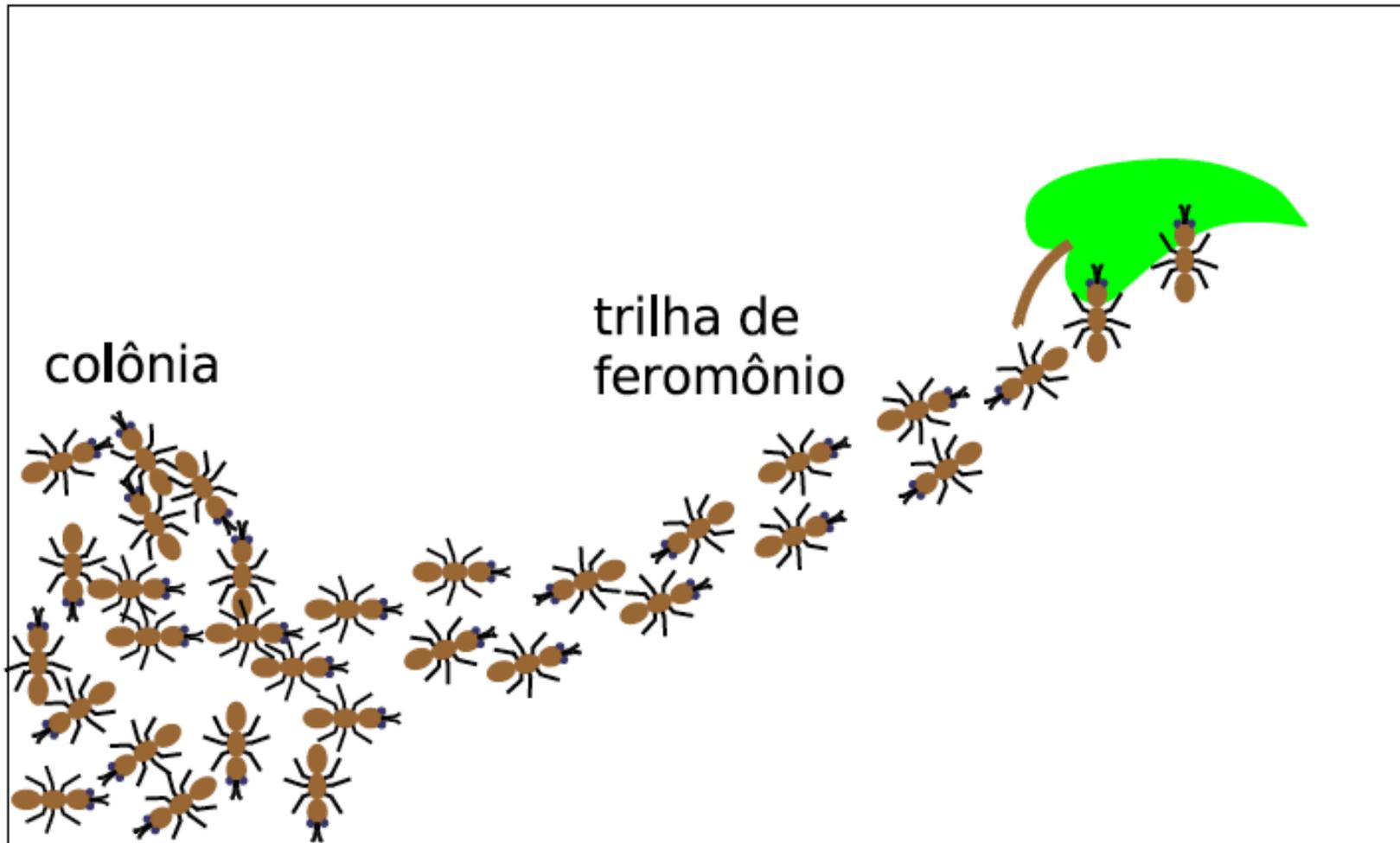
Inteligência de Enxame: *ACO*

 A inspiração biológica - Intermediário



Inteligência de Enxame: *ACO*

 A inspiração biológica - Final

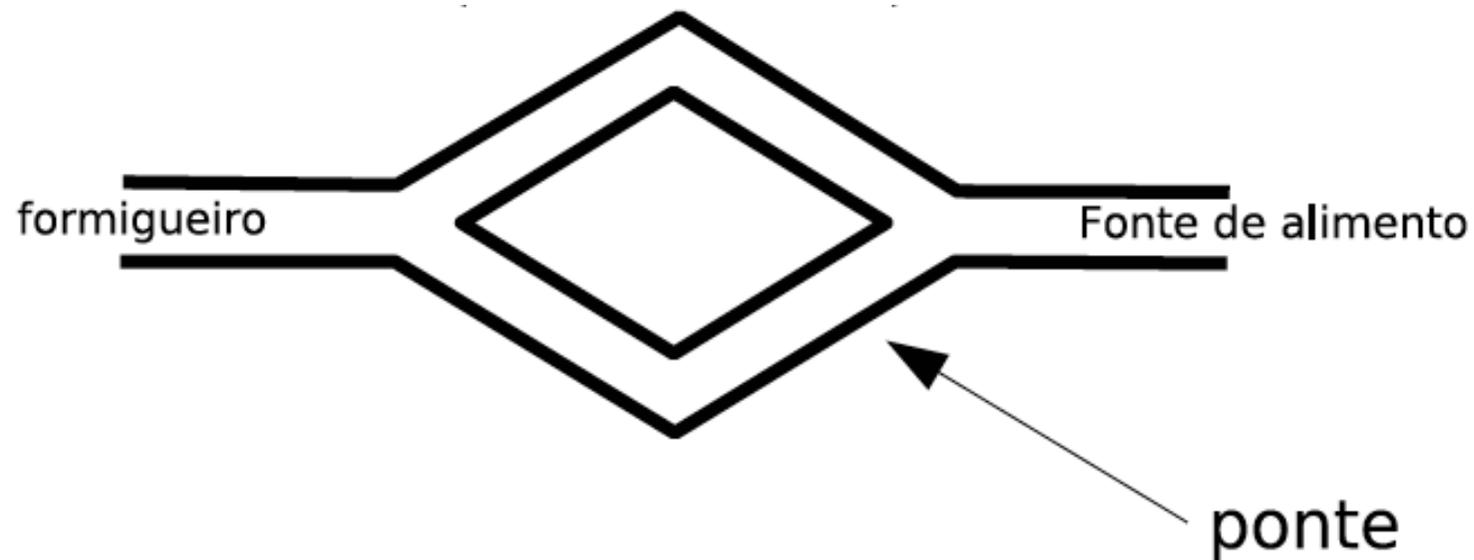


Inteligência de Enxame: *ACO*

-  Ao caminhar, as formigas depositam no chão o feromônio, formando, deste modo, uma trilha de feromônio.
-  As formigas sentem o cheiro do feromônio, e quando elas têm que escolher um caminho, escolhem, com maior probabilidade, o caminho com maior quantidade de feromônio (cheiro mais forte).
-  A trilha ajuda a formiga a achar o caminho de volta e as outras formigas a encontrar a fonte de alimentos.

