TENSOES EM SOLOS

CONTEÚDO

1. TENSÕES E DEFORMAÇÕES

1.1. Conceito de Tensão

Qualquer ponto no interior da massa de solo está sujeito a esforços devido ao peso próprio, alem daqueles gerados pela ação de forças externas. Estes esforços resultam em estados de tensão normal (σ) e cisalhante (τ), que vaiam em função do plano considerado.

O conceito de tensão em um ponto é definido pela equação

$$\sigma = \lim_{\Delta A \to 0} \frac{\Delta F}{\Delta A}$$

onde ΔF é a força que atua na área ΔA.

Na Figura 1 os esforços F1 a F5 atuantes na metade superior do ponto P podem ser representados por suas resultantes atuantes nas direções normal (R_α) e tangencial (T_α) . Com isto, as tensões normal e cisalhante ficam então definidas como onde A é a área do plano:

$$\sigma_\alpha = \frac{R_\alpha}{A}$$

$$\tau_\alpha = \frac{T_\alpha}{A}$$

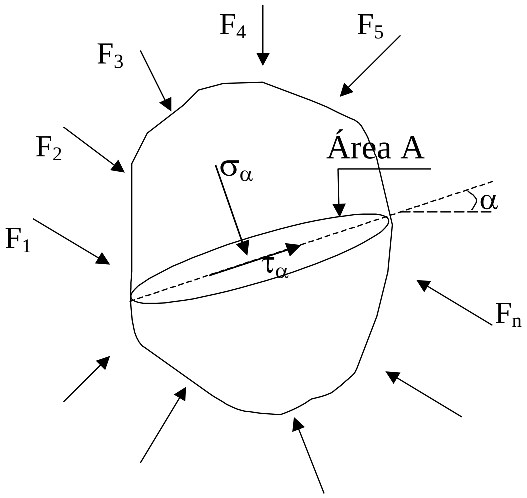


Figura 1. Tensões no ponto P

1.1.1. Componentes do Tensor de Tensões

Observando-se um sistema de eixos ortogonais, passando por um determinado ponto, as componentes de tensão ficam definidas por 9 parcelas, indicadas abaixo e representadas graficamente na Figura 2[a]

$$\begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{bmatrix}$$

A Figura 2 mostra também a **convenção de sinais**. As tensões normais σ_x, σ_y e σ_z são positivas quando indicam compressão. Já as tensões cisalhantes possuem a notação τ_{ij}, onde i representa o plano e j a direção de atuação. A tensão τ_{ij} é positiva quando:

(i) se atuante em um plano cuja normal aponta para direção positiva, está direcionada no sentido negativo do eixo cartesiano;

(ii) se atuante em um plano cuja normal aponta para direção negativa, está direcionada no sentido positivo do eixo cartesiano

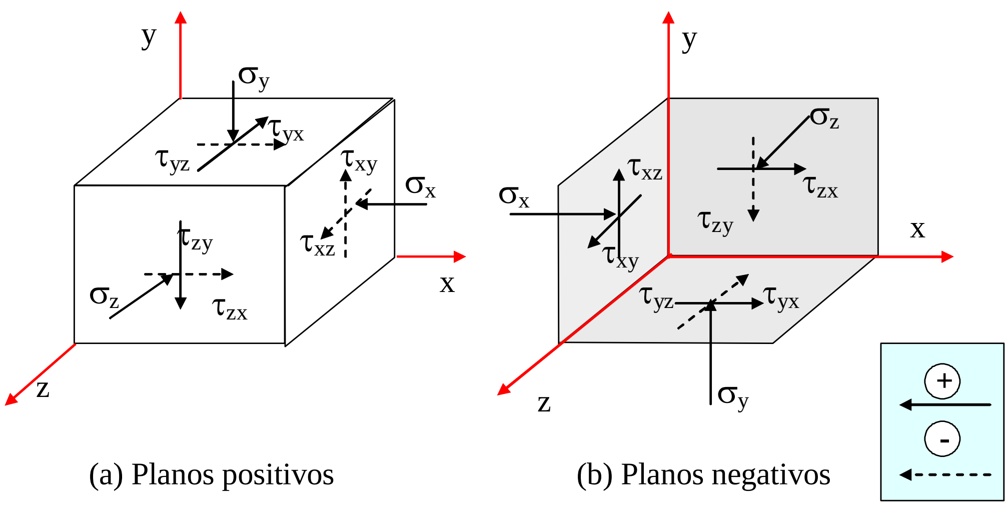


Figura 2. Componentes de Tensão – Tridimensional

1.2. Tensões em plano qualquer

Conhecidas as componentes das tensões em três planos ortogonais em torno de um ponto, as componentes da tensão em qualquer outro plano ficam determinadas. Se a normal a este plano faz ângulos (n,x), (n,y), (n,z)[1] com os eixos coordenados, as componentes P_{nx}, P_{ny}, e P_{nz} da tensão no plano podem ser obtidas pelas equações de equilíbrio.

$\Sigma F_x = 0$
$\Sigma F_y = 0$
$\Sigma F_z = 0$

$$dy\,\frac{dz}{2} = dA\cos(n,x)$$
$$dz\,\frac{dx}{2} = dA\cos(n,y)$$
$$dx\,\frac{dy}{2} = dA\cos(n,z)$$

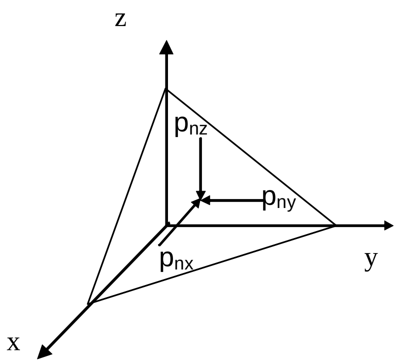


Figura 3. Plano Qualquer

fazendo $\Sigma F_x = 0 \Rightarrow p_{nx}\ dA = \sigma_x\ dA\cos(n,x) + \tau_{yx}\ dA\cos(n,y) + \tau_{zx}\ dA\cos(n,z)$

fazendo $\Sigma F_y = 0 \Rightarrow p_{ny}\ dA = \tau_{xy}\ dA\cos(n,x) + \sigma_y\ dA\cos(n,y) + \tau_{zy}\ dA\cos(n,z)$

fazendo $\Sigma F_z = 0 \Rightarrow p_{nz}\ dA = \tau_{xz}\ dA\cos(n,x) + \tau_{yz}\ dA\cos(n,y) + \sigma_z\ dA\cos(n,z)$

Eliminando dA de ambos os membros e colocando em forma matricial, tem-se

$$\boxed{\begin{Bmatrix} P_{nx} \\ P_{ny} \\ P_{nz} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{yx} & \tau_{zx} \\ \tau_{xy} & \sigma_y & \tau_{zy} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \cos(n,x) \\ \cos(n,y) \\ \cos(n,z) \end{Bmatrix}}$$

onde P_{ni} é a resultante atuando no plano n, na direção i e cos(n,i) é o co-seno do ângulo entre as direções da normal ao plano (n) e o eixo i,

[1] (n,i) ângulo entre as direções da normal ao plano (n) e o eixo i,

Tomando-se um cubo elementar e fazendo o equilíbrio das forças atuando no mesmo, conclui-se que

$$\boxed{\tau_{xy} = \tau_{yx},\ \tau_{yz} = \tau_{zy} \text{ e } \tau_{xz} = \tau_{zx}}$$

Conhecendo-se as componentes P_{nx}, P_{ny}, P_{nz}, atuantes no plano inclinado, pode-se conhecer a resultante:

$$p_n^2 = p_{nx}^2 + p_{ny}^2 + p_{nz}^2$$

A qual pode ser decomposta na direção normal e cisalhante ao plano.

$$p_n^2 = \sigma_n^2 + \tau_n^2$$

$$\sigma_n = p_{nx} \cos(n,x) + p_{ny} \cos(n,y) + p_{nz} \cos(n,z)$$

$$\vec{p_n} - \vec{\sigma_n} = \vec{\tau_n}$$

Existem alguns planos e condições com determinadas características especiais:

- ✓ ***planos principais*** $\Rightarrow$ *tensões cisalhantes são nulas. Nestes planos as tensões normais são designadas por* $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$
- ✓ ***Invariantes de Tensão (I₁, I₂, I₃)*** $\Rightarrow$ *as direções e magnitudes das tensões principais são independentes das orientações dos eixos X, y e z, assim sendo*

$$\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 = I_1$$

$$\sigma_x\sigma_y + \sigma_y\sigma_z + \sigma_z\sigma_x - \tau_{xy}^2 - \tau_{yz}^2 - \tau_{zx}^2 = \sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_3\sigma_1 = I_2$$

$$\sigma_x\sigma_y\sigma_z + 2\tau_{xy}\tau_{yz}\tau_{zx} - \sigma_x\tau_{yz}^2 - \sigma_y\tau_{zx}^2 - \sigma_z\tau_{xy}^2 = \sigma_1\sigma_2\sigma_3 = I_3$$

- ✓ ***planos de tensão cisalhante máxima*** $\Rightarrow$ *plano que apresenta a máxima magnitude de tensão cisalhante, a qual é calculada por*

$$\tau_{max} = \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3)$$

✓ ***plano octaédrico*** $\Rightarrow$ *plano com inclinação constante em relação aos planos principais (Figura 4).*

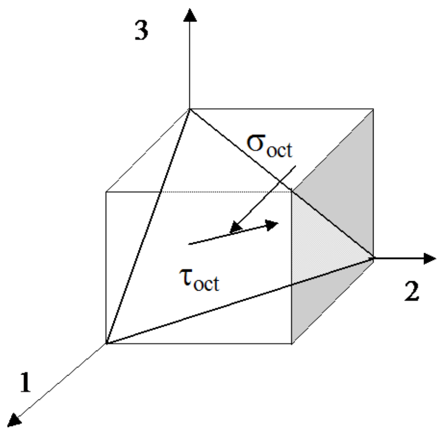


Figura 4. Plano Octaédrico

$$\cos(n,1) = \cos(n,2) = \cos(n,3) = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\begin{bmatrix} pn_1 \\ pn_2 \\ pn_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 \end{bmatrix} x \begin{bmatrix} 1/\sqrt{3} \\ 1/\sqrt{3} \\ 1/\sqrt{3} \end{bmatrix} = 1/\sqrt{3} \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \end{bmatrix}$$

As resultantes normal e cisalhante são

$$\sigma_{oct} = \frac{\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z}{3} = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3} = \frac{I_1}{3}$$

$$\tau_{oct} = \frac{1}{3}\left[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2\right]^{1/2} =$$

$$\frac{1}{3}\left[(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6\left(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2\right)\right]^{1/2}$$

1.3. Conceito de Deformações

Quando se aplica uma carga em um elemento cilíndrico (Figura 5) observa-se uma redução de altura e um aumento do raio. As deformações verticais e radiais são respectivamente:

$$\varepsilon_z = \frac{\Delta H}{H_o}$$

$$\varepsilon_r = \frac{\Delta r}{r_o}$$

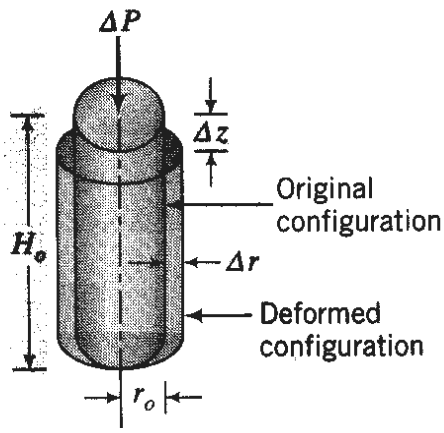


Figura 5. Tensões e Deformações em Cilindro

A relação entre a deformação lateral e a axial é denominada coeficiente de Poisson, definido pela equação abaixo. Pelo fato das deformações ocorrerem em sentido contrário, esta relação apresenta um sinal negativo.

$$\nu = -\frac{\varepsilon_r}{\varepsilon_z}$$

Em termos tridimensionais (Figura 6) as deformações originadas pela imposição de tensões normais são definidas por:

$$\varepsilon_x = \frac{\Delta x}{x}$$

$$\varepsilon_y = \frac{\Delta y}{y}$$

$$\varepsilon_z = \frac{\Delta z}{z}$$

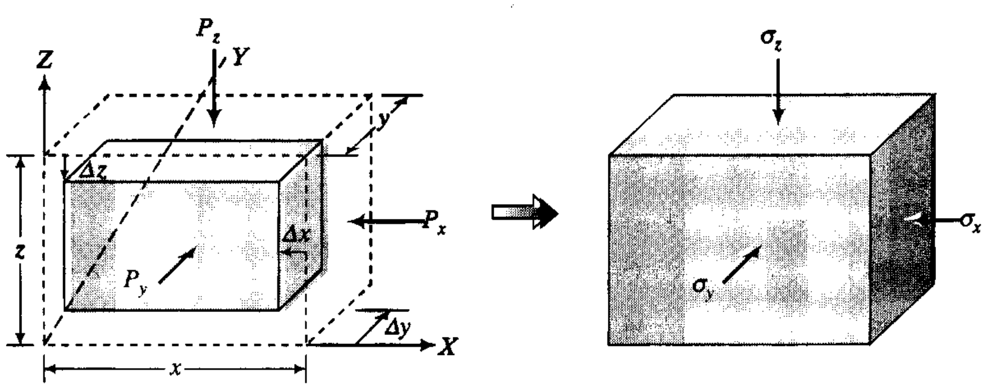


Figura 6. Deformação normal[2]

[2] Budhu, M (1999). Soil Mechanics and Foundation, John Whiley & Sons

A soma das parcelas das deformações define a **deformação volumétrica**; isto é

$$\varepsilon_v = \frac{\Delta Vol}{Vol_o} = \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z$$

As deformações podem ser originadas pela imposição de tensões normais e/ou cisalhantes. A **deformação cisalhante** é resultado de uma distorção angular e, conforme mostra a Figura 7, é definida como

$$\gamma_{zx} = \tan^{-1}\frac{\Delta x}{z}$$

Pequenas deformações:

$$\Downarrow$$

$$\gamma_{zx} = \gamma_{xz} \cong \frac{\Delta x}{z}$$

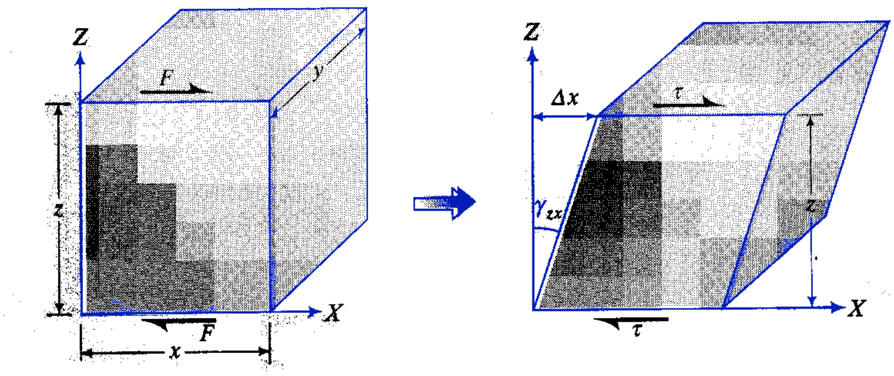


Figura 7. Deformação cisalhante

1.4. Equações de equilíbrio e compatibilidade

Como em todo material utilizado na engenharia, o solo, ao sofrer solicitações, irá se deformar, modificando o seu volume e forma iniciais. A **magnitude das deformações irá depender não só dos parâmetros de deformabilidade do material e da magnitude do carregamento imposto**, **mas também da faixa de tensões de trabalho**. Assim sendo é fundamental importância, no entendimento do comportamento de praticamente todas as obras da engenharia geotécnica, conhecer ao estado de tensão inicial e as tensões induzidas por cargas externas; isto é, decorrentes de carregamentos (aumento ou alívio de cargas) em superfície ou em profundidade.

A distribuição destes estados de tensão ponto a ponto no interior do maciço obedece a um conjunto de equações diferenciais denominadas **de equações de equilíbrio, de compatibilidade e as leis constitutivas do material**, cuja resolução é geralmente bastante complicada.

As **equações de equilíbrio** do elemento mostrado na Figura 8 são escritas como:

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} - X = 0$$

$$\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} - Y = 0$$

$$\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} - Z = 0$$

onde X, Y e Z são as forças de massa do elemento.

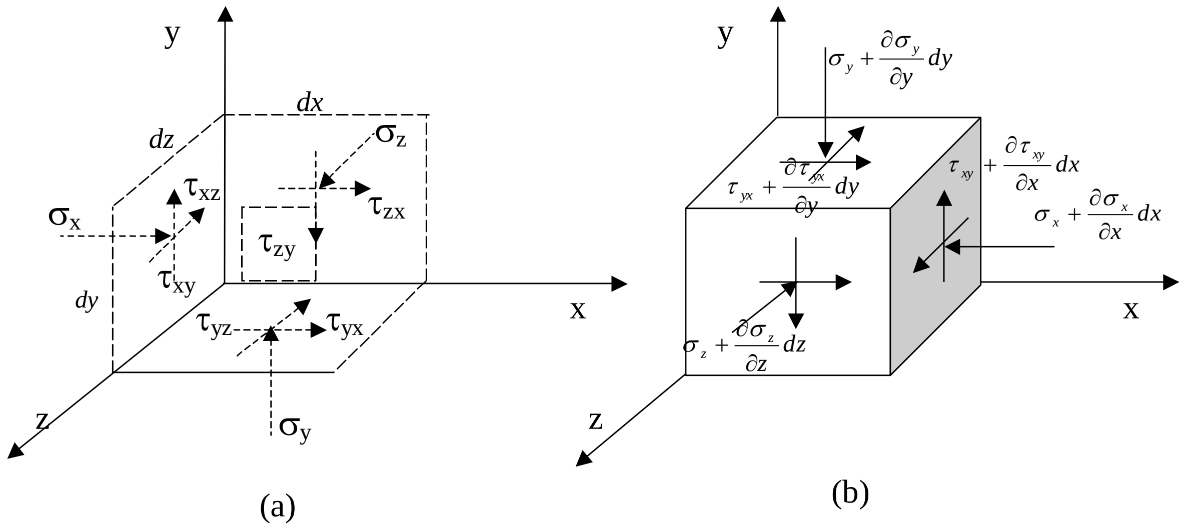


Figura 8. Equilíbrio tridimensional

As **equações de compatibilidade** dizem respeito às relações entre **deslocamento e deformação do elemento**. Como 6 componentes de deformação são derivadas de 3 componentes de deslocamento, as deformações são dependentes umas das outras. Estas equações são escritas como:

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 \varepsilon_y}{\partial x^2}=\frac{\partial^2 \gamma_{xy}}{\partial x \partial y}$$

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_y}{\partial z^2}+\frac{\partial^2 \varepsilon_z}{\partial y^2}=\frac{\partial^2 \gamma_{yz}}{\partial y \partial z}$$

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_z}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial z^2}=\frac{\partial^2 \gamma_{zx}}{\partial z \partial x}$$

$$2\left(\frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial y \partial z}\right)=\frac{\partial}{\partial x}\left(-\frac{\partial \gamma_{yz}}{\partial x}+\frac{\partial \gamma_{zx}}{\partial y}+\frac{\partial \gamma_{xy}}{\partial z}\right)$$

$$2\left(\frac{\partial^2 \varepsilon_y}{\partial z \partial x}\right)=\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial \gamma_{yz}}{\partial x}-\frac{\partial \gamma_{zx}}{\partial y}+\frac{\partial \gamma_{xy}}{\partial z}\right)$$

$$2\left(\frac{\partial^2 \varepsilon_z}{\partial x \partial y}\right)=\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial \gamma_{yz}}{\partial x}+\frac{\partial \gamma_{zx}}{\partial y}-\frac{\partial \gamma_{xy}}{\partial z}\right)$$

As **leis constitutivas** dizem respeito às relações entre tensões e deformações e serão tratadas nos itens a seguir. A Figura 9 mostra diferentes relações σ x ε

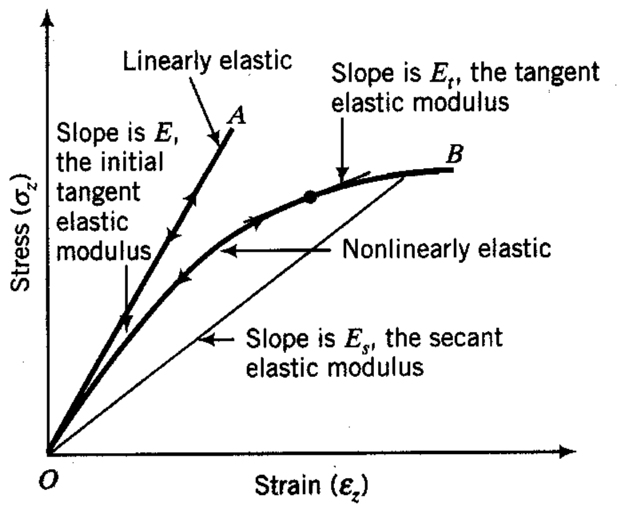


Figura 9. Curva Tensão x Deformação

1.5. Comportamento tensão x deformação

1.5.1. Compressão isotrópica

As deformações volumétricas geradas pela compressão isotrópica são geradas pela alteração de posição das partículas. Neste processo as partículas sofrem rolamento e deslizamento relativo, mobilizando tensões cisalhantes nos contatos. Entretanto, ao longo de um plano, estas tensões cisalhantes se anulam. Isto é, apesar da existência de tensões cisalhantes nos contatos entre partículas, a tensão cisalhante em qualquer plano é nula

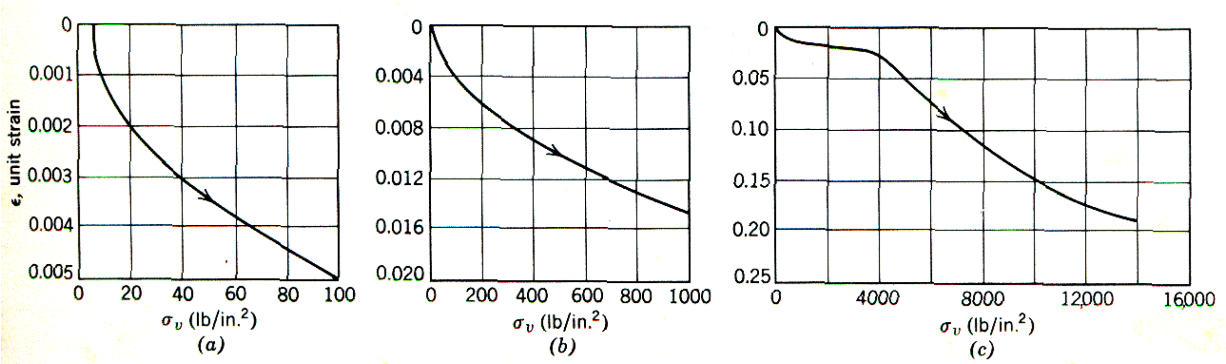


Figura 10. Compressão Isotrópica Areia de Ottawa[3]

1.5.2. Compressão Confinada

As relações tensão deformação para compressão confinada é semelhante a de compressão isotrópica, como mostra a Figura 11

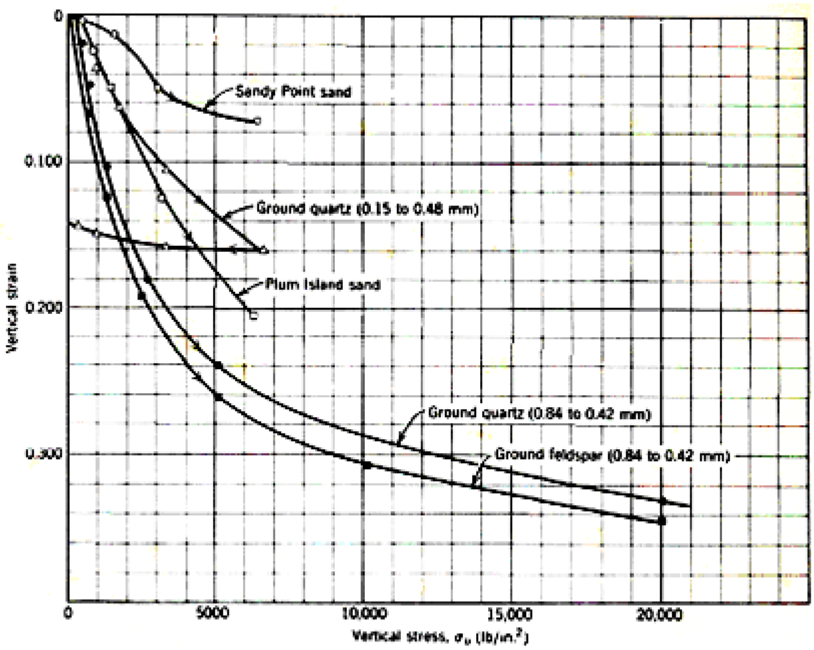


Figura 11. Compressão Confinada – Varias areias[4]

[3] Lambe e Whitman (1969) – Soil Mechanics
[4] Lambe e Whitman (1969) – Soil Mechanics

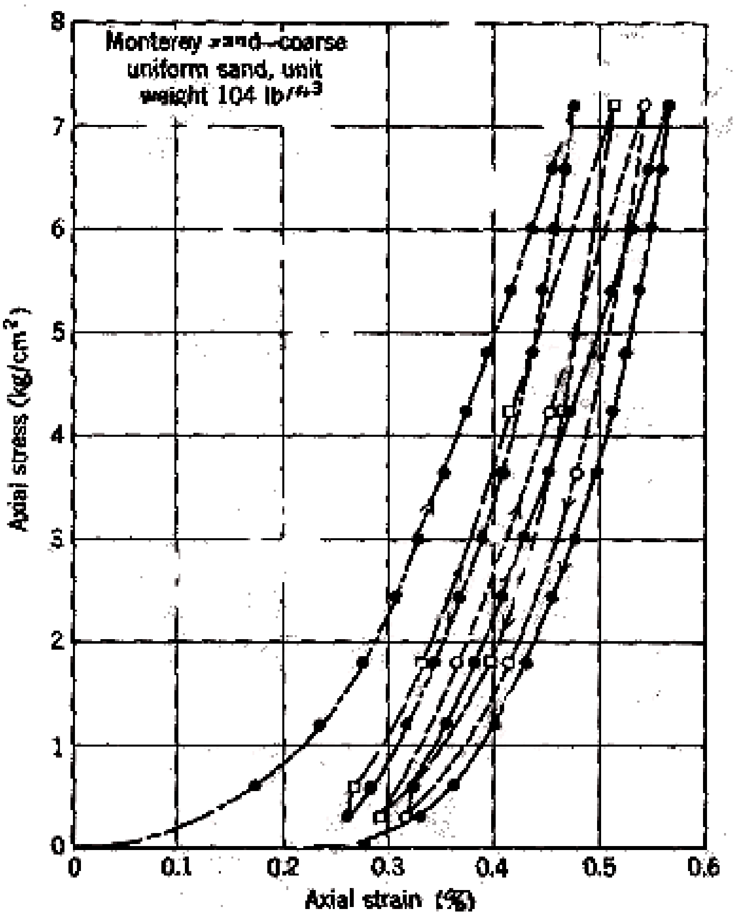


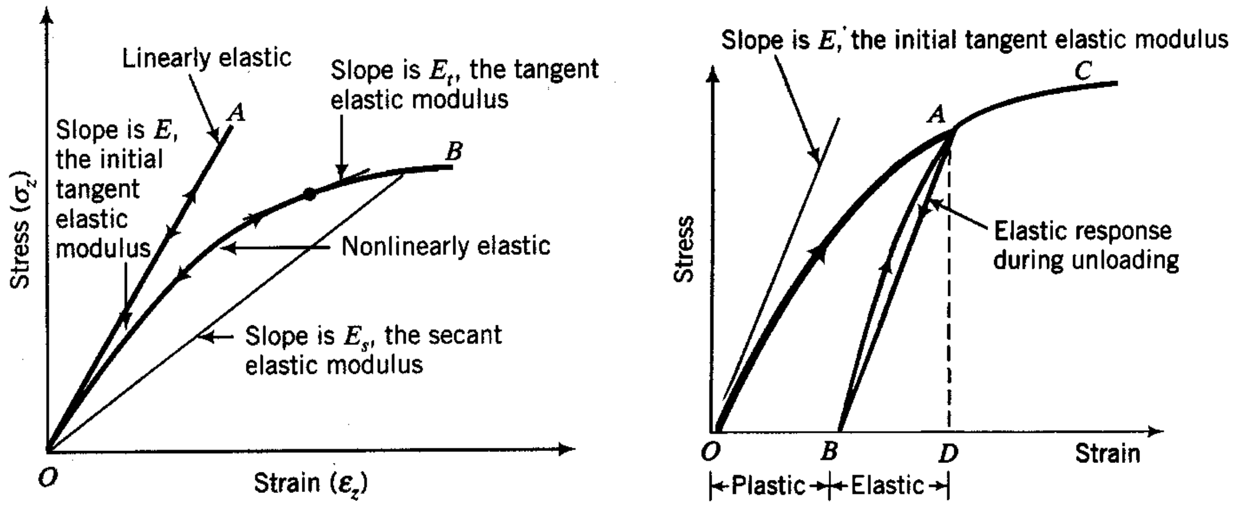
Figura 12. Compressão Confinada – Carregamento e descarregamento

1.5.3. Compressão Triaxial

O comportamento tensão x deformação pode se apresentar como uma linha reta, tanto no carregamento quanto no descarregamento (Figura 13). Neste caso, o material é classificado como **linear-elástico e seu comportamento é definido por 2 constantes elásticas: E e ν.**

Os solos, entretanto, apresentam um **comportamento não linear**, em que os **módulos variam em função do nível de tensões**. Adicionalmente, quando descarregados, a inclinação da curva muda (**$E_{descarregaento}$ > $E_{carregamento}$**) e as deformações não são recuperadas integralmente, havendo um resíduo denominado **deformação plásticas** (Figura 13b). Com isso, as deformações totais podem ser subdivididas em 2 parcelas:

$$\varepsilon_{total} = \varepsilon_{elasticas} + \varepsilon_{plasticas}$$



(a) elástica (b) elastoplástica

Figura 13. Curva Tensão x Deformação

Face à variação dos módulos de deformabilidade definem-se alguns parâmetros úteis para modelagem da curva $\sigma \times \varepsilon$; a saber:

E_i $\Rightarrow$ módulo tangente inicial

E_{50} $\Rightarrow$ módulo secante, passando pela origem e por $\sigma_{50\%}$ (50% da tensão na ruptura)

E_{ur} $\Rightarrow$ módulo de descarregamento

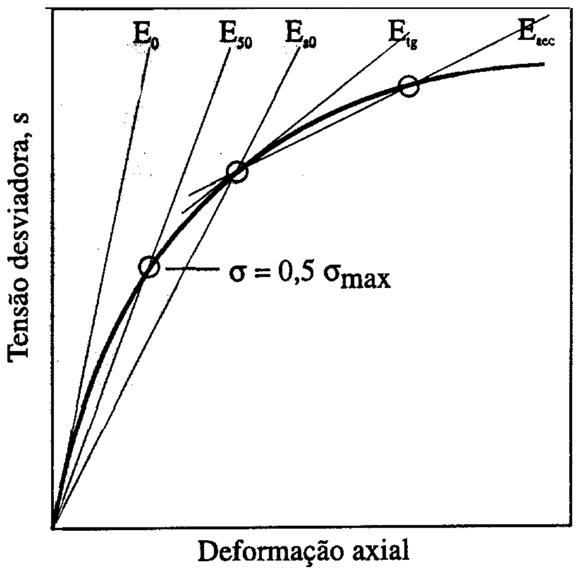


Figura 14. Variação do módulo de Young com o nível de tensões

1.5.4. Cisalhamento puro

As forças cisalhantes distorcem o material. A Figura 15 mostra um comportamento típico de um solo elastoplástico, sob condição de cisalhamento puro. A tangente a curva é denominado de módulo cisalhante (G).

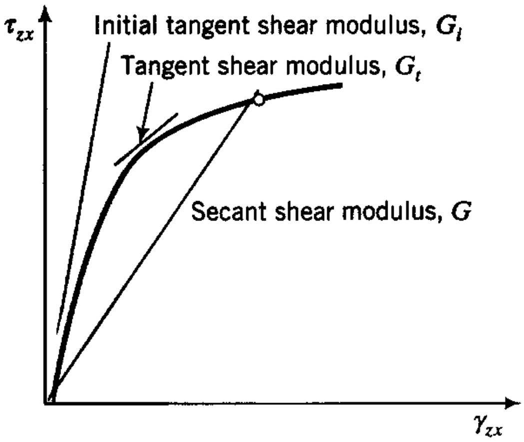


Figura 15. Curva Tensão x Deformação – Cisalhamento puro

1.5.5. Lei de Hooke

O comportamento tensão x deformação de materiais isotrópicos, elásticos e lineares é regido pela Lei de Hooke. A Lei assume que o comportamento do material pode ser definido por 3 **constantes elásticas: módulo de elasticidade ou modulo de Young (E) , módulo cisalhante (G) e coeficiente de Poisson (ν).** O módulo **cisalhante (G), entretanto, é função de E e** ν e pode ser indiretamente calculado por:

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)}$$

Para condições tridimensionais, as deformações são podem ser calculadas a partir de:

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E}\left[\sigma_x - \nu(\sigma_y + \sigma_z)\right]$$
$$\varepsilon_y = \frac{1}{E}\left[\sigma_y - \nu(\sigma_x + \sigma_z)\right]$$
$$\varepsilon_z = \frac{1}{E}\left[\sigma_z - \nu(\sigma_x + \sigma_y)\right]$$
$$\gamma_{xy} = \frac{1}{G}\tau_{xy}$$
$$\gamma_{yz} = \frac{1}{G}\tau_{yz}$$
$$\gamma_{zx} = \frac{1}{G}\tau_{zx}$$

ou em termos matriciais:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} \end{bmatrix} = \frac{1}{E}\begin{bmatrix} 1 & -\nu & -\nu & 0 & 0 & 0 \\ -\nu & 1 & -\nu & 0 & 0 & 0 \\ -\nu & -\nu & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2(1+\nu) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2(1+\nu) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2(1+\nu) \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{zx} \end{bmatrix}$$

Em termos de tensões principais, tem-se

$$\begin{bmatrix}\varepsilon_1\\ \varepsilon_2\\ \varepsilon_3\end{bmatrix}=\frac{1}{E}\begin{bmatrix}1 & -\nu & -\nu\\ -\nu & 1 & -\nu\\ -\nu & -\nu & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\sigma_1\\ \sigma_2\\ \sigma_3\end{bmatrix}$$

Alternativamente, as tensões podem ser definidas em função das deformações. Neste caso têm-se as seguintes equações:

$$\begin{aligned}\sigma_x &= \lambda\varepsilon_v + 2G\varepsilon_x\\ \sigma_y &= \lambda\varepsilon_v + 2G\varepsilon_y\\ \sigma_z &= \lambda\varepsilon_v + 2G\varepsilon_z\\ \tau_{xy} &= G\gamma_{xy}\\ \frac{1}{G}\tau_{yz} &= G\gamma_{yz}\\ \tau_{zx} &= G\gamma_{zx}\end{aligned}$$

onde λ e G são as constantes de Lamé:

$$\lambda=\frac{\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)}\ ;\ \mathrm{G}=\frac{\mathrm{E}}{2(1+\nu)}$$

Em termos de tensões principais, tem-se

$$\begin{bmatrix}\sigma_1\\ \sigma_2\\ \sigma_3\end{bmatrix}=\frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)}\begin{bmatrix}(1-\nu) & \nu & \nu\\ \nu & (1-\nu) & \nu\\ \nu & \nu & (1-\nu)\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\varepsilon_1\\ \varepsilon_2\\ \varepsilon_3\end{bmatrix}=\lambda\begin{bmatrix}(1-\nu)/\nu & 1 & 1\\ 1 & (1-\nu)/\nu & 1\\ 1 & 1 & (1-\nu)/\nu\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\varepsilon_1\\ \varepsilon_2\\ \varepsilon_3\end{bmatrix}$$

As deformações volumétricas são calculadas por:

$$\varepsilon_v=\varepsilon_x+\varepsilon_y+\varepsilon_z=\frac{(1-2\nu)}{E}\left(\sigma_x+\sigma_y+\sigma_z\right)=\frac{3I_1}{K}$$

onde I_1 é o 1^o invariante de tensão, também denominado *bulk stress* (θ), e k o módulo de elasticidade volumétrico (*bulk modulus)*

$$K=\frac{(1-2\nu)}{3E}$$

As relações entre as constantes elásticas estão sumarizadas na Tabela 1.

Tabela 1. Relação entre parâmetros elásticos

Constante	Equação
Módulo de Elasticidade ou Módulo de Young (E)	$E = \frac{9KG}{3K+G}$
Coeficiente de Poisson (ν)	$\nu = \frac{(3K-2G)}{2(3K+G)}$
Módulo Cisalhante - constante de Lamé (G)	$G = \frac{E}{2(1+\nu)}$
Constante de Lamé (λ)	$\lambda = \frac{\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)}$
Módulo de elasticidade Volumétrico (*bulk modulus) (K)*	$K = \frac{E}{3(1-2\nu)} = \frac{2(1+\nu)G}{3(1-2\nu)}$
Relação entre as constantes de Lamé	$\frac{\lambda}{G} = \frac{2\nu}{(1-2\nu)}$
Módulo de variação volumétrica ($M=1/m_v$)	$M = \frac{(1-\nu)E}{(1+\nu)(1-2\nu)}$

Apesar do comportamento dos solos não se ajustar ao modelo isotrópico-elástico-linear, o conceito associado à lei de Hooke é bastante utilizado na pratica (Figura 14). Dependendo da importância do projeto é possível assumir um comportamento linear-elástico para o solo, definido pelos parâmetros secante (E_{50},ν_{50}). Alternativamente, pode-se subdividir o carregamento em etapas e considerar a variação destes parâmetros; em cada etapa E_s e ν_s são admitidos constantes .

A Tabela 2 mostra valores típicos de módulo de elasticidade (E), coeficiente de Poisson (ν) e módulo cisalhante (G) para diversos tipos de solos.

Tabela 2. Valores típicos de parâmetros de deformabilidade

Solo	Descrição	E MPa (**)	ν(*)	G MPa (**)
Argila	Mole	1 - 15	0,35 - 0,40	0,5 - 5
	Média	15 - 30	0,30 - 0,35	5 - 15
	Rija	30 - 100	0,20 - 0,30	15 - 40
Areia	Fofa	10 - 20	0,15 - 0,25	5 - 10
	Média	20 - 40	0,25 - 0,30	10 - 15
	Densa	40 - 80	0,25 - 0,35	15 - 35

(*)ensaios drenados
(**)módulo secante, ensaios drenados

A lei de Hooke, pode ser estendida para os casos particulares de deformação plana e axisimetrico, conforme mostram as equações abaixo

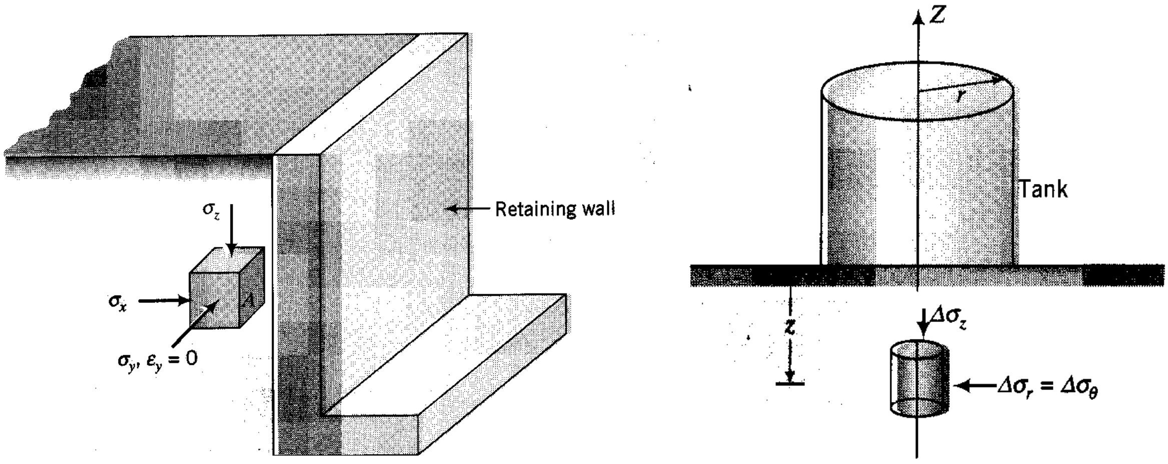
deformação plana $\Rightarrow \begin{cases} \varepsilon_1 = \dfrac{1+\nu}{E}\left[(1-\nu)\sigma_1 - \nu\sigma_3\right] \\ \varepsilon_3 = \dfrac{1+\nu}{E}\left[(1-\nu)\sigma_3 - \nu\sigma_1\right] \\ \varepsilon_2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \begin{bmatrix}\varepsilon_1 \\ \varepsilon_3\end{bmatrix} = \dfrac{1+\nu}{E}\begin{bmatrix}1-\nu & -\nu \\ -\nu & 1-\nu\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\sigma_1 \\ \sigma_3\end{bmatrix} \\ \text{ou} \\ \begin{bmatrix}\sigma_1 \\ \sigma_3\end{bmatrix} = \dfrac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)}\begin{bmatrix}1-\nu & \nu \\ \nu & 1-\nu\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\varepsilon_1 \\ \varepsilon_3\end{bmatrix} \end{cases}$

axisimétrica $\Rightarrow \begin{cases} \varepsilon_1 = \dfrac{1}{E}\left[\sigma_1 - 2\nu\sigma_3\right] \\ \varepsilon_3 = \varepsilon_2 = \dfrac{1}{E}\left[(1-\nu)\sigma_3 - \nu\sigma_1\right] \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \begin{bmatrix}\varepsilon_1 \\ \varepsilon_3\end{bmatrix} = \dfrac{1}{E}\begin{bmatrix}1 & -2\nu \\ -\nu & 1-\nu\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\sigma_1 \\ \sigma_3\end{bmatrix} \\ \text{ou} \\ \begin{bmatrix}\sigma_1 \\ \sigma_3\end{bmatrix} = \dfrac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)}\begin{bmatrix}1-\nu & 2\nu \\ \nu & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\varepsilon_1 \\ \varepsilon_3\end{bmatrix} \end{cases}$

1.6. Equilíbrio Bidimensional

Muitas obras de engenharia geotécnica podem ser tratadas em termos bidimensionais, em que se faz necessário conhecer a magnitude das tensões em 2 planos ortogonais. As condições mais comuns são: deformação plana (Figura 16a) e axisimétrica (Figura 16b).