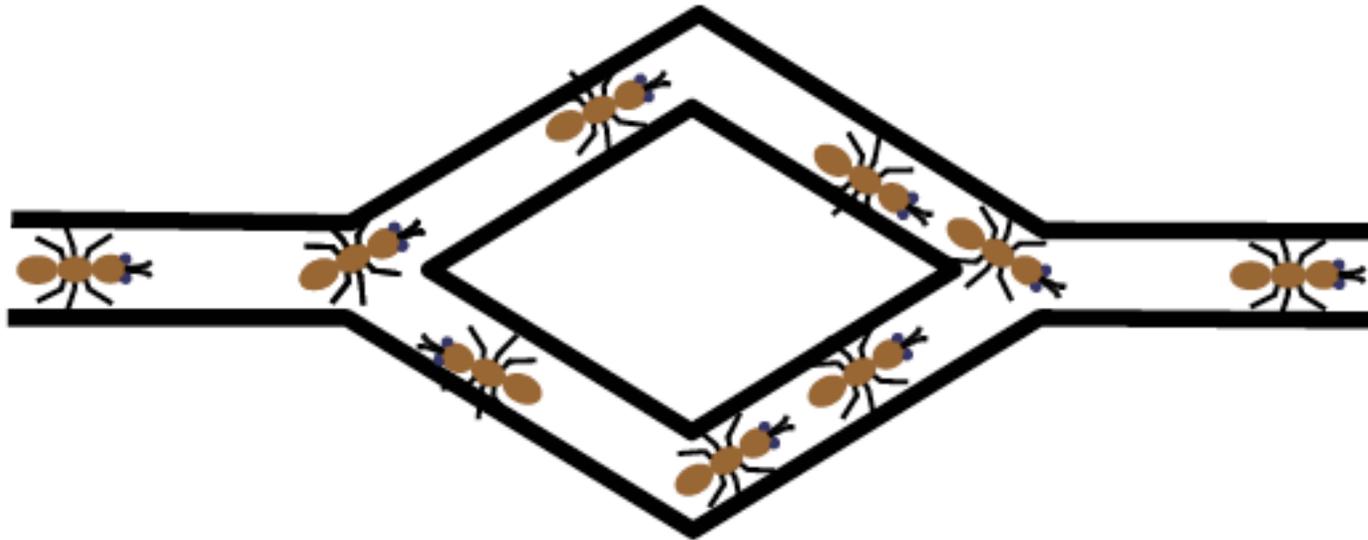
Inteligência de Enxame: *ACO*

- 🐜 Experimento realizado por Deneubourg et al., 1990, para estudar o comportamento forrageiro das formigas.



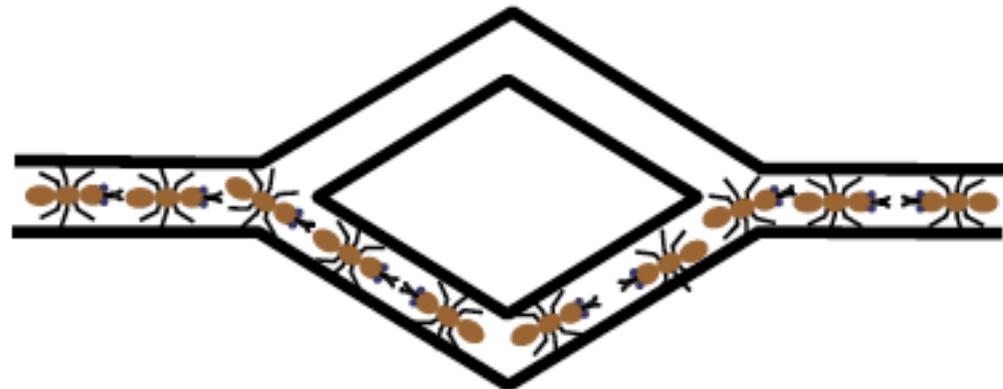
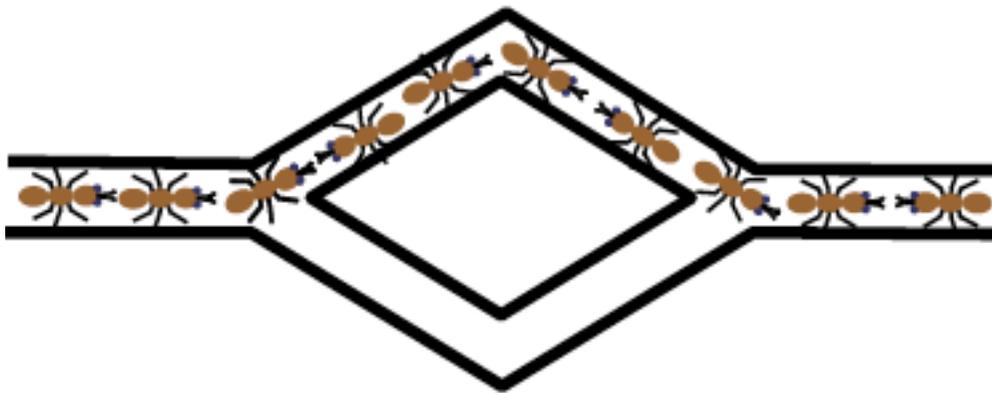
Inteligência de Enxame: *ACO*

- 🐜 Experimento da ponte binária simétrica:
 - ★ No início, as formigas são deixadas livres para escolher o caminho.
 - ★ Não há feromônio ainda.



Inteligência de Enxame: *ACO*

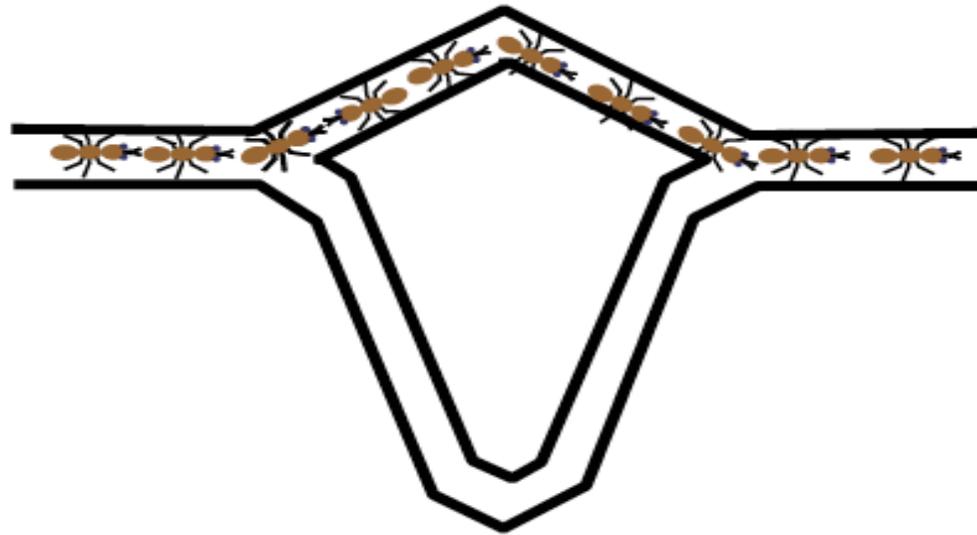
- 🐜 No fim, as formigas convergem para um dos caminhos com igual probabilidade.
- ★ Devido a flutuações aleatórias, uma das pontes terá mais feromônio e atrairá as formigas com maior probabilidade.



Inteligência de Enxame: *ACO*

🐜 Experimento da ponte binária assimétrica:

- ★ Usando pontes de tamanhos diferentes, as formigas convergem para a ponte mais curta.



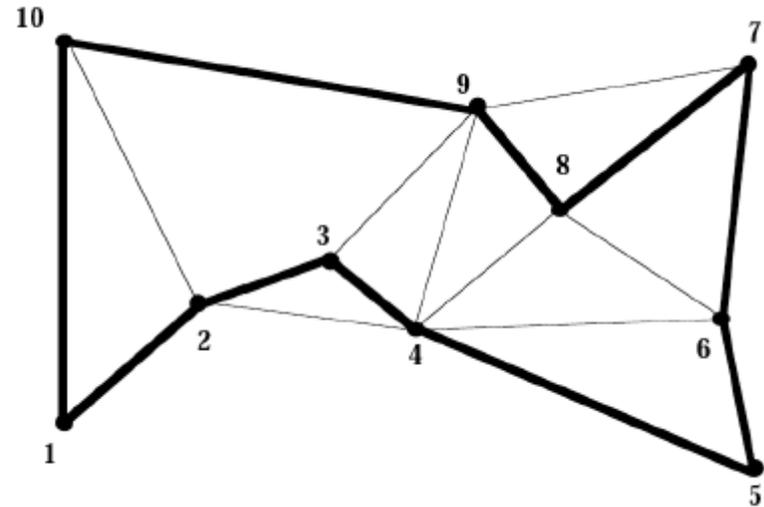
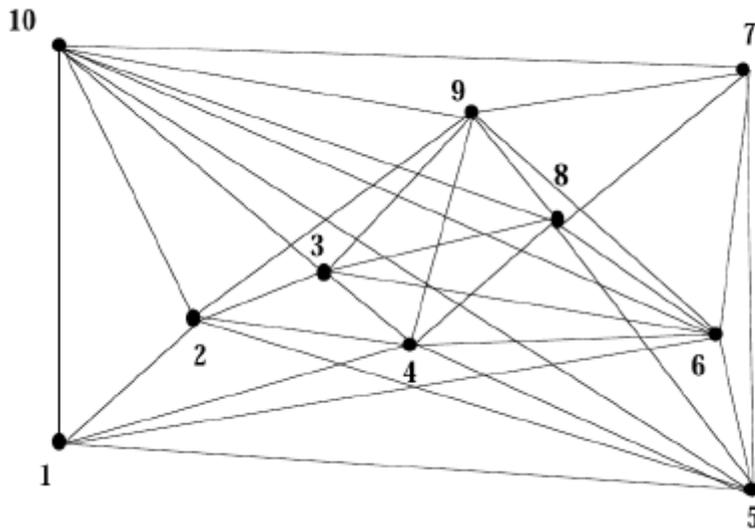
- ★ Uma formiga percorre ida e volta a ponte curta no mesmo tempo que outra formiga realiza apenas o percurso de ida na ponte longa.
- ★ Logo, será depositado mais feromônio na ponte curta do que na longa. Isto atrairá formigas para ponte curta.