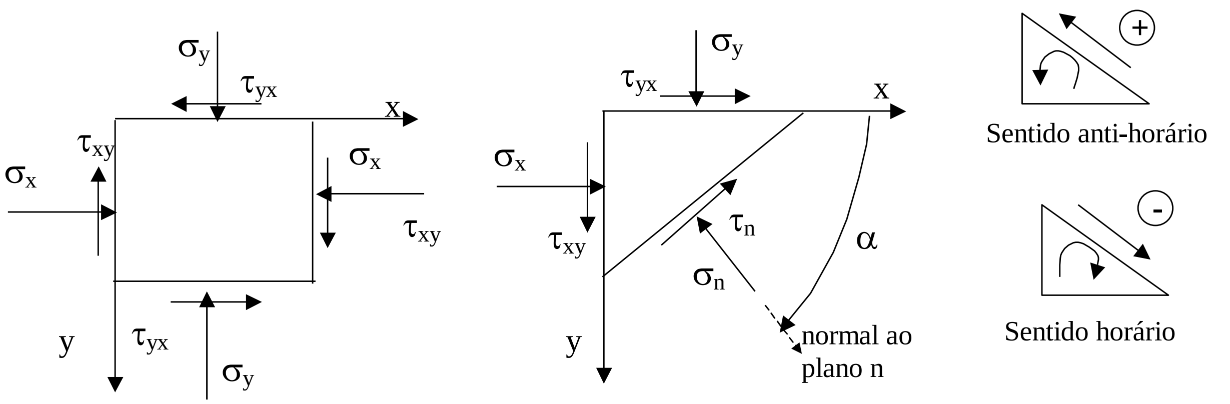
A condição de deformação plana assume que as deformações em um dos eixos é nula (eixo y - Figura 16a). Já a solicitação axisimétrica pressupõe que as tensões e deformações são iguais em m determinado plano.



(a) Deformação Plana (b) Axisimétrica

Figura 16. Condição de solicitação bi-dimensional

Nestes casos, as componentes de tensão se reduzem a σ_x, σ_y e τ_{xy}, conforme mostra a Figura 17



(a) equilíbrio bidimensional (b) plano qualquer (c) convenção de sinais

Figura 17. Componentes de Tensão – Bidimensional

As tensões em um **plano qualquer**, cuja normal faz um ângulo α com relação ao eixo x são calculadas por:

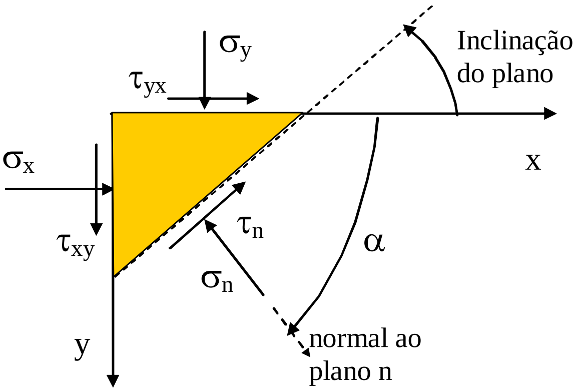
$$\sigma_\alpha = \frac{(\sigma_x + \sigma_y)}{2} + \frac{(\sigma_x - \sigma_y)}{2}\cos 2\alpha + \tau_{xy}\,\mathrm{sen}2\alpha$$
$$\tau_\alpha = \tau_{xy}\cos 2\alpha - \frac{(\sigma_x - \sigma_y)}{2}\mathrm{sen}2\alpha$$

Nos **planos principais** as tensões σ_1 e σ_3 ficam definidas pelas equações:

$$\sigma_1 = \frac{(\sigma_x + \sigma_y)}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$
$$\sigma_3 = \frac{(\sigma_x + \sigma_y)}{2} - \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$

e os planos principais podem ser calculados em função das normais aos planos

$$\alpha = \frac{1}{2}\tan^{-1}\left(\frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y}\right) \text{ e } \alpha + 90^o$$

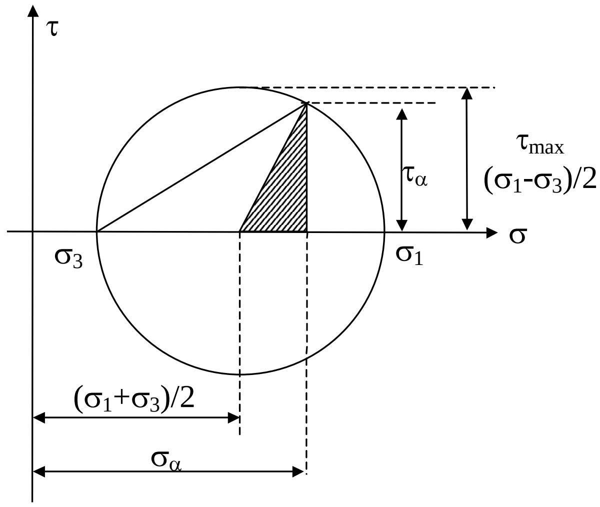


As **máximas tensões cisalhantes** ocorrem em planos inclinados de 45^o com relação aos planos principais, com magnitude igual a

$$\tau_{max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$

1.7. Círculo de Mohr

O estado de tensão em todos os planos passando por um ponto pode ser representado graficamente, em sistema de coordenadas em que as abscissas são as tensões normais e as ordenadas são as tensões de cisalhamento. Esta solução gráfica resulta em um círculo, denominado Círculo de Mohr Figura 18.



Equação do círculo:

$$\tau^2 + \left\{\sigma - \left(\frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2}\right)\right\}^2 = \left(\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}\right)^2$$

Figura 18 Círculo de Mohr

O traçado do circulo pode ser feito a partir do conhecimento dos estados de tensão (σ, τ) em dois planos ortogonais (Figura 19). O centro e o raio do círculo são calculados por

$$\sigma = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} \qquad \text{raio} = \tau_{max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}$$

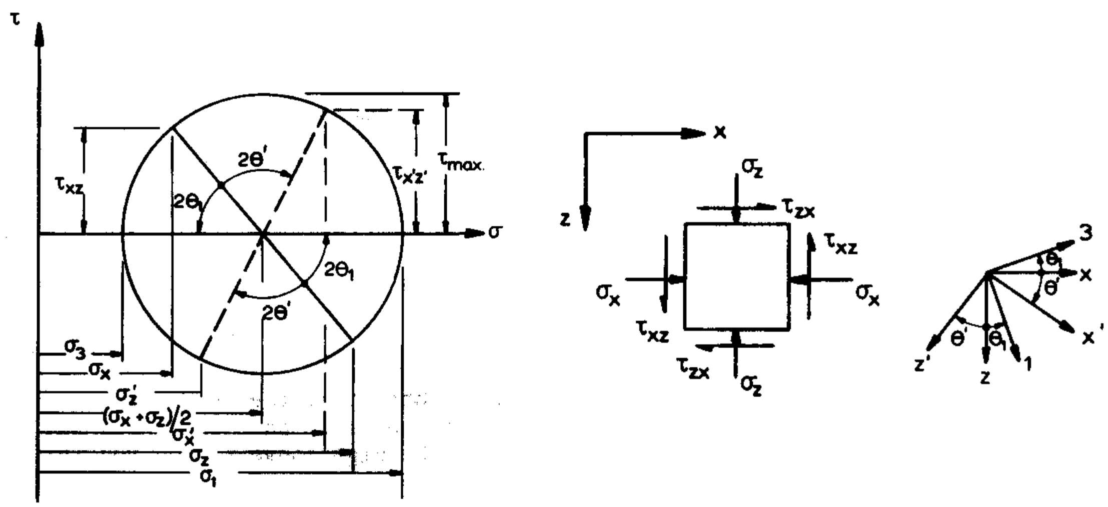


Figura 19. Montagem do Círculo de Mohr

1.7.1. Conceito de Pólo ou Origem dos Planos

Um ponto notável destaca-se do círculo de Mohr. Este ponto é denominado pólo ou origem dos planos. Cada estado de tensão definido no círculo de Mohr corresponde a um determinado conjunto de tensões (σ_α τ_α) associadas a um plano (α). O traçado da paralela a este plano, passando pelo ponto (σ_α τ_α) corta o círculo de Mohr no pólo. Em outras palavras, o pólo intercepta todas as retas que cortam o círculo e os correspondentes estados de tensão.

A grande vantagem do uso deste conceito, é que uma vez definida a posição do pólo, é possível se determinar não só todos os estados de tensão existentes em um determinado ponto, mas também os planos em que atuam. A Figura 20 mostra um exemplo de utilização deste conceito.

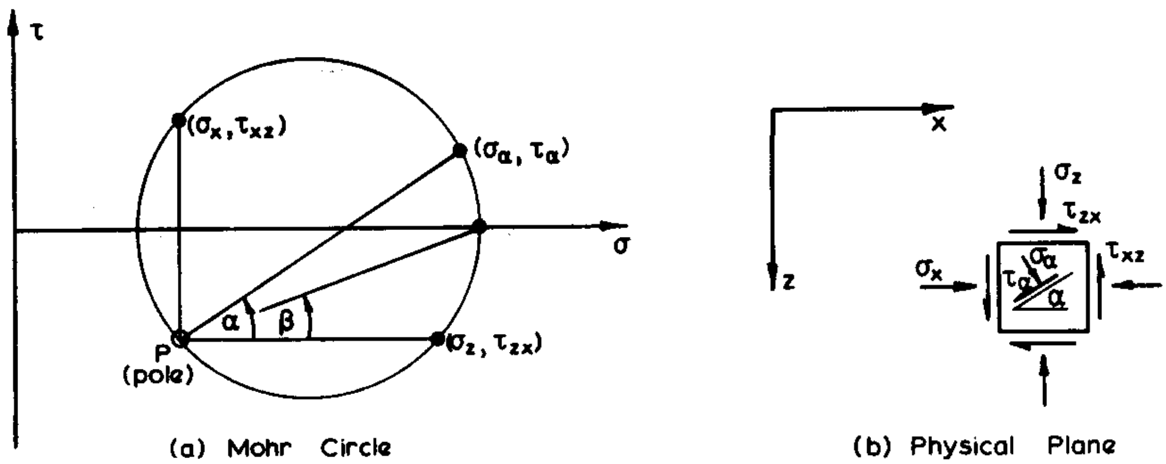


Figura 20. Conceito de Pólo

2. TENSÕES EM SOLOS

O solo é um sistema trifásico constituído por sólidos, água e ar. Parte dos esforços é transmitida pelos grãos e, dependendo das condições de saturação, parte é transmitida pela água.

No caso de **solos secos**, todos os **esforços são transmitidos pelo arcabouço sólido**. Entretanto, a definição do estado de tensões requer não só a definição dos esforços, mas também da área. Neste caso, a área considerada deveria passar pelos pontos de contato (A_c), conforme mostra a Figura 21. Este tipo de abordagem torna-se inviável face à variabilidade de tamanhos de grãos e arranjos estruturais. Em contrapartida, a adoção de um plano horizontal (A) acarreta na existência de regiões sólidas e regiões que passam pelos vazios.

O somatório da área de contato (A_c) é da ordem de 0,03% da área total (A), o que faz com que o valor da tensão, considerando-se exclusivamente a transmissão dos esforços pelos contatos, ser significativamente mais alta do que aquela considerada em termos médios.

Apesar do conceito de transmissão através dos contatos entre grãos ser fisicamente mais correto, não seria possível desenvolver modelos matemáticos que representassem isoladamente as forças transmitidas. Assim sendo, definem-se as tensões normal e cisalhante são tratadas do ponto de vista macroscópico, considerando a área total (A)

$$\sigma_c = \frac{N}{A_c} \quad e \quad \tau_c = \frac{T}{A_c}$$

$$\Updownarrow$$

$$\sigma = \frac{N}{A} \quad e \quad \tau = \frac{T}{A}$$

$A_c \cong 0{,}03\%\ A$

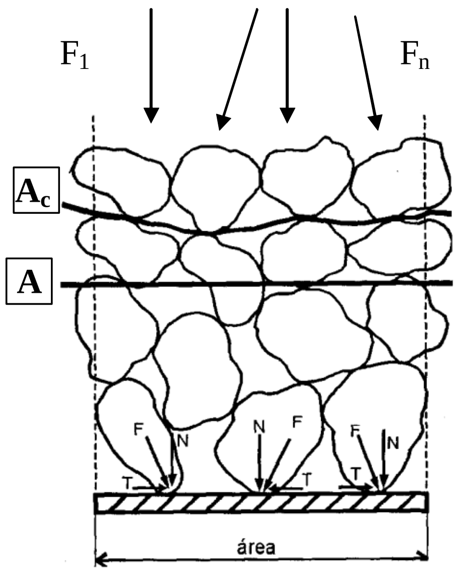


Figura 21. Transmissão de esforços em solos

2.1. Princípio da Tensão Efetiva

O conceito de tensão, adotado na geotecnia, pressupõe a adoção de um plano que intercepta grãos e vazios. No caso dos solos saturados, uma parcela da tensão normal será transmitida aos grãos (σ') e outra parte será transmitida para água (u). Por outro lado, a tensão de cisalhamento será transmitida exclusivamente para a fase sólida, uma vez que a água não resiste a tensões cisalhantes. Com isso, as tensões normais e cisalhantes podem ser reescritas como mostra o esquema abaixo.

$$\overbrace{\sigma}^{\text{tensão normal}} = \underbrace{\sigma'}_{\text{tensão sólidos}} + \underbrace{u}_{\text{tensão na água}}$$

$$\overbrace{\tau}^{\text{tensão cisalhante}} = \underbrace{\tau}_{\text{tensao solidos}}$$

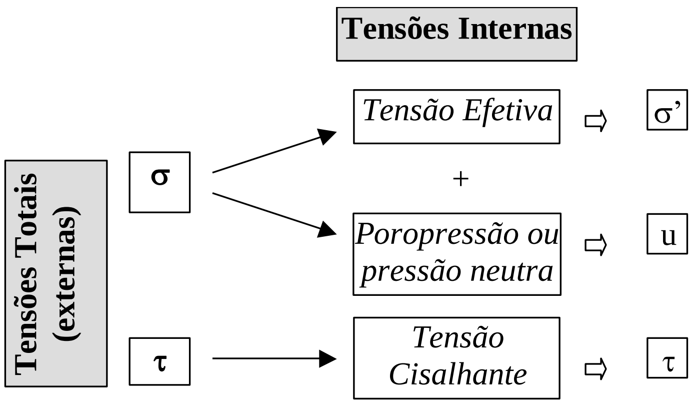


Figura 22. Conceito de Tensão Efetiva

O conceito de que parte da tensão normal age nos contatos inter-partículas e parte atua na água existente nos vazios, deu origem a uma das relações mais importantes da Mecânica dos Solos. Esta relação foi proposta por Terzaghi e é conhecida como **Conceito da Tensão Efetiva**:

A percepção de que somente parte das tensões normais é transmitida aos grãos possibilitou uma melhor compreensão do comportamento de solos saturados. Tanto no que diz respeito a sua compressibilidade quanto a sua resistência.

Ao contrário dos materiais usados na engenharia civil, a compressibilidade do solo é conseqüência do deslocamento relativo entre partículas, conforme mostra-se esquematicamente na Figura 23.

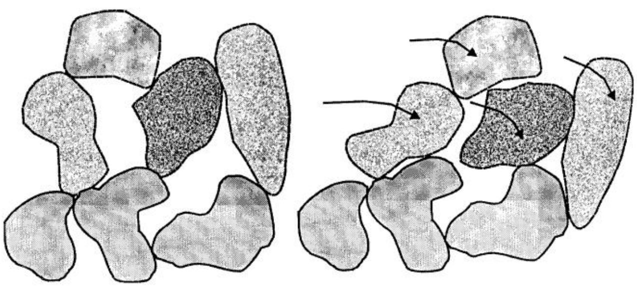


Figura 23. Compressibilidade de solos

A **compressão do grão individualmente é desprezível** em comparação com as variações de volume geradas pelos deslocamentos das partículas. Este deslocamento depende do nível de tensões que é transmitido entre grãos; isto é, da tensão efetiva. Sempre que há deformação, o posicionamento dos grãos muda e conseqüentemente a tensão efetiva muda. Isto resulta na afirmação que ***qualquer variação de σ' acarreta em variações volumétricas*** (**recalque ou expansão**). **Esta variação pode ser gerada por mudanças na tensão total (carregamentos externos) ou na poropressão (variações nas condições de água no subsolo: elevação ou rebaixamento do NA, , variação nas condições de fluxo, etc).**

A **resistência dos solos também é controlada pela tensão efetiva**. Maiores níveis de tensão efetiva (tensões normais entre grãos) fornecem ao solo uma maior capacidade de resistir a tensões cisalhantes.

Solos não resistem a tensões de tração. Conseqüentemente, a tensão efetiva não pode ter valores negativos. Por outro lado, a poropressão pode ser positiva ou negativa (sucção).

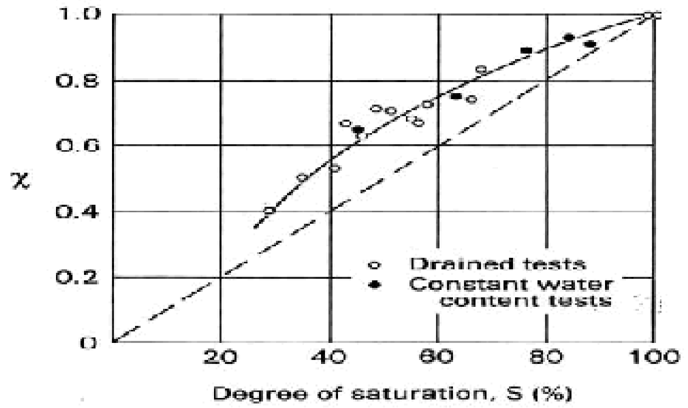
2.1.1. Solos Não saturados

O conceito de tensão efetiva foi estendido para solos não saturados. Bishop e outros[5] (1960) propuseram que:

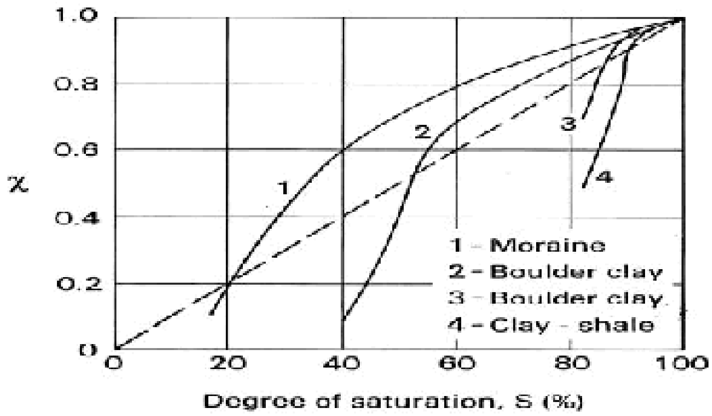
$$\sigma' = \sigma - u_a + \chi(u_a - u_w)$$

onde u_a é a pressão no ar, u_w a pressão na água e χ um parâmetro que depende do grau de saturação. Para solos saturados χ= 1 e, para solos secos, χ = 0. A Figura 24 mostra a variação de χ x S. Esta proposição foi **testada experimentalmente** e se mostrou **inadequada para determinados tipos solos** (por exemplo solos colapsiveis). Adicionalmente, esta equação não fornece uma relação adequada entre tensão efetiva e variação de volume, para solos não saturados.