Inteligência de Enxame: *ACO - AS*

- 🐜 Formigas artificiais são heurísticas construtivas.
- 🐜 Elas constroem soluções de forma probabilística utilizando duas informações:
 - ★ A trilha de feromônio (artificial) que muda dinamicamente durante a execução do programa de modo a refletir a experiência já adquirida durante a busca.
 - ★ A informação heurística específica do problema a ser resolvido.
- 🐜 O *Ant System* é o primeiro algoritmo que surgiu inspirado em Colônia de formigas.
 - ★ Foi inicialmente usado para resolver o *Problema de Caixeiro Viajante*.
 - ★ Cidades;
 - ★ Matriz de distâncias.

Inteligência de Enxame: *ACO - AS*

- 🐜 Cada formiga irá construir uma solução movendo-se de uma cidade para outra.
 - ★ No início, cada formiga é colocada em uma cidade diferente ou colocada aleatoriamente nas cidades consideradas;
 - ★ Começando de uma cidade qualquer i , a formiga move-se escolhendo probabilisticamente uma das cidades vizinhas j .



Inteligência de Enxame: *ACO - AS*

 A probabilidade da formiga k que está na cidade i de escolher a cidade j é dada pela regra:

$$p_{ij}^k = \frac{(\tau_{ij})^\alpha (\eta_{ij})^\beta}{\sum_{l \in \mathcal{N}_i^k} (\tau_{il})^\alpha (\eta_{il})^\beta}, \quad \text{se } j \in \mathcal{N}_i^k,$$

onde:

- ★ τ_{ij} é feromônio associado ao caminho (i, j) ;
- ★ α e β são parâmetros para determinar a influência do feromônio e da informação heurística;
- ★ \mathcal{N}_i^k é a vizinhança factível da formiga k (*i.e.*, o conjunto das cidades ainda não visitadas pela formiga k).

Inteligência de Enxame: *ACO - AS*

- 🐜 Para cada aresta (i, j) existe um valor heurístico dado por

$$\eta_{ij} = \frac{1}{d_{ij}}$$

que representa a atratividade da formiga visitar a cidade i depois de visitar a cidade j , onde d_{ij} representa a distância entre as cidades i e j .

- 🐜 A escolha da cidade destino é de acordo com a probabilidade de transição.
- 🐜 É feita de forma similar ao algoritmo da roleta usado nos algoritmos genéticos.

Inteligência de Enxame: *ACO - AS*

 Algoritmo do *Ant System*:

Coloque cada formiga em uma cidade aleatória

para $t = 1$ **até** número de iterações

para $k = 1$ **até** m

enquanto a formiga k não construir a viagem S_k

 Selecione a próxima cidade pela regra p_{ij}^k
 ACO - AS

fim enquanto

 Calcule a distância L_k da viagem S_k

se $L_k < L^*$ **então**

$S^* = S_k, L^* = L_k$

fim se

fim para

 Atualize os feromônios

fim para

retornar S^*

Inteligência de Enxame: *ACO - AS*

 O feromônio associado a aresta (i, j) ocorrem dois eventos:

★ A evaporação:

★ Evita que o feromônio acumulado cresça indefinidamente;

★ Permite esquecer pobres decisões do passado da busca.

★ O depósito de feromônio de todas as formigas que passaram sobre (i, j) .

 Depois que todas as formigas construíram suas viagens, o feromônio é atualizado.

$$\Delta\tau_{ij}^{(k)} = \begin{cases} Q/L_k, & \text{se a aresta } (i, j) \text{ pertence a viagem } S_k. \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

 $\Delta\tau_{ij}^{(k)}$ é a quantidade de feromônio que a formiga k deposita sobre a aresta (i, j) ;

 Q é uma constante.

Inteligência de Enxame: *ACO - AS*

 O feromônio associado a aresta (i, j) é atualizado por:

$$\tau_{ij} = \underbrace{(1 - \rho)\tau_{ij}}_{\text{evaporação}} + \underbrace{\sum_{k=1}^m \Delta\tau_{ij}^{(k)}}_{\text{depósito}}$$

onde:

★ $0 < \rho \leq 1$ é a taxa de evaporação.

 Os critérios de paradas usados são:

★ Número máximo de iterações;

★ Estagnação: é a situação na qual todas as formigas seguem sempre o mesmo percurso.

★ A Estagnação é causado pelo excessivo crescimento de feromônio nas arestas de uma viagem sub-ótima.

Inteligência de Enxame: *ACO - EAS*

Elitist Ant System (EAS)

- ★ É o primeiro melhoramento no *Ant System (AS)*.
- ★ Consiste em fornecer um reforço adicional nas arestas pertencendo ao melhor percurso encontrado desde do início da otimização;
- ★ Este percurso será denotado por T_{bs} (do inglês *best-so-far tour*);
- ★ A ideia é similar a estratégia de elitismo usada nos algoritmos evolucionários.
- ★ Em geral, apresenta melhor desempenho que *Ant System*.

Inteligência de Enxame: *ACO - EAS*

 Atualização do Feromônio:

$$\tau_{ij} = (1 - \rho)\tau_{ij} + \sum_{k=1}^m \Delta\tau_{ij} + e\Delta\tau_{ij}^{(bs)}$$

onde $\Delta\tau_{ij}^{(bs)}$ é definido por:

$$\Delta\tau_{ij}^{(bs)} = \begin{cases} Q/L_{bs}, & \text{se a aresta } (i, j) \text{ pertence} \\ & \text{ao percurso } T_{bs}. \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

e e é um parâmetro definido de acordo com a aplicação.

Inteligência de Enxame: $ACO - AS_{rank}$

Rank-Based Ant System (AS_{rank})

- ★ Cada formiga deposita uma quantidade de feromônio que diminui de acordo com seu rank;
- ★ Como no *Elistist Ant System*, a formiga que realiza o percurso *best-so-far tour* T_{bs} também deposita feromônio.
- ★ Em geral, apresenta um desempenho levemente melhor do que o do *Elistist Ant System*.
- ★ Em geral, apresenta um desempenho significativamente melhor do que o do *Ant System*

Inteligência de Enxame: $ACO - AS_{rank}$

 Atualização do Feromônio:

$$\tau_{ij} = (1 - \rho)\tau_{ij} + \sum_{r=1}^{w-1} (w - r)\Delta\tau_{ij}^{(r)} + w\Delta\tau_{ij}^{(bs)}$$

onde r é o *rank* da formiga

 Apenas as $w - 1$ formigas com melhor *rank* depositam feromônio;

 O parâmetro w é escolhido de uma maneira empírica dependendo da aplicação.

Inteligência de Enxame: *ACO* - *ACS*

Ant Colony System (ACS)

- ★ Cada formiga deposita uma quantidade de feromônio que diminui de acordo com seu *rank*;
- ★ Através de elitismo, faz uso de intensificação, escolhendo com maior probabilidade cidades promissoras;
- ★ Apenas a formiga *best-so-far* deposita feromônio;
- ★ As formigas removem feromônio para aumentar a diversificação.

Inteligência de Enxame: *ACO* - *ACS*

 Regra Proporcional Pseudoaleatória:

★ Intensificação:

★ Com probabilidade q_0 , escolher a cidade j tal que:

$$j = \operatorname{argmax}_{l \in \mathcal{N}_i^k} \{ \tau_{il} (\eta_{il})^\beta \}$$

★ Diversificação:

★ Com probabilidade $1-q_0$, escolher a cidade j tal do *AS*:

$$p_{ij}^k = \frac{(\tau_{ij})^\alpha (\eta_{ij})^\beta}{\sum_{l \in \mathcal{N}_i^k} (\tau_{il})^\alpha (\eta_{il})^\beta}, \quad \text{se } j \in \mathcal{N}_i^k,$$

Inteligência de Enxame: *ACO* - *ACS*

 Regra de Atualização Global de Feromônio:

- ★ Apenas a formiga *best-so-far* deposita feromônio depois de cada iteração:

$$\tau_{ij} = (1 - \rho)\tau_{ij} + \rho\Delta\tau_{ij}^{(bs)}, \quad \forall (i, j) \in T_{bs}$$

- ★ A evaporação e depósito de feromônio somente ocorre nas arestas do percurso T_{bs} .
- ★ O feromônio depositado é uma média ponderada entre o antigo valor de feromônio e o novo valor a ser depositado.

Inteligência de Enxame: *ACO* - *ACS*

 Regra de Atualização Local de Feromônio:

★ É aplicado imediatamente após a formiga atravessar a aresta:

$$\tau_{ij} = (1 - \xi)\tau_{ij} + \xi\tau_0$$

onde τ_0 que é o nível mínimo de feromônio e $0 < \xi < 1$ são parâmetros determinados de maneiras empírica;

- ★ A formiga remove o feromônio da aresta que acabou de atravessar;
- ★ A atualização local aumenta a diversificação ao reduzir a atratividade das arestas frequentemente visitadas.