[5] Bishop, Alan, Blight and Donald (1960). Factors controlling the stremgth of partially saturated cohesive soils. Proc. Of the Research Conf. On Shear Strength of Cohesive Souils. American Society of Civil Engineers, V.A, pp 500-532.



(a) silte não coesivo [6]



(b) solo compactado[7]

Figura 24. Variação de χ em função do grau de saturação

Posteriormente Fredlund & Morgentern (1977) propuseram uma nova abordagem para solos não saturados, baseada em mecânica de um material multifásico. Com isso, foram estabelecidas as **variáveis de estado**, que podem ser definidas como:

$$(\sigma - u_a) \text{ x } (u_a - u_w)$$

ou

$$(\sigma - u_w) \text{ x } (u_a - u_w)$$

ou

$$(\sigma - u_a) \text{ x } (\sigma - u_w),$$

[6] Donald (1961) apud Unsat manual
[7] Blight (1961) - apud Unsat manual

onde u_a e u_w são respectivamente a pressão nos poros no ar e na água. Na prática a opção $(\sigma - u_a)$ x $(u_a - u_w)$ apresentou-se mais conveniente. **Observa-se que a tensão efetiva, definida por Terzaghi, é uma variável de estado** $(\sigma' = \sigma - u_w)$

3. CÁLCULO DE TENSÕES - CONDICÃO GEOSTÁTICA

As tensões iniciais são aquelas originadas pelo peso próprio do maciço. O cálculo deste estado de tensões pode ser bastante complexo em situações de grande heterogeneidade e topografia irregular.

Existem situações, entretanto, freqüentemente encontradas na geotecnia, em que o peso do solo resulta em um padrão de distribuição de tensões bastante simplificado. Esta situação, denominada **geostática**, corresponde a :

- ✓ *superfície do terreno horizontal*
- ✓ *subcamadas horizontais*
- ✓ *pouca variação das propriedades do solo na direção horizontal*

Nesta condição não existem tensões cisalhantes atuando nos planos vertical e horizontal, fazendo com que estes planos correspondam aos planos principais de tensão. Este cenário pode ser idealizado a partir da análise do processo de deposição de um solo sedimentar. Neste processo, a deposição de sucessivas camadas impõe aos elementos de solo acréscimos de tensão que geram deformações, conforme mostra a Figura 25. Estas deformações, entretanto, não ocorrem na direção horizontal, uma vez que há uma compensação de tendência de deslocamentos entre elementos adjacentes. A inexistência de uma tendência de deslocamento horizontal, acarreta na inexistência de tensões nos planos horizontais; conseqüentemente, os planos horizontal e vertical são planos principais. Adicionalmente, a tensão horizontal aplicada a cada elemento é determinada pela condição ε_h=0

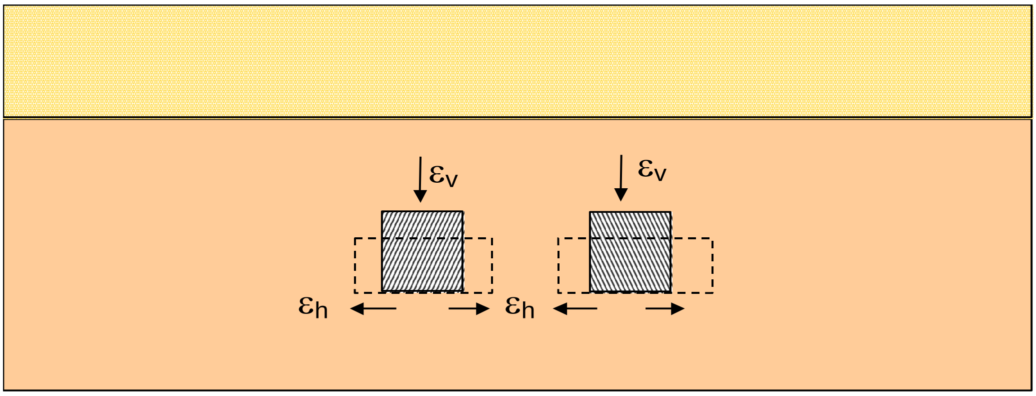


Figura 25. Condição geostática – solo sedimentar

O não atendimento a qualquer um dos requisitos da condição geostática pode acarretar no aparecimento de tensões cisalhantes nos planos horizontal e vertical. No caso de superfícies inclinadas, por exemplo, a tendência de movimentação da massa de solo gera tensões cisalhantes, conforme indicado na Figura 26. A prática tem mostrado que o cálculo da tensão vertical pode ser feito seguindo-se a mesma metodologia adotada para a condição geostática Entretanto, a determinação dos demais estados iniciais de tensões é mais complexa.

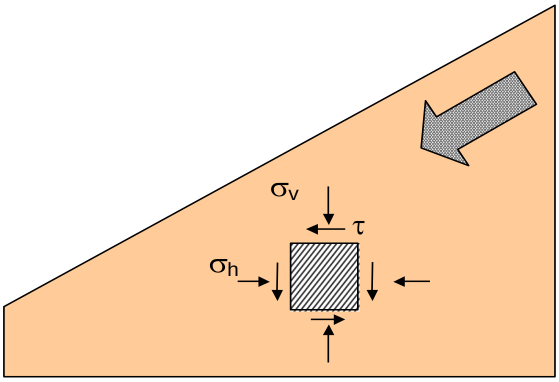


Figura 26. Superfície inclinada

3.1.1. Tensão geostática vertical

A tensão vertical em qualquer profundidade é calculada simplesmente considerando o peso de solo acima daquela profundidade. Assim, se o peso específico do solo é constante em cada uma das camadas, a tensão vertical total pode ser calculada a partir de

$$\sigma_v = \frac{\sum P_i}{A} = \sum \gamma_i z_i$$

onde z representa a espessura da camada e γ o peso específico do solo. No caso apresentado na Figura 27, o nível d'água coincide com a superfície do terreno. Neste caso, o peso específico a ser considerado é o correspondente à condição saturada.

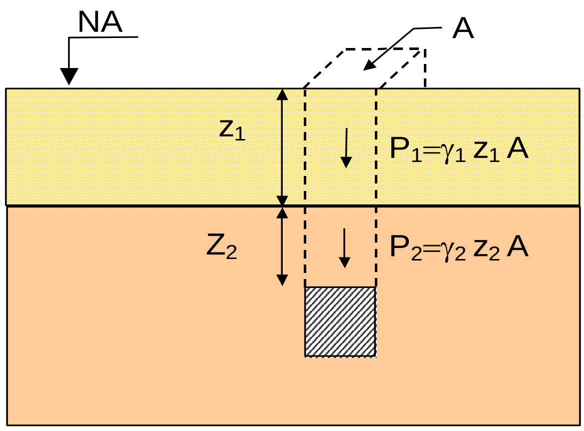


Figura 27. Tensão geostática vertical

3.1.2. Tensão geostática horizontal

A condição geostática se caracteriza por:

- ✓ *superfície do terreno é horizontal*
- ✓ *camadas estão alinhadas na horizontal (espessura constante)*
- ✓ *não existem tensões cisalhantes atuando nos planos vertical e horizontal (planos principais)*

Estas condições correspondem a um processo de deposição de solo sedimentar. Neste processo, cada camada depositada gera deformações verticais. Entretanto, as deformações horizontais são nulas (ε_h=0), em virtude da compensação de efeitos entre elementos adjacentes, conforme mostra a Figura 28.

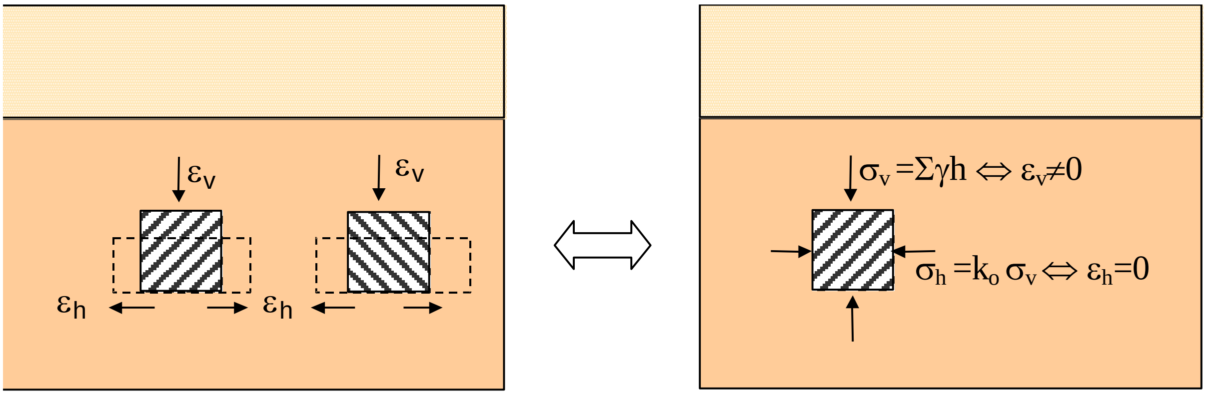


Figura 28. Tensão geostática horizontal

Para anular as deformações horizontais, surgem as tensões horizontais. A magnitude destas tensões depende não só da tensão vertical aplicada, mas também da compressibilidade do solo. Assim sendo, a tensão horizontal é definida como

$$\sigma'_h = k_o \sigma'_v$$

onde k_o é denominado **coeficiente de empuxo no repouso**. O coeficiente k_o está associado às propriedades de deformação do material. Para uma dada tensão vertical, solos mais compressíveis tendem a apresentar deformações horizontais mais elevadas, e conseqüentemente as tensões horizontais para anular estas deformações também seriam mais elevadas. Por exemplo, um elemento de aço sujeito à tensão vertical apresenta uma tendência de deslocamento horizontal muito pequena se comparado a um chiclete. Com isso, pode-se estimar que $(k_o)_{chiclete} >>> (k_o)_{aço}$.

A compressibilidade de solos depende da capacidade de seus grãos mudarem de posição. Esta mobilidade depende das tensões aplicadas nos grãos. Por este motivo, o parâmetro k_o é definido em termos de tensão efetiva e não em termos de tensão total; isto é:

$$k_o = \frac{\sigma'_h}{\sigma'_v}$$

A Figura 29 mostra a trajetória de tensão efetiva de um elemento de solo em processos de carregamento e descarregamento infinitos. A inclinação da trajetória muda significativamente durante o descarregamento, indicando que para um determinado valor de σ'_v, a tensão horizontal no descarregamento é superior a do carregamento; em outras palavras, k_o (PA) > k_o (NA). O atrito entre as partículas impede o alívio de tensão horizontal, quando as tensões verticais são reduzidas

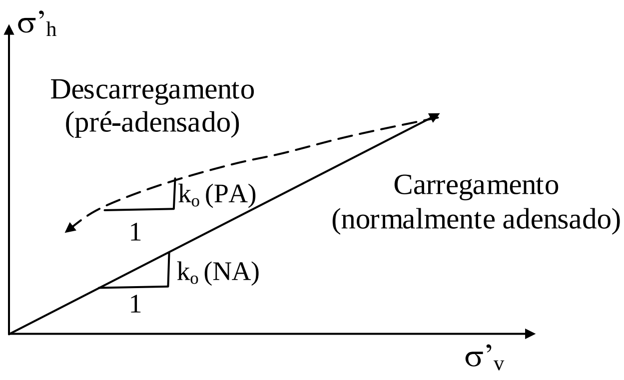


Figura 29. Trajetória de tensões em processo de sedimentação

O valor de k_o situa-se na faixa entre 0,3 e 3; a Tabela 3 mostra valores típicos.

Tabela 3. Valores típicos de k_o

Solo	k_o
Areia fofa	0,55
Areia densa	0,40
Argila de alta plasticidade	0,65
argila baixa plasticidade	0,50

As tensões horizontais, também denominadas empuxos, existentes em um maciço de solo são muito importantes no cálculo dos esforços de solo sobre estruturas de contenção, como os muros de arrimo, cortinas atirantadas etc. Como toda estrutura sofre deformações, os empuxos variam em função dos deslocamentos. A Figura 30 mostra uma cortina que sofre deformações. O solo à esquerda da cortina tem seu estado de tensões horizontais aliviado, denominado estado ativo. Já no lado direito, a magnitude das tensões é aumentada, sendo denominado de estado passivo. O cálculo dos empuxos para as condições ativa e passiva é feito de maneira análoga ao setoado de repouso, sendo que os coeficientes de empuxo são substituídos por k_a (coeficiente de empuxo ativo) ou k_p (coeficiente de empuxo no passivo). Em resumo, tem-se:

$$\underbrace{\sigma'_{h_a} = k_a\sigma'_v}_{\text{condiçãoativa}} \quad \langle \quad \underbrace{\sigma'_{h_o} = k_o\sigma'_v}_{\text{repouso ou condiçõesiniciais}} \quad \langle \quad \underbrace{\sigma'_{h_a} = k_p\sigma'_v}_{\text{condiçãopassiva}}$$

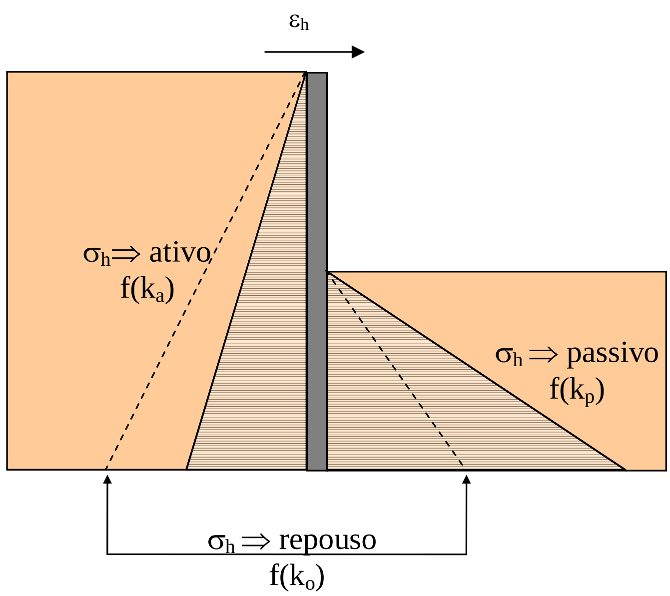


Figura 30. Empuxo em estruturas de contenção

3.1.3. Poropressão – Sem fluxo

Quando o solo se encontra abaixo do nível d'água os vazios estão interconectados e preenchidos por água (Figura 31). Se não há fluxo de água, a pressão na água é calculada simplesmente considerando-se a altura de coluna d'água (h_w) vezes o peso específico da água (γ_w = 9,81kN/m^3 ≈10kN/m^3); isto é:

$$u = \gamma_w \times h_w$$

Nestes casos, a tensão efetiva é determinada por

$$\sigma' = \sigma - u = \gamma_{sat} \times h_w - \gamma_w \times h_w = \gamma_{sub} \times h_w$$

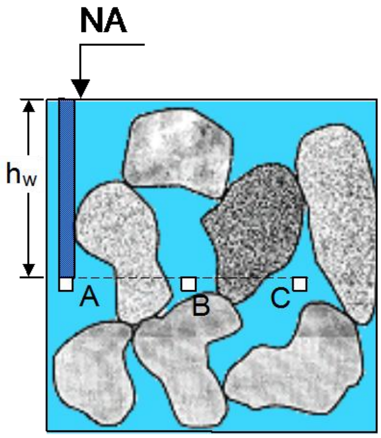


Figura 31. Poropressão – sem fluxo

Quando o solo se encontra acima do nível d'água, diversas as condições podem ocorrer., Conforme mostra a Figura 32 o solo pode se encontrar como:

- ✓ *Solo seco*
- ✓ *Solo parcialmente saturado, devido a processos de infiltração (evaporação) e/ou capilaridade*
- ✓ *Solo saturado por capilaridade*

O fenômeno de ascensão de fluidos através de tubos capilares é denominado de capilaridade. Os vazios de solo são pequenos e podem ser associados a tubos capilares, ainda que irregulares.

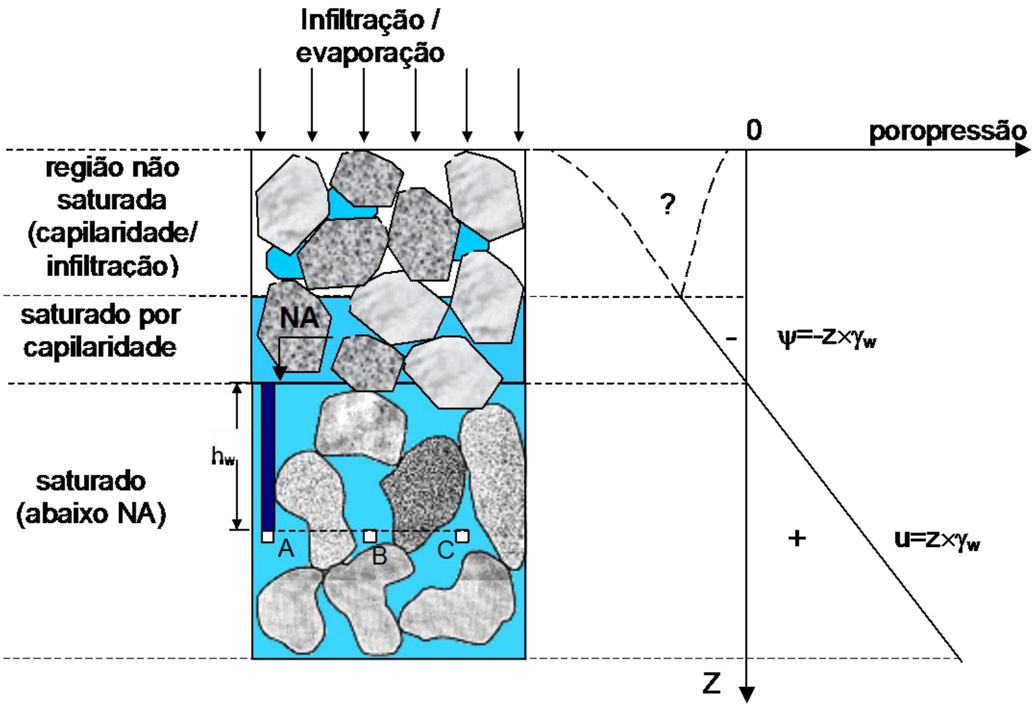


Figura 32. Distribuição de poropressão

3.1.3.1. *Fenômeno da Capilaridade*

Um tubo capilar inserido numa superfície líquida forma um menisco (Figura 33), cujo raio de curvatura e altura de ascensão (h) são inversamente proporcionais ao diâmetro do tubo. A concavidade do menisco em direção ao fluido indica que pressão no interior do tubo é inferior à pressão atmosférica. No caso de tubos cilíndricos o menisco assume uma forma esférica, segundo as relações geométricas apresentadas na Figura 33.

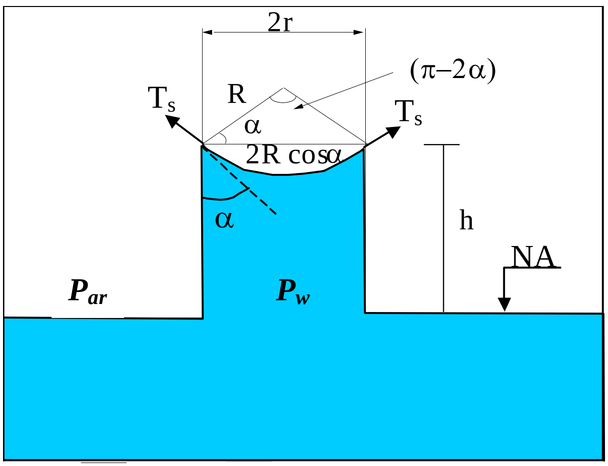


Figura 33. Ascensão Capilar

Este fenômeno físico é conseqüência da tensão superficial (T_s) que ocorre entre interfaces líquido-gás. Nesta interface, o líquido se comporta como se estivesse coberto por uma membrana elástica em um estado de tensão constante. Este estado de tensão é resultado de um desbalanceamento de forças de atração das moléculas de água presentes na superfície. Enquanto que no interior do líquido as forças de atração são isotrópicas, na superfície as forças em direção à fase líquida são maiores do que às ocorrem em direção à fase gasosa, causando uma contração da superfície do líquido (Figura 34). No caso da água pura, a uma temperatura de 20°C, seu valor é da ordem de 7.27×10^{-5} kN/m.

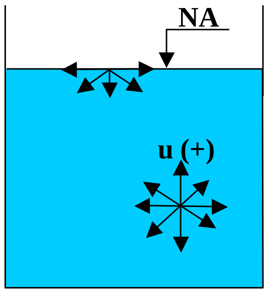


Figura 34. Tensão Superficial

Quando existe uma diferença de pressão entre as 2 fases, a interface líquido-gás se torna curva, com concavidade voltada para a fase de menor pressão (Figura 33). Se, por exemplo, uma membrana elástica é colocada entre 2 células de ar a diferentes pressões, a membrana se encurvará na direção da célula de menor pressão. Similarmente, um líquido com uma interface côncava, com relação ao ar, está sob pressão inferior à atmosférica.

Para ilustrar a relação entre a curvatura superficial e a pressão, será examinado o modelo apresentado na Figura 35. Se uma pequena quantidade de gás é introduzida, impondo uma pressão ΔP no pistão, o raio da bolha aumentará dR, que representa um crescimento de área superficial de

$$4\pi(R+dR)^2 - 4\pi R^2 = 8\pi R dR$$

e um trabalho de

$$T_s \times (8\pi R dR)$$

onde T_s = tensão superficial.

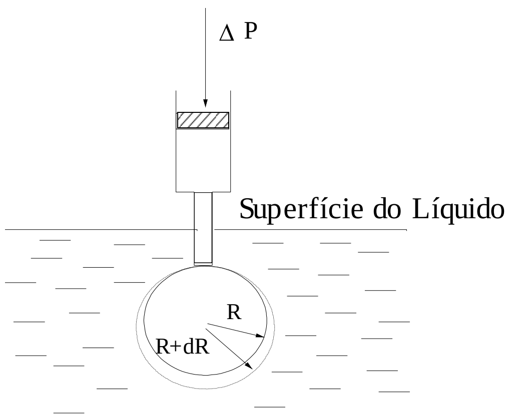


Figura 35. Curvatura da Interface vs Tensão

Por outro lado, o trabalho realizado também pode ser calculado pelo produto da variação da pressão (ΔP) e a variação de volume, calculada por

$$\left(\frac{4}{9}\pi(R+dR)^9-\frac{4}{9}\pi R^9=4\pi R^2 dR\right)$$

Igualando-se as 2 expressões e desprezando-se os termos de segunda ordem tem-se que a variação de pressão aplicada (ΔP) é diretamente proporcional à tensão superficial (T_s) e inversamente proporcional ao raio.; isto é

$$\Delta P=\frac{2T_s}{R}$$

Analogamente, a diferença de pressão entre a água e a atmosfera (Figura 33) fica definida como :

$$\Delta P=\underbrace{P_{ar}}_{=zero}-P_w=\psi=\frac{2T_s\cos\alpha}{r}$$

$$P_w=-\frac{2T_s\cos\alpha}{r}\ldots negativo\Rightarrow sucção\ (\psi)$$

Esta diferença é negativa, uma vez que a pressão atmosférica é considerada pressão de referência, e igual a $-P_W$. Sempre que a pressão na água é negativa, esta é denominada sucção e é representada pelo símbolo ψ.

A **altura de ascensão capilar** é inversamente proporcional ao diâmetro do tubo (do vazio) e pode ser calculada por:

$$h=\frac{2T_s\cos\alpha}{\gamma_w r}$$

OBS:

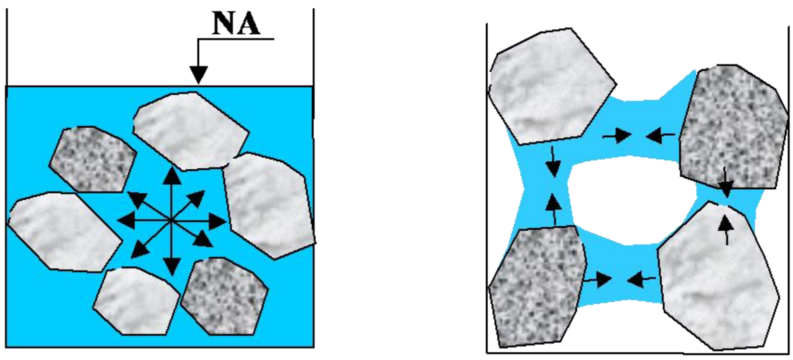
A água livre não pode suportar tensões negativas acima de 100kPa (10m de coluna d'água) pois ocorre cavitação.

3.1.3.2. Capilaridade nos solos

Sob efeito da capilaridade, o movimento da água é contrário a atração da gravidade. Essa ascensão da água nos solos é chamada de ascensão capilar e é bastante variável a depender do tipo de solo.

Nos solos, a altura de ascensão depende do diâmetro dos vazios. Como estes são de dimensões muito variadas, a superfície superior de ascensão não fica bem caracterizada, sendo possível que bolhas de ar fiquem enclausuradas no interior do solo. Ainda assim, existe uma altura máxima de ascensão capilar que depende da ordem de grandeza do tamanho representativo dos vazios do solo. Para solos arenosos, a altura de ascensão capilar é da ordem de centímetros, enquanto que em terrenos argilosos, esta pode atingir dezenas de metros.

O fenômeno da capilaridade é responsável pela **coesão aparente das areias**, quando estas se encontram parcialmente saturadas. Em areias puras, areias de praias por exemplo, não há mecanismo de aderência entre os seus grãos, seja no estado seco ou completamente saturado. Nota-se, entretanto, que quando se encontram não saturadas é possível manter os grãos unidos. Esta coesão é decorrente das forças de atração geradas pela presença da água sob tensão negativa. A Figura 36 mostra a direção das tensões na água no caso de solos saturados e não saturados.



(a) poropressão positiva (b) poropressão negativa (sucção)

Figura 36. Tensões na água

Nas **argilas, quando secas,** há uma **diminuição considerável do raio de curvatura dos meniscos**, levando a um aumento das pressões de contato e a uma aproximação das partículas, provocando o **fenômeno da retração por secagem no solo**. Durante o processo de secagem das argilas, as tensões provocadas em decorrência da capilaridade podem se elevar a ponto de provocar trincas de tração no solo.

3.1.3.3. Curva Característica[8]

A **relação entre a volume de água presente no solo e a sucção é conhecida como curva característica.** Este volume de água pode ser quantificado em termos de **teor de umidade**

[8] Gerscovich, D. M. S(2001) Equações para Modelagem da Curva característica Aplicadas a Solos Brasileiros. IV Simpósio Brasileiro de Solos Não Saturados, Porto Alegre, RS, Março, pp76-92.

volumétrico (θ), definido como a relação entre o volume de água e o volume de total, **teor de umidade gravimétrico (ω)**, cuja magnitude é obtida em função da relação entre pesos de água e de sólidos, ou em termos do **grau de saturação**. Já a sucção ou sucção mátrica (ψ) é estabelecida pela diferença entre as pressões na água e no ar contido nos vazios (u_a-u_w), ou pode ainda incorporar a parcela de sucção osmótica, trabalhando-se, neste caso a sucção total. Para altos valores de sucção (acima de 1500kPa) a sucção mátrica e a total podem ser consideradas equivalentes (Fredlund. e Xing, 1994)[9].

Dentre as diversas formas de se definir curva característica, a mais adotada é aquela que relaciona teor de umidade volumétrico e sucção mátrica. O formato desta depende do tipo de solo, distribuição de tamanhos de vazios e, conseqüentemente, da distribuição das frações granulométricas. Solos arenosos tendem a apresentar perda brusca de umidade quando a sucção ultrapassa um determinado valor; em contrapartida, solos argilosos tendem a apresentar curvas mais suaves. Comportamento semelhante é observado quando comparam-se curvas características de solos uniformes e solos bem graduados

A Figura 37 apresenta curvas características típicas para areias e argilas, além de definir os parâmetros mais importantes relativos a esta função.

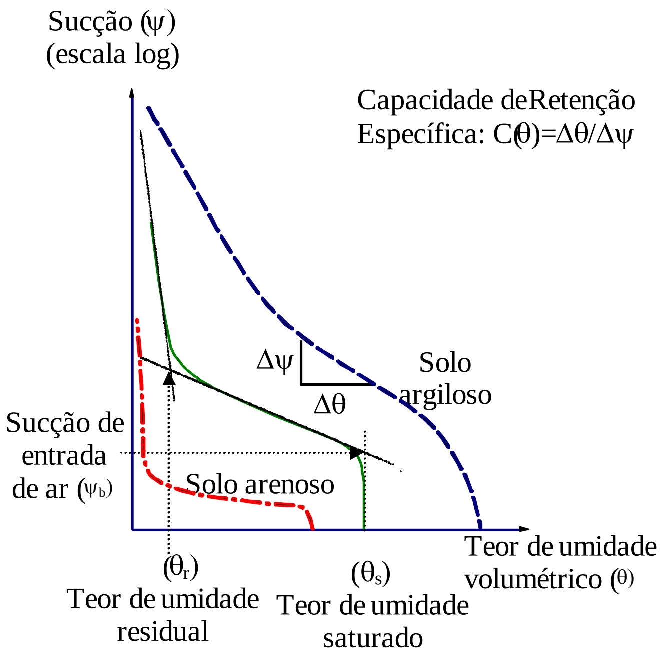


Figura 37.- Curvas Características Típicas

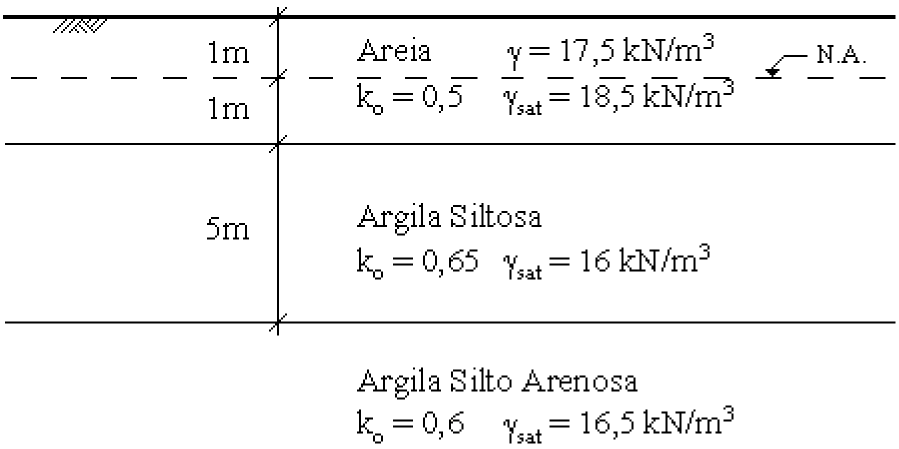
Na prática, se uma pequena sucção é aplicada a um solo saturado, nenhum fluxo ocorrerá até que esta ultrapasse um determinado valor crítico, capaz de fazer com que a

[9] Fredlund, D.G. e Xing, A (1994) – Equations for the soil water characteristic curve - *Can. Geot. J.* 31(4) pp 521-532.

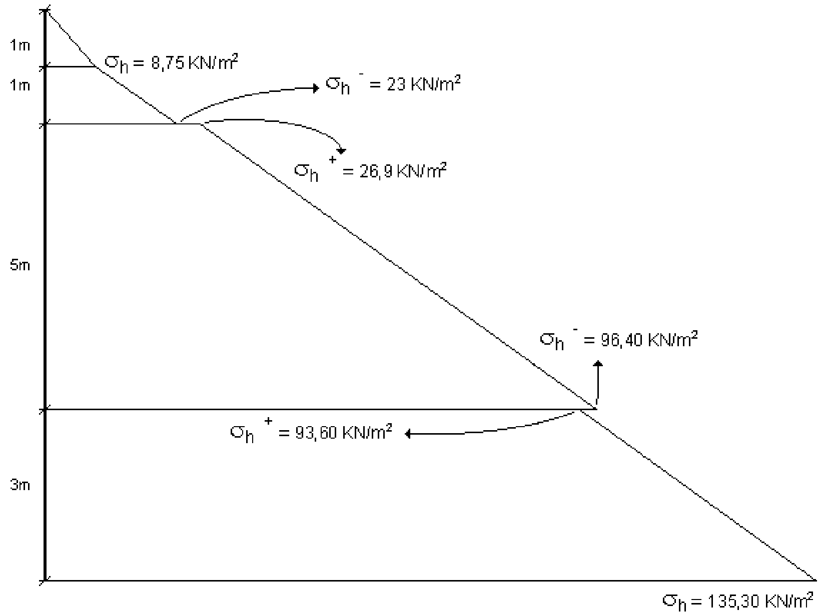
água presente no maior vazio comece a sair. Esta sucção crítica é denominada **sucção de entrada de ar (ψ_b).** Com o aumento gradual da sucção, vazios de diâmetros menores vão se esvaziando, até que para altos valores de sucção, somente os vazios de pequeno diâmetro ainda retêm água. Apesar de ser numericamente pequena, esta sucção crítica é facilmente detectável em solos grossos e em solos bem graduados. Em geral, espera-se que ψ_b varie entre 0,2kPa a 1kPa (2 a 10cm de coluna d'água) em areias grossas, 1kPa 3,5kPa em areias medias, 3,5kPa a 7,5kPa em areias finas, 7kPa a 25kPa em siltes e mais do que 25kPa para argilas (Aubertin et al, 1998)[10].

EXERCICIO

Determine a distribuição de tensão total horizontal no perfil abaixo, até 10m de profundidade.

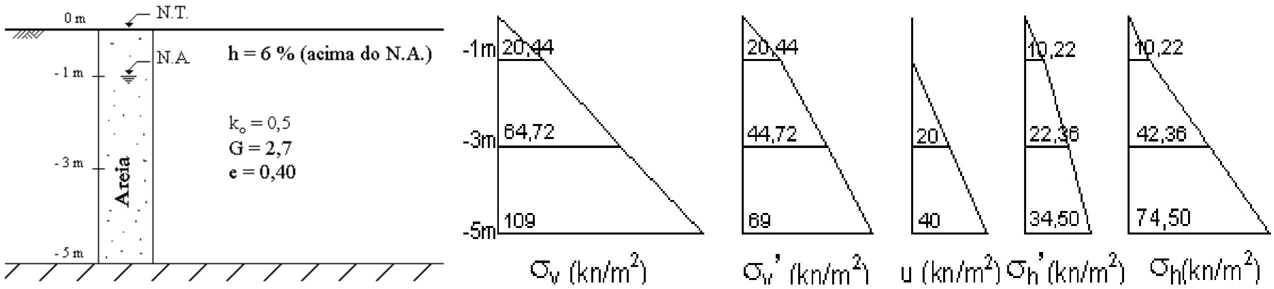


[10] Aubertin, M; Ricard, J-F e Chapuis, R.P. (1998) A Predictive model for the water retention curve: application to tailings from hard-rock mines. *Can. Geot. J.*, n.35, pp.55-69.



EXERCICIO

Calcular as poro-pressões e tensões horizontais e verticais efetivas e totais nas cotas -1m, -3m e -5m. Traçar os diagramas.



3.1.4. Determinação de K_o

A determinação do coeficiente de empuxo no repouso pode ser feita a partir da teoria da elasticidade, por correlações empíricas, ensaios de laboratório e ensaios de campo. No entanto, a sua determinação exata torna-se difícil principalmente por dois fatores: alteração do estado inicial de tensões e amolgamento, provocados pela introdução do sistema de medidas. Estes dois fatores também influenciam o comportamento de amostras utilizadas em ensaios de laboratório.

Relações numéricas

As equações da teoria da elasticidade, sob a condição de deformações horizontais nulas ($\varepsilon_x = \varepsilon_y = 0$), estimam o valor de k_o, como

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E}\left[\sigma_x - \nu\left(\sigma_y + \sigma_z\right)\right] = 0$$

$$\sigma_x - \nu\left(\sigma_y + \sigma_z\right) = 0 \qquad \Rightarrow \qquad K_o = \frac{\sigma'_x}{\sigma'_z} = \frac{\nu}{(1-\nu)}$$

$$mas \quad \sigma_x = \sigma_y$$

$$(1-\nu)\sigma_x = \nu\sigma_z$$

onde: ν = coeficiente de Poisson. Esta expressão, entretanto, representa uma condição pouco realista, uma vez que os solos são normalmente anisotrópicos, não homogêneos e de comportamento não-elástico

Diversas expressões foram propostas na literatura para estimativa de k_o, conforme mostra a Tabela 4. Estas proposições valem para solos sedimentares. Solos residuais e solos que sofreram transformações pedológicas posteriores, apresentam tensões horizontais que dependem das tensões internas da rocha ou do processo de evolução sofrido. Nestes solos o valor de k_o é muito difícil de ser obtido.

Tabela 4. Correlações empíricas para estimativa de k_o

Autor	Equação	Observações
Jaky (1944)[11]	$K_o = \left(1+\frac{2}{3}\operatorname{sen}\phi'\right)\cdot\left(\frac{1-\operatorname{sen}\phi'}{1+\operatorname{sen}\phi'}\right)$ forma simplificada: $K_o = 1-\operatorname{sen}\phi'$	Areias Argilas normalmente adensadas Bishop (1958)[12] ϕ'= ângulo de atrito efetivo
Brooker e Ireland (1965)[13]	$K_o = 0{,}95-\operatorname{sen}\phi'$	Argilas normalmente adensadas ϕ'= ângulo de atrito efetivo
Apud França (1976) [14]	$K_o = \frac{1-\operatorname{sen}^2\phi'}{1+2\operatorname{sen}^2\phi'}$ $K_o = tg^2\left(45^o-\frac{\phi'}{3}\right)$	ϕ'= ângulo de atrito efetivo
Apud Ferreira (1982)[15]	$K_o = 0{,}19+0{,}11e$ $K_o = 0{,}04+0{,}75e$	e = índice de vazios
Alpan (1967)[16]	$K_o = 0{,}19+0{,}233\log I_p$	I_p = índice de plasticidade
Massarsch (1979)	$K_o = 0{,}44+0{,}42\frac{I_p}{100}$	I_p = índice de plasticidade
extensão da fórmula de Jaky	$K_o = (1-\operatorname{sen}\phi')(OCR)^{\operatorname{sen}\phi'}$ forma simplificada: $K_o = 0{,}5(OCR)^{0{,}5}$	Argilas pré-adensadas OCR = razão de pré-adensamento
Alpan (1967)	$K_o(OC) = K_o(NC).OCR^{\eta}$	Argilas pré-adensadas K_o (OC) = valor de K_o do material pré-adensado; K_o (NC) = valor de K_o do material normalmente adensado; η = constante, em regra entre 0,4 e 0,5

[11] Jaky, J. (1944) *"The Coefficient of Earth Pressure at Rest*". Journal of Society of Hungarian Architects and Engineers, Budapest, Hungary, pp. 355-358

[12] Bishop, A W. (1958) *"Test Requeriments for Measuring the Coeficiente of Earth Pressure at Rest"*. In Proceedings of the Conference on Earth Pressure Problems. Brussels, Belgium, vol.1, pp 2-14.

[13] Brooker, E.W. e Ireland, H.° (1965) *"Earth Pressures at Rest Related to Stress History"*. Canadian Geotechnical Journal, vol.2, nº 1, pp 1-15.

[14] França, H. (1976) "Determinação dos Coeficientes de Permeabilidade e Empuxo no Repouso em Argila Mole da Baixada Fluminense". Dissertação de Mestrado. PUC-Rio.

[15] Ferreira, H.N. (1982) *"Acerca do Coeficiente de Impulso no Repouso*". Geotecnia, nº 35, pp 41-106.

[16] Alpan, I. (1967) "The Empirical Evaluation of The Coeficient Ko and Kor ". Soil and Foundation, Jap. Soc. Soil Mech. Found. Eng., vol.7, nº 1, pp 31-40.

Determinação Experimental

A determinação destes parâmetros geotécnicos pode ser feita através de ensaios de laboratório em amostras coletadas no campo. Entretanto, a **operação de amostragem** é muito difícil. Além do inevitável **alívio de tensões decorrente do descarregamento,** durante o processo de amostragem, as **amostras são submetidas a deformações cisalhantes** que ocasionam **variações na umidade e distorção no arranjo estrutural dos grãos** (amolgamento).

A determinação de k_o, a partir de ensaios de laboratório, procura simular as condições de campo ou a trajetória de tensões experimentada pelo solo durante a sua formação. Em geral, o valor de k_o pode ser obtido em ensaios triaxiais ou ensaios oedométricos.

Ensaio Triaxial

No ensaio triaxial, a pressão axial e a pressão confinante são controladas de tal forma que o corpo de prova se mantenha sempre com a mesma seção transversal. Para a realização deste ensaio é necessário um processo que possibilite a medida ou o cálculo da área da seção transversal do corpo de prova para que a deformação horizontal seja nula. Em **ensaios drenados,** considera-se que **para que a deformação horizontal seja nula, o volume de água drenado de uma amostra cilíndrica durante a compressão axial deve ser igual à variação da altura multiplicada pela área transversal inicial**. Não havendo esta concordância, são realizadas correções na pressão axial e confinante; isto é:

$$\varepsilon_v = \frac{\Delta Vol}{Vol_o} = \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z \qquad \varepsilon_v = \varepsilon_{axial}$$

$$\varepsilon_x = \varepsilon_y = 0 \qquad \varepsilon_{axial} = \Delta h \times area\ transversal$$

Existem equipamentos específicos para medição dos deslocamentos horizontais. Bishop e Henkel (1962)[17] sugerem a utilização de um anel que envolve o corpo de prova. Qualquer tendência de variação da seção, acusada pelo anel, fornece a indicação para aumento ou diminuição da pressão confinante. Moore (1971)[18] apresenta uma célula triaxial convencional com uma instrumentação interna composta por uma cinta fina de metal, presa à amostra, formada por extensômetros elétricos, que ao detectarem deformações radiais maiores que as pré-fixadas, acionam automaticamente o equipamento de carga para reduzir tais deformações. Campanella e Vaid (1972)[19] desenvolveram uma célula triaxial K_o simplificada que permite uma consolidação sob

[17] Bishop, A W. e Henkel, D.J. (1962) *"The Measurement of Soil Properties em the Triaxial Test"*. Edward Arnold . London
[18] Moore, C.A (1971) *"Effect of Mica on K_o Compressibility of Two Soils"*. Journal of Soil Mech. And Found. Div. Proc. Of the ASCE, vol. 97, nº SM9, pp 1275-1291.
[19] Campanella, R.G. e Vaid, Y.P. (1972) "A Simple Ko Triaxial Cell". Canadian geothecnical Journal, vol.9, nº3, pp. 249-260.

condição K_o sem nenhum ajuste. Garga e Khan (1991)[20] propuseram um método baseado no conceito de que, se uma amostra indeformada pré-consolidada é consolidada isotropicamente com uma tensão equivalente à tensão efetiva vertical "in situ" (σ'_{vo}), e posteriormente a tensão radial é aumentada enquanto a tensão efetiva vertical é mantida constante, a amostra sofrerá significativa deformação axial, somente quando a tensão radial exceder o valor da tensão efetiva horizontal (σ'_{ho}). O equipamento utilizado consiste em uma célula triaxial capacitada a aplicar independentemente as tensões verticais e horizontais e a simular várias trajetórias de tensões.

Ensaio Oedométrico

O ensaio de adensamento convencional não mede o valor da tensão horizontal σ'_h e, conseqüentemente, o valor de K_o não é obtido. Entretanto, em ensaios especiais de adensamento, se for instalado um **dispositivo lateral de medição da pressão horizontal σ'_h,** o valor de K_o poderá ser obtido para cada estágio de carga vertical σ'_v. (Daylac,1994[21] ; Senneset, 1989; Mesri e Hayat, 1993[22]):

Ensaios de Campo

Uma das principais vantagens dos ensaios de campo consiste na minimização das perturbações causadas pela variação do estado de tensões durante as operações de coleta, transporte e manuseio de amostras. Além disso, os ensaios de campo permitem a obtenção de medições contínuas dos parâmetros geotécnicos.

Os ensaios **pressiométrico, dilatométrico e o piezocone** permitem a estimativa de k_o por meio de correlações empíricas.

[20] Garga, V.K. e Khan, M.A (1991) *"Laboratory Evaluation of K_o for Overconsolidation Clays".* Canadian Geotechnical Journal, vol. 28, nº 5, pp. 650-659.
[21] Daylac, R. (1994) "Desenvolvimento e Utilização de uma Célula para Medição de Ko com Controle de Sucção". Dissertação de Mestrado. PUC-Rio.
[22] Mesri, G e Hayat, T.M. (1993) *"The coeficient of Earth Pressure at Rest".* Canadian Geotechnical Journal, vol.30, pp 647-666.

3.1.5. Círculos do Mohr: tensões totais e efetivas

Na condição geostática, as tensões horizontal e vertical são tensões principais. Na presença de água, as tensões normais podem ser subdivididas nas parcela: poropressão e tensão efetiva. Assim sendo, é possível traçar os círculos de Mohr correspondentes aos estados de tensão total e efetiva, conforme mostrado na Figura 38..

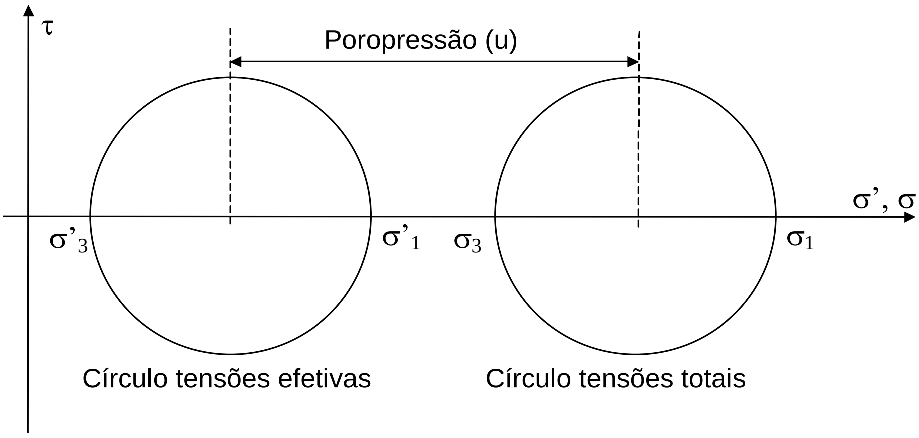


Figura 38. Círculo de Mohr: tensões totais e efetivas

EXERCICIO

O peso específico de um solo seco pré-adensado (ko = l,5). é γd = 19,6 kN/m3. Se a superfície do terreno for horizontal, pode-se então afirmar que a tensão horizontal em qualquer ponto representa a tensão principal maior $\sigma 1$. Pede-se determinar através da construção do círculo de Mohr:

- *As componentes de tensão normal e de cisalhamento (que atuam no plano AA' da figura abaixo. Verificar a solução analiticamente.*
  O valor da máxima, tensão de cisalhamento nesta profundidade.
- *O valor da tensão normal nos planos de cisalhamento máximo.*
-

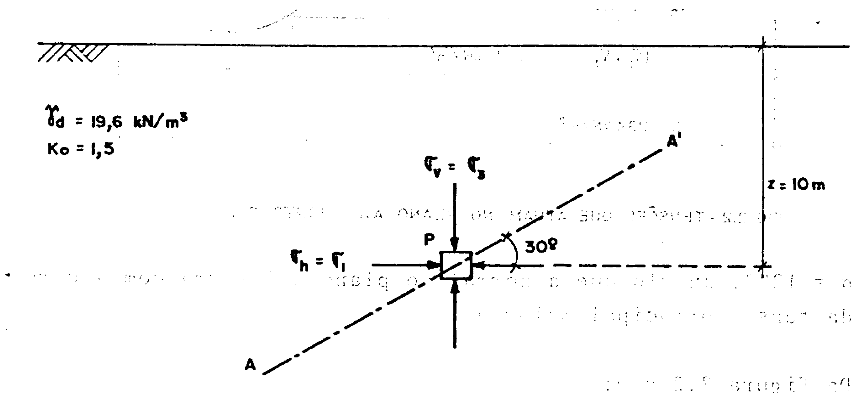


FIG. 2.1 - ESTADO DE TENSÃO NO PONTO P

1.1) Construção do círculo de Mohr:

<u>Convenção de sinais adotada:</u>
Tensão normal positiva --- compressão
Tensão cisalhante positiva --- tendência a provocar rotação no sentido anti-horário do plano em que atua.

a) <u>Cálculo de $\sigma v(\sigma 3)$ e $\sigma h(\sigma 1)$:</u>

$\sigma v = \gamma d \, . \, z$
$\sigma v = 19{,}6 \times 10 = 196 \; kN/m^2$
$\sigma h = ko \; \sigma v$ (solo seco, $\sigma h = \sigma h'$ e $\sigma v = \sigma v'$)
$\sigma h = 1{,}5 \times 196 = 294 \; kN/m^2$

b) <u>Círculo de Mohr:</u>

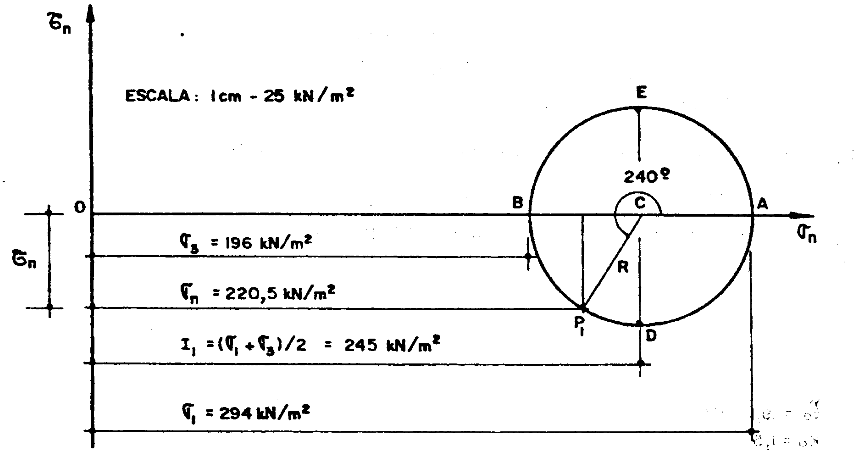


FIG. 2.2 - TENSÕES QUE ATUAM NO PLANO AA' (PONTO P1)

$\alpha = 120$, ângulo que a normal ao plano AA' forma com a direção da tensão principal maior $\sigma 1$.
Da figura 2.2 vem: $\sigma n = 220{,}5 \; kN/m^2$ $\quad \tau n = -\,42{,}4 \; kN/m^2$

c) Verificação da solução analiticamente:

Da Resistência dos Materiais vem:

$\sigma n = (\sigma 1 + \sigma 3)/2 + (\sigma 1 - \sigma 3)/2 \cos 2;$
$\tau n = (\sigma 1 - \sigma 3)/2 \text{ sen } 2;$
$\sigma n = (294+196)/2 + (294-196)/2 \, . \, (-1/2) = 220{,}5 \; kN/m^2$
$\tau n = (294-196)/2 \, . \, (-0{,}87) = -42{,}4 \; kNm^2$

d) Uma solução alternativa: o <u>método do polo</u>:

Polo (0p) é um ponto do círculo de Mohr com a seguinte propriedade:

"Uma reta traçada de Op a qualquer ponto P do círculo de Mohr será paralela ao plano sobre o qual atuam as tensões representadas por P".

Como determinar o polo:
d.l) Selecionar um ponto do círculo de Mohr que represente as tensões atuantes sobre um plano cuja orientação seja previamente conhecida. Neste exemplo, podem ser escolhidos os pontos A ou B.

d.2) Traçar a partir deste ponto uma reta paralela à direção do plano. Sua intersecção com o círculo de Mohr determinará um ponto com as propriedades de polo. Verificar.

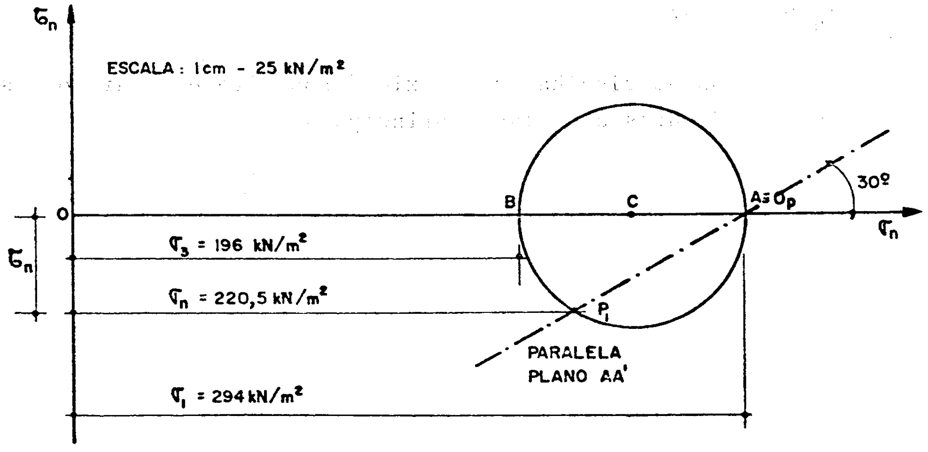


FIG. 2.3 - TENSÕES QUE ATUAM NO PLANO AA' (PONTO P1)

d.3) A paralela ao plano AA' traçada .a partir de 0p determinará finalmente o Ponto P1, solução do problema.
d.4) Tente repetir o problema agora .selecionando o ponto B.

1.2) <u>Máxima tensão de cisalhamento</u>

Corresponde aos segmentos CD e CE, raio do círculo da figura 2.2.

$$\tau_{MAX} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_X - \sigma_Z}{2}\right)^2 + \tau_{XZ}^{\ 2}} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}$$

$$\tau_{MAX} = \pm 49 KN/m^2$$

l.3) <u>Tensão normal nos planos de cisalhamento máximo</u>
Corresponde ao centro C do círculo da figura 2.2

$\sigma n = (\sigma 1 + \sigma 3)/2 = (\sigma x + \sigma z)/2 = I1$ (primeiro invariante de tensões)
$\sigma n = 245\ kN/m^2$

Os planos de cisalhamento máximo (positivo e negativo) são planos diedros aos planos principais.

EXERCICIO
Em relação ao perfil de solo da figura abaixo determinar:

- *a distribuição com a profundidade da tensão vertical total σvo*
- *a distribuição com a profundidade da poro pressão u*
- *a distribuição com a profundidade da tensão verticál efetiva $\sigma' vo$*
- *o valor da tensão horizontal efetiva $\sigma' ho$ e da tensão horizontal total σho na profundidade z = 12 m*

Considerar a camada superficial de argila arenosa completamente saturada devido ao fenômeno de capilaridade.

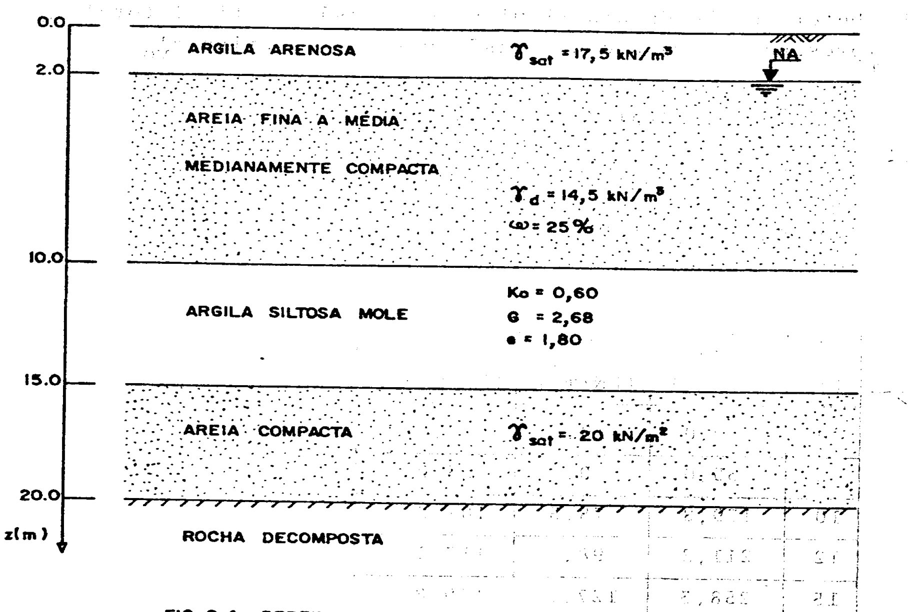


FIG. 2.4 - PERFIL DO MACIÇO DE SOLO

a) *Determinação do peso específico saturado γsat*

A .1) Camada de areia fina a média

$\gamma_{sat}\, t = \gamma d \times (1+w)$

$\gamma_{sat} = 14{,}5 \times (1+0{,}25) = 18{,}1\ kN/m^3$

A .2) Camada de argila siltosa mole

$\gamma_{sat} = (G + Se) \times \gamma w /(1 + e)$

$\gamma_{sat} = (2{,}8 +1 \times 1{,}80) \times 9{,}81 / 1 + 1{,}80 \;=\; 15{,}7\ kN/m^3$

b) *Determinação da distribuição da tensão vertical total σvo, da poro pressão u e da tensão vertical efetiva $\sigma' vo$*

Z (m)	σ_{vo} (kN/m2)	u (kN/m2)	σ'_{vo} (kN/m2)
0	0,0	- 19,6	19,6
2	35,0	0,0	35,0
10	179,0	78,5	101,3
12	211,2	98,1	113,1
15	258,3	127,5	130,8
20	358,3	176,6	181,7

C)*Determinação de $\sigma' ho$ e σho na profundidade z = 12m*

$\sigma' ho = Ko \times \sigma' vo$

$\sigma' ho = 0{,}60 \times 113{,}1 = 67{,}9\ kN/m^2$

$\sigma ho = \sigma' ho + u$

$\sigma ho = 67{,}9 + 98{,}1 = 166{,}0\ kN/m^2$

4. TENSÕES INDUZIDAS

Vários tipos de carregamento são aplicados no solo. Assumindo o solo como um semi-espaço homogêneo, linear e elástico é possível utilizar a teoria da elasticidade para determinação das variações nos estado de tensão. Esta teoria, entretanto, não descreve corretamente o comportamento tensão-deformação dos solos. Entretanto, já foi verificado que a determinação das tensões pela TE fornece resultados satisfatórios. As deformações associadas é que não são confiáveis.

Uma vez calculadas as variações de tensão, as tensões finais ficam definidas por:

$$\sigma_{vf} = \sigma_{vo} + \Delta\sigma_v$$

$$\sigma_{hf} = \sigma_{ho} + \Delta\sigma_h$$

4.1. Rotação de Tensões Principais

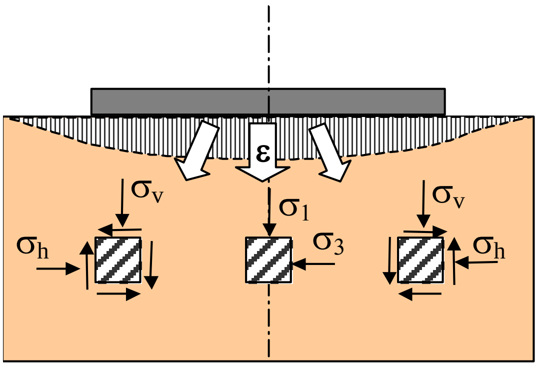


Figura 39. Rotação de tensões

Condição geostática $(\sigma_{vo} = \sigma_{1o})$

Eixo de simetria

$\Downarrow$

$\sigma_{vf} = \sigma_{1f} = \sigma_{vo} + \Delta\sigma_v = \sigma_{1o} + \Delta\sigma_1$

$\sigma_{hf} = \sigma_{3f} = \sigma_{ho} + \Delta\sigma_h = \sigma_{3o} + \Delta\sigma_3$

Fora do eixo de simetria

$\Downarrow$

$\sigma_{vf} \neq \sigma_{1f}$

$\sigma_{vf} = \sigma_{vo} + \Delta\sigma_v$

$\sigma_{1f} = \sigma_{\alpha o} + \Delta\sigma_1$

$\sigma_{hf} \neq \sigma_{3f}$

$\sigma_{hf} = \sigma_{ho} + \Delta\sigma_h$

$\sigma_{3f} = \sigma_{(\alpha+90)o} + \Delta\sigma_3$

4.2. Soluções da Teoria da Elasticidade

São apresentadas, a seguir, algumas expressões fornecidas pela teoria da elasticidade linear para determinação dos acréscimos de tensão em pontos do maciço de solo devido à ação de carregamentos superficiais. Estas soluções foram obtidas em relação a cada um dos possíveis carregamentos (condições de contorno). Para um estudo mais completo, sugerem-se as obras de Poulos e Davis (1974)[23] .

4.2.1. Carga pontual sobre a superfície do maciço (Problema de Boussinesq, 1885)

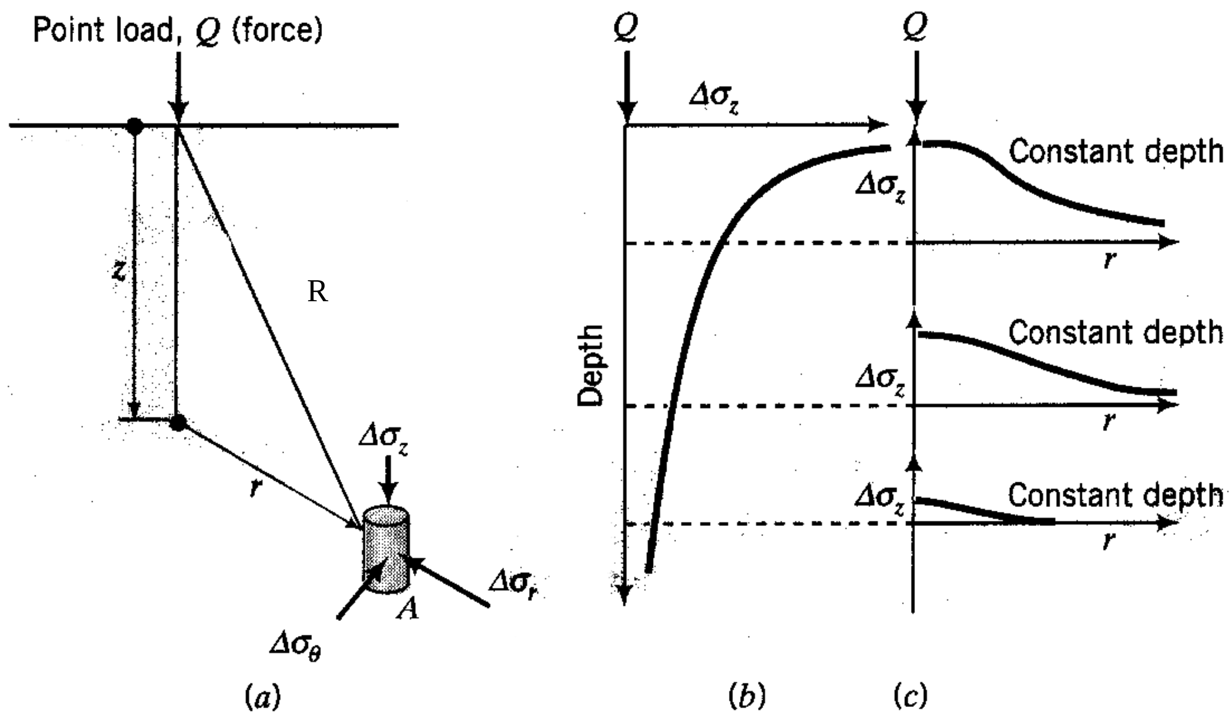


Figura 40. Carga Pontual

$$\Delta\sigma_z = \frac{3Qz^3}{2\pi R^5} = \frac{3Q}{2\pi z^2}\left[\frac{1}{1+\left(r/z\right)^2}\right]^{5/2}$$

$$\Delta\sigma_r = -\frac{Q}{2\pi}\left[\frac{3r^2z}{(r^2+z^2)^{5/2}} - \frac{1-2\nu}{r^2+z^2+z(r^2+z^2)^{1/2}}\right] = -\frac{Q}{2\pi R^5}\left[-\frac{3r^2z}{R^3} + \frac{(1-2\nu)R}{R+z}\right]$$

[23] Poulos e Davis (1974) Elastic Solutions for Soil and Rock Mechanics, John Wiley & Sons

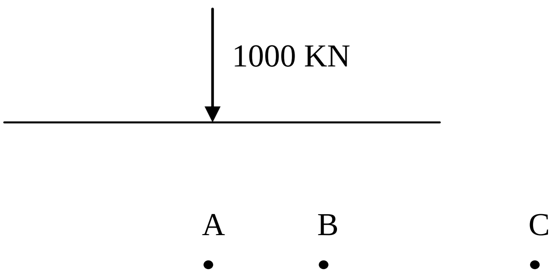
$$\Delta\sigma_\theta = -\frac{Q(1-2\nu)}{2\pi}\left[\frac{z}{(r^2+z^2)^{3/2}} - \frac{1}{r^2+z^2+z(r^2+z^2)^{1/2}}\right] = -\frac{Q(1-2\nu)}{2\pi R^2}\left[\frac{z}{R} - \frac{R}{R+z}\right]$$

$$\Delta\tau_{rz} = \frac{3Q}{2\pi}\left[\frac{r^2 z}{(r^2+z^2)^{5/2}}\right] = \frac{3Qr^2 z}{2\pi R^5}$$

EXEMPLO

Qual a influencia de uma carga pontual de 1000 KN de intensidade aplicada em três pontos no solo? Os pontos estão a 2 m de profundidade e respectivamente:

A. *sob o eixo de simetria da carga aplicada,*
B. *a 1 m do eixo de simetria*
C. *3 m do eixo de simetria.*



A) Para um ponto sob o eixo do carregamento a 2 m de profundidade:

$$\frac{3\times1000\times2^3}{2\times\pi\times2^5} = 119{,}36KPa$$

B) Para um ponto a 1 m do eixo do carregamento e 2 m de profundidade:

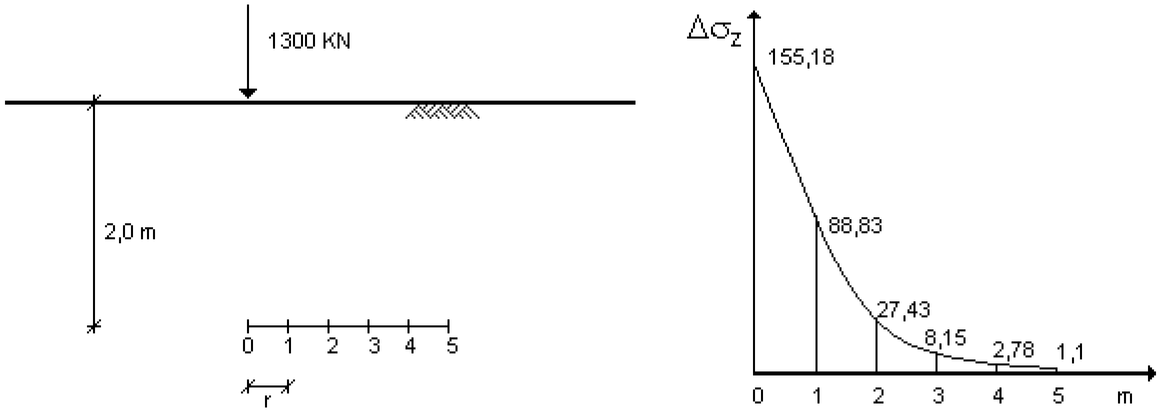
$$\frac{3\times1000\times2^3}{2\times\pi\times\sqrt{5}^5} = 68{,}33KPa$$

C) Para um ponto a 3 m do eixo do carregamento e 2 m de profundidade:

$$\frac{3\times1000\times2^3}{2\times\pi\times\sqrt{13}^5} = 6{,}27KPa$$

EXEMPLO

Traçar o diagrama de acréscimos de pressões no plano situado a 2,0m de profundidade, até a distância horizontal igual a 5,0m (fazer cada metro), quando se aplica na superfície do terreno uma carga concentrada de 1300 kN.



4.2.2. Carregamento em linha

$$\Delta\sigma_z = \frac{2Qz^3}{\pi(x^2 + z^2)^2}$$

$$\Delta\sigma_x = \frac{2Qx^2z}{\pi(x^2 + z^2)^2}$$

$$\Delta\tau_{zx} = \frac{2Qxz^2}{\pi(x^2 + z^2)^2}$$

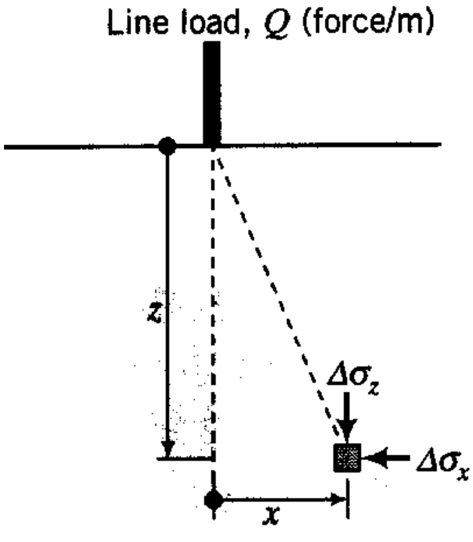


Figura 41. Carregamento em linha

$$\Delta\sigma_z = \frac{4Qa^2b}{\pi H_o(a^2+b^2)^2}$$

$$\Delta P_x = \frac{2Q}{\pi(a^2+1)}$$

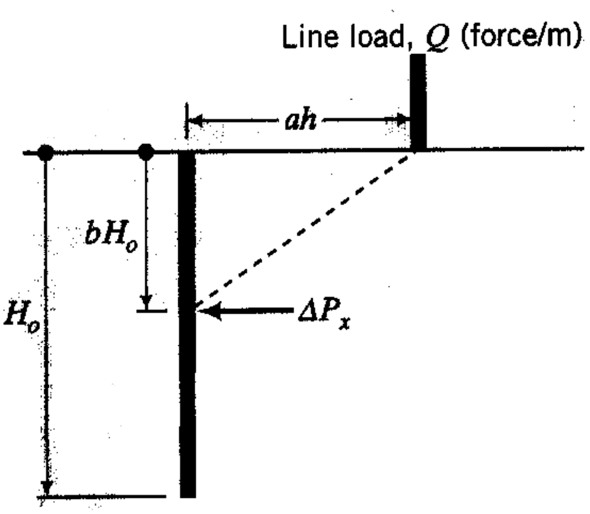


Figura 42. Carregamento em linha em estrutura enterrada

4.2.3. Fundação corrida, perfeitamente flexível

$$\Delta\sigma_Z = \frac{q_s}{\pi}\left[\alpha + \operatorname{sen}\alpha\cos(\alpha+2\beta)\right]$$

$$\Delta\sigma_x = \frac{q_s}{\pi}\left[\alpha - \operatorname{sen}\alpha\cos(\alpha+2\beta)\right]$$

$$\Delta\tau_{xz} = \frac{q_s}{\pi}\operatorname{sen}\alpha\operatorname{sen}(\alpha+2\beta)$$

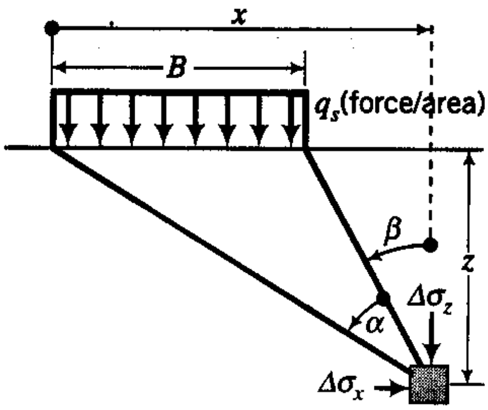


Figura 43. Carga corrida uniforme

A Figura 44 mostra as curvas (**isóbaras**) para calculo dos acréscimos $\Delta\sigma_1$ e $\Delta\sigma_3$. Como há simetria, cada lado está associado a um determinado acréscimo de tensão.

As isóbaras mostram que o volume do solo que é afetado pelo carregamento (**bulbo de tensões**) atinge uma profundidade variável, dependendo do acréscimo considerado. Quando z/a ≅ 3,3, verifica-se que $\Delta\sigma_3 \cong 0$; já $\Delta\sigma_1 \cong 0$, quando z/a ≅ 6,3. De uma maneira geral, é razoável considerar que o bulbo de tensões é limitado a uma profundidade da ordem de 2 vezes a largura do carregamento (2B), conforme mostra a Figura 44.

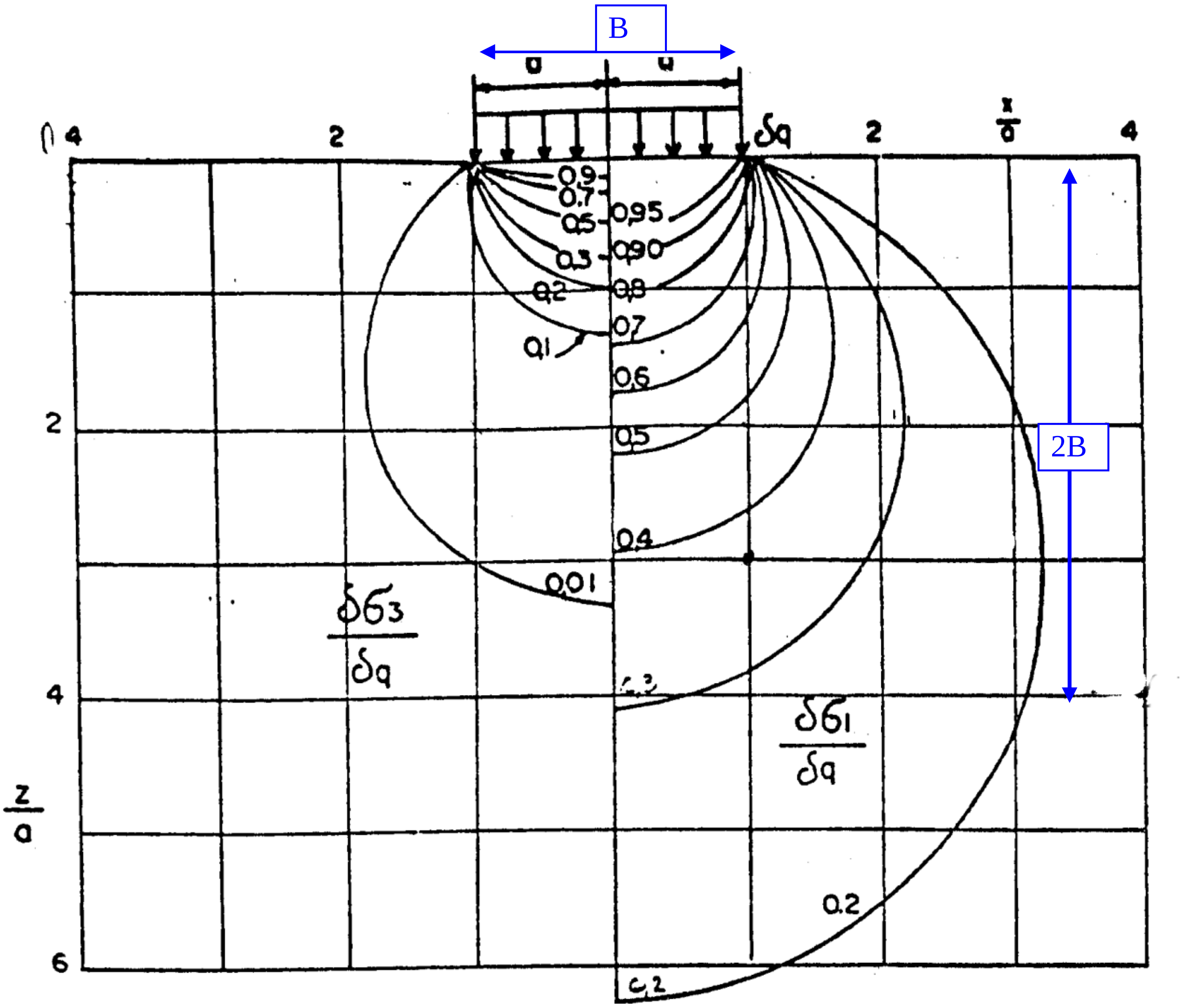


Figura 44. Carga corrida: Isóbaras $\Delta\sigma_1$ e $\Delta\sigma_3$

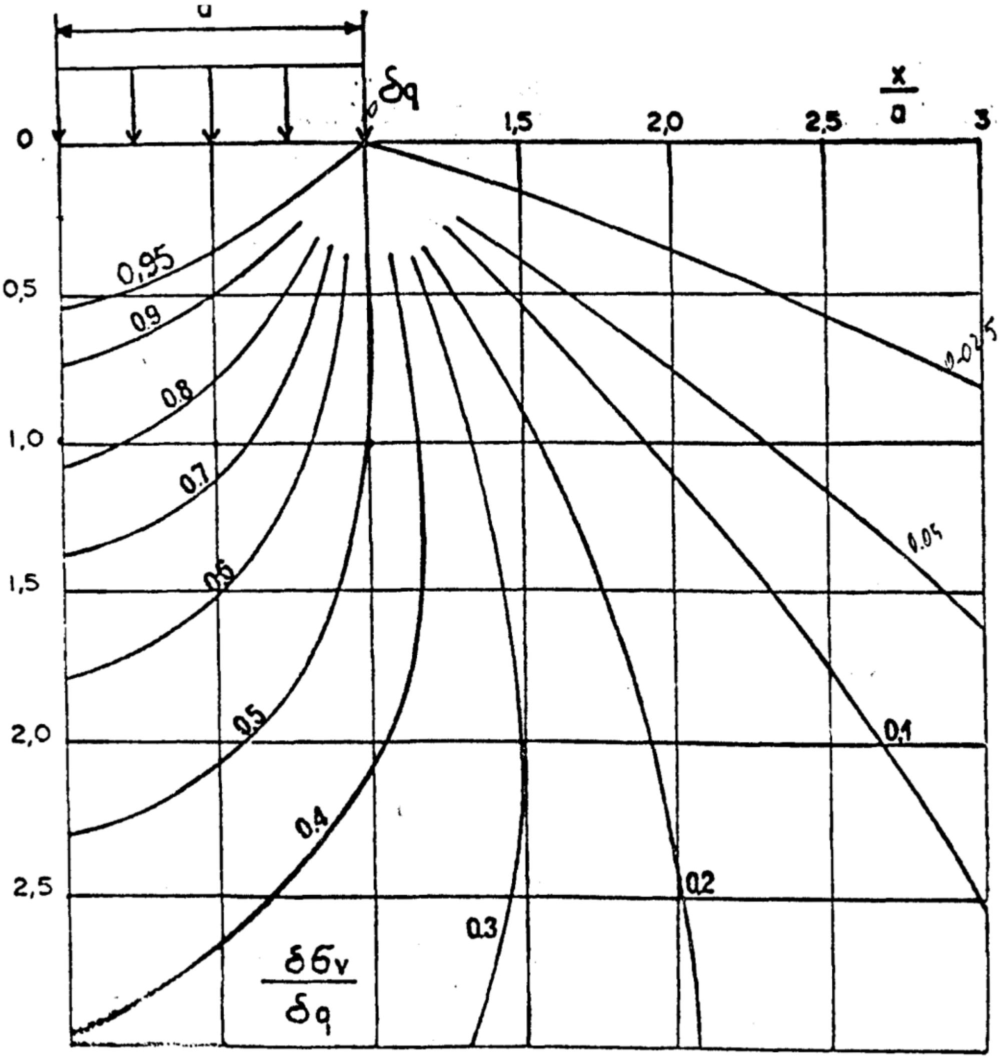
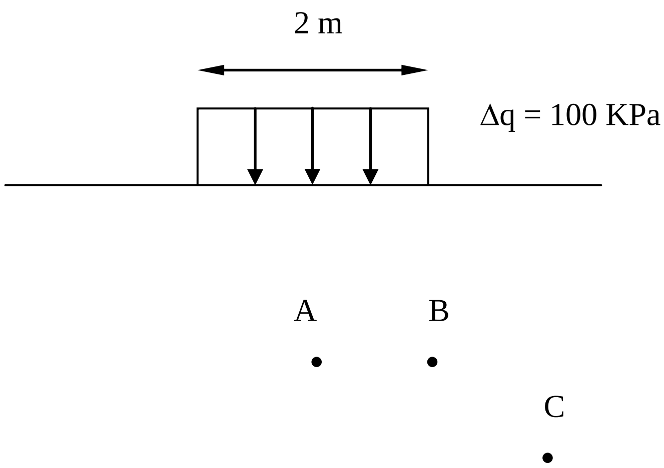


Figura 45. Carga corrida: Isóbaras $\Delta\sigma_v$

EXEMPLO

Qual a variação de tensão de um carregamento uniformemente distribuído de 100 KPa com 2 m de largura em pontos referidos no solo, abaixo da superfície do terreno, conforme as profundidades e distancias indicadas, da figura abaixo?

A. Sob eixo de simetria do carregamento a 2 m de profundidade.
B. A 2 m de profundidade na quina do carregamento.
C. A 3 m de profundidade e a 1 m da quina do carregamento.
(Fora do eixo de simetria há a influencia de tensão cisalhante)



$$\Delta\sigma_3 = \Delta q \times I$$

$$\Delta\sigma_1 = \Delta q \times I$$

A) $\frac{Z}{A} = \frac{2}{1} = 2 \qquad \frac{X}{A} = \frac{0}{1} = 0$

$$\Delta\sigma_1 = 100 \times 0{,}51 = 51KPa \qquad \Delta\sigma_3 = 100 \times 0{,}06 = 6KPa$$

B)

$$\frac{Z}{A} = \frac{2}{1} = 2 \qquad \frac{X}{A} = \frac{1}{1} = 1$$

$$\Delta\sigma_1 = 100 \times 0{,}47 = 47KPa \qquad \Delta\sigma_3 = 100 \times 0{,}04 = 4KPa$$

C) *No ponto C* $\Delta\sigma_3$ *sem influencia do carregamento no solo.*

$$\frac{Z}{A} = \frac{3}{1} = 3 \qquad \frac{X}{A} = \frac{2}{1} = 2$$

$$\Delta\sigma_1 = 100 \times 0{,}29 = 29KPa \qquad \Delta\sigma_3 = 100 \times ... = 0KPa$$

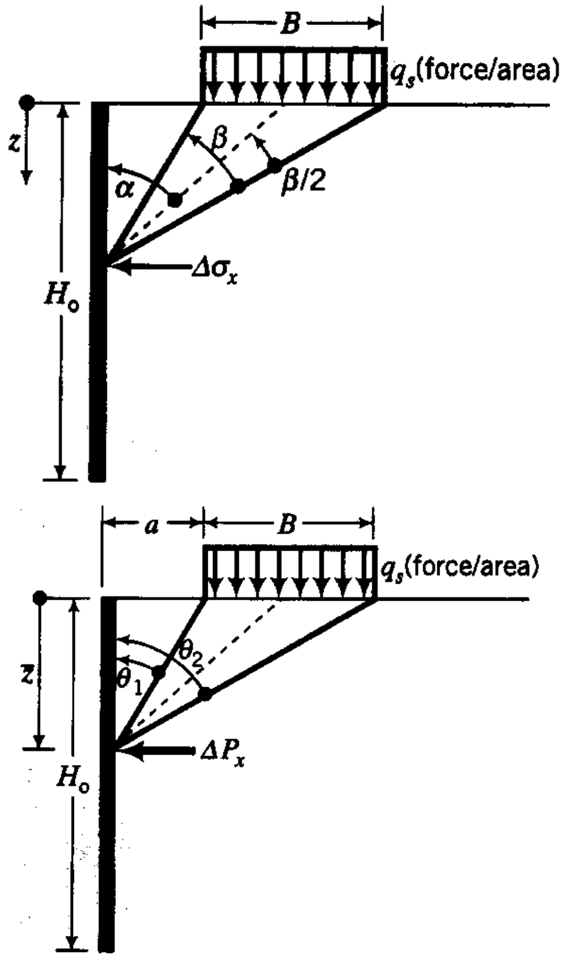


Figura 46. Carga corrida constante em estrutura enterrada

$$\Delta\sigma_x = \frac{q_s}{H_o}\left[\beta - \operatorname{sen}\beta\cos 2\alpha\right]$$

$$\Delta P_x = \frac{q_s}{90}\left[H_o(\theta_2 - \theta_1)\right]$$

4.2.4. Fundação corrida triangular, perfeitamente flexível

$$\Delta\sigma_z = \frac{q_s}{\pi}\left[\frac{x}{B}\alpha - \frac{1}{2}\mathrm{sen}2\beta\right]$$

$$\Delta\sigma_x = \frac{q_s}{\pi}\left[\frac{x}{B}\alpha - \frac{z}{B}\ln\frac{R_1^2}{R_2^2} + \frac{1}{2}\mathrm{sen}2\beta\right]$$

$$\Delta\tau_{xz} = \frac{q_s}{2\pi}\left[1 + \cos 2\beta - 2\frac{z}{B}\alpha\right]$$

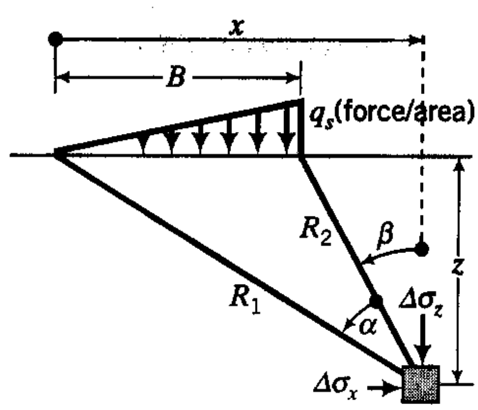


Figura 47. Carga corrida trinagular

$$\Delta\sigma_z = \frac{\Delta q}{\pi}\left[(\alpha_1 + \alpha_2) + \frac{x}{b}(\alpha_1 - \alpha_2)\right]$$

$$\Delta\sigma_x = \frac{\Delta q}{\pi}\left[(\alpha_1 + \alpha_2) + \frac{x}{b}(\alpha_1 - \alpha_2) - \frac{2z}{b}\ln\frac{R_1R_2}{R_0^2}\right.$$

$$\tau_{xz} = -\frac{\Delta qz}{\pi b}(\alpha_1 - \alpha_2)$$

$$\Delta\sigma_1 = \frac{\Delta q}{\pi}\left[(\alpha_1 + \alpha_2) + \frac{x}{b}(\alpha_1 - \alpha_2) - \frac{z}{b}\ln\frac{R_1R}{R_0^2}\right.$$

$$+\frac{pz}{\pi b}\left(\ln^2\frac{R_1R_2}{R_0^2} + (\alpha_1 - \alpha_2)^2\right)^{1/2}$$

$$\Delta\sigma_3 = \frac{\Delta q}{\pi}\left[(\alpha_1 + \alpha_2) + \frac{x}{b}(\alpha_1 - \alpha_2) - \frac{z}{b}\ln\frac{R_1R_2}{R_0^2}\right]$$

$$-\frac{pz}{\pi b}\left(\ln^2\frac{R_1R_2}{R_0^2} + (\alpha_1 - \alpha_2)^2\right)^{1/2}$$

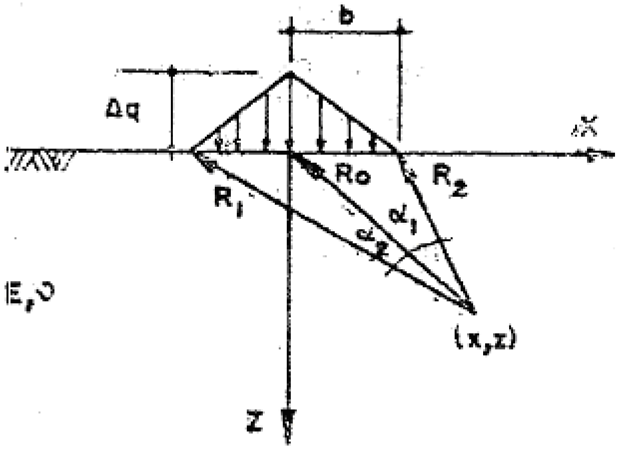
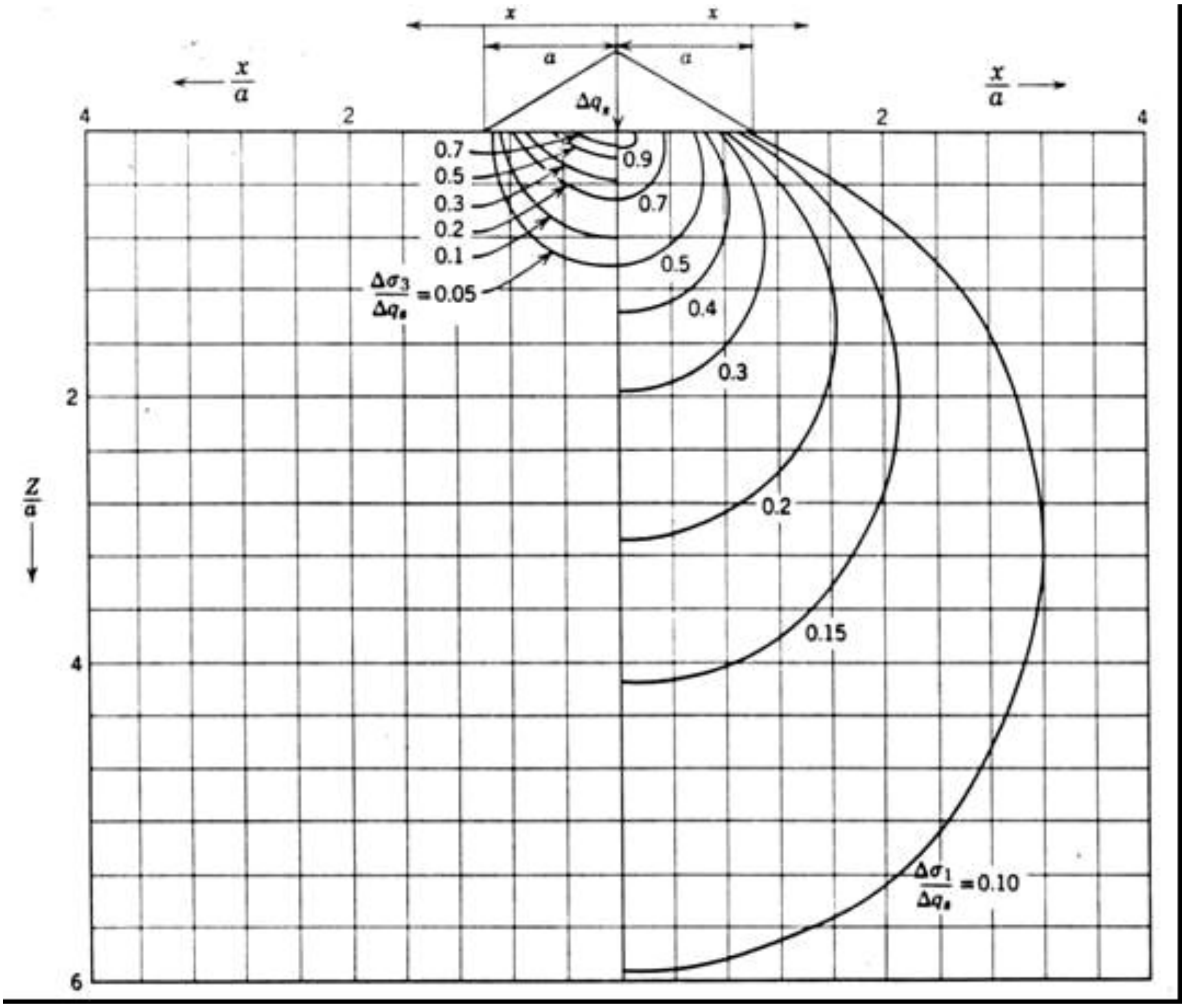


Figura 48. Carga corrida triangular simétrica


x
x
a
a
$\frac{x}{a}$
$\frac{x}{a}$
Δq_s
4
2
2
4
0.7
0.5
0.3
0.2
0.1
$\frac{\Delta\sigma_3}{\Delta q_s}$ = 0.05
0.9
0.7
0.5
0.4
0.3
0.2
0.15
$\frac{\Delta\sigma_1}{\Delta q_s}$ = 0.10
$\frac{Z}{a}$
2
4
6

4.2.5. Fundação circular, perfeitamente flexível, uniformemente carregada (Δq):

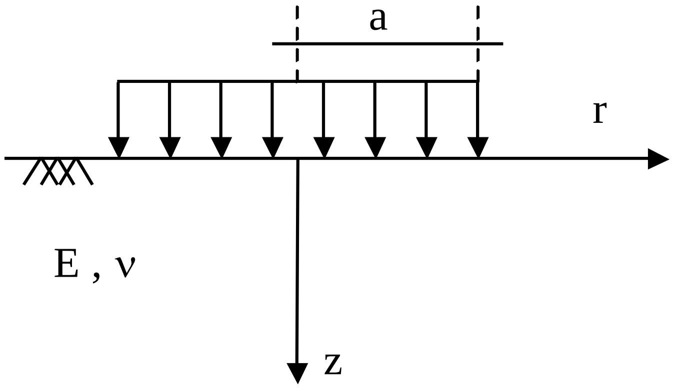


Figura 50. Fundação circular

Sob o centro da fundação

$$\Delta\sigma_Z = \Delta q\left\{1 - \left[\frac{1}{1+(a/z)^2}\right]^{3/2}\right\}$$

$$\Delta\sigma_r = \Delta\sigma_\theta = \frac{\Delta q}{2}\left[(1+2\upsilon) - \frac{2(1+\upsilon)z}{(a^2+z^2)^{1/2}} + \frac{z^3}{(a^2+z^2)^{3/2}}\right]$$

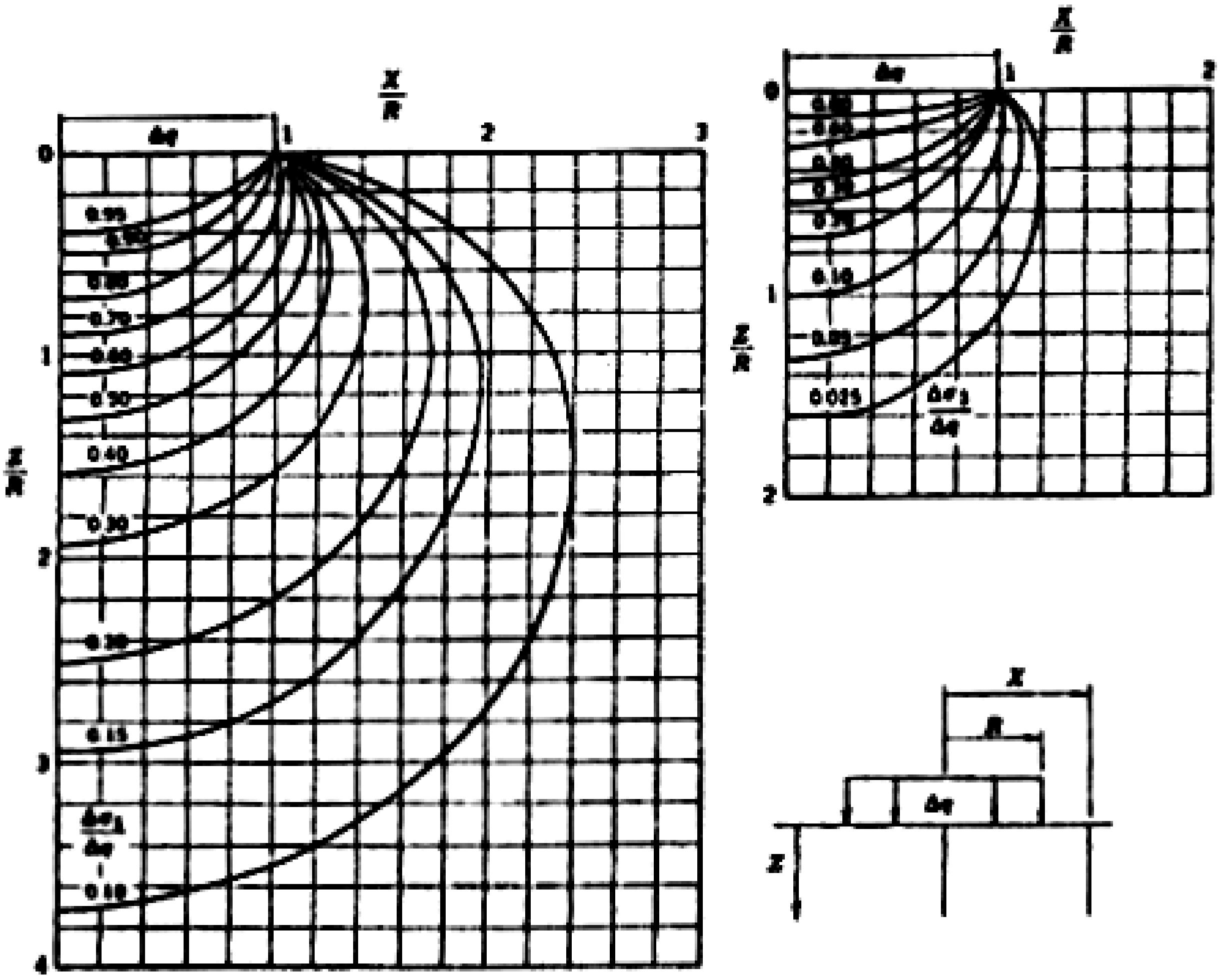


Figura 51. Carregamento circular: Isóbaras $\Delta\sigma_1$ e $\Delta\sigma_3$

4.2.6. Fundação retangular, perfeitamente flexível, uniformemente carregada

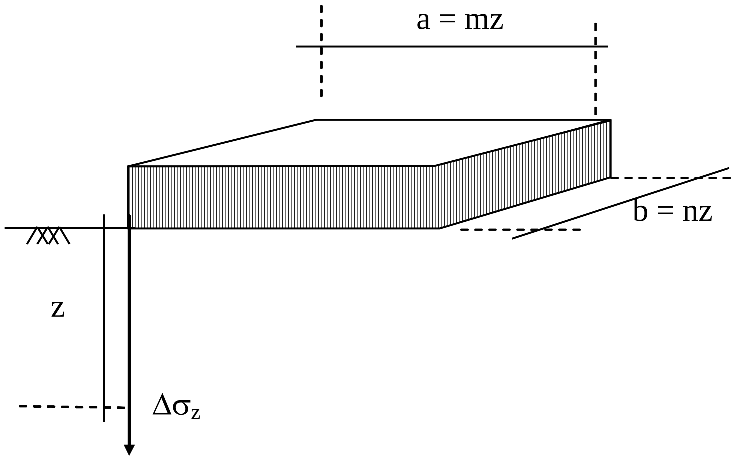


Figura 52. Fundação Retangular (Fadum, 1948)

$$\Delta\sigma_z = \frac{\Delta q}{2\pi}\left[arctg\,\frac{ab}{zR_3} + \frac{abz}{R_3}\left(\frac{1}{R_1^2}+\frac{1}{R_2^2}\right)\right]$$

$$\Delta\sigma_z = \frac{\Delta q}{4\pi}\left[\frac{2mn\left(m^2+n^2+1\right)^{1/2}}{m^2+n^2+m^2n^2+1}\cdot\frac{m^2+n^2+2}{m^2+n^2+1} + \arctan\frac{2mn\left(m^2+n^2+1\right)^{1/2}}{m^2+n^2-m^2n^2+1}\right]$$

$$\Delta\sigma_x = \frac{\Delta q}{2\pi}\left[arctg\,\frac{mn}{zR_3} - \frac{mnz}{R_1^2R_3}\right]$$

$$\Delta\sigma_y = \frac{\Delta q}{2\pi}\left[arctg\,\frac{mn}{zR_3} - \frac{mnz}{R_2^2R_3}\right]$$

$$\tau_{xz} = \frac{\Delta q}{2\pi}\left[\frac{n}{R_2} - \frac{z^2n}{R_1^2R_3}\right]$$

$$\tau_{yz} = \frac{\Delta q}{2\pi}\left[\frac{n}{R_1} - \frac{z^2m}{R_2^2R_3}\right]$$

$$\tau_{xy} = \frac{\Delta q}{2\pi}\left[1 + \frac{z}{R_3} - z\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right)\right]$$

onde, $R_1 = \left(m^2+z^2\right)^{1/2}$; $R_2 = \left(n^2+z^2\right)^{1/2}$; $R_3 = \left(m^2+n^2+z^2\right)^{1/2}$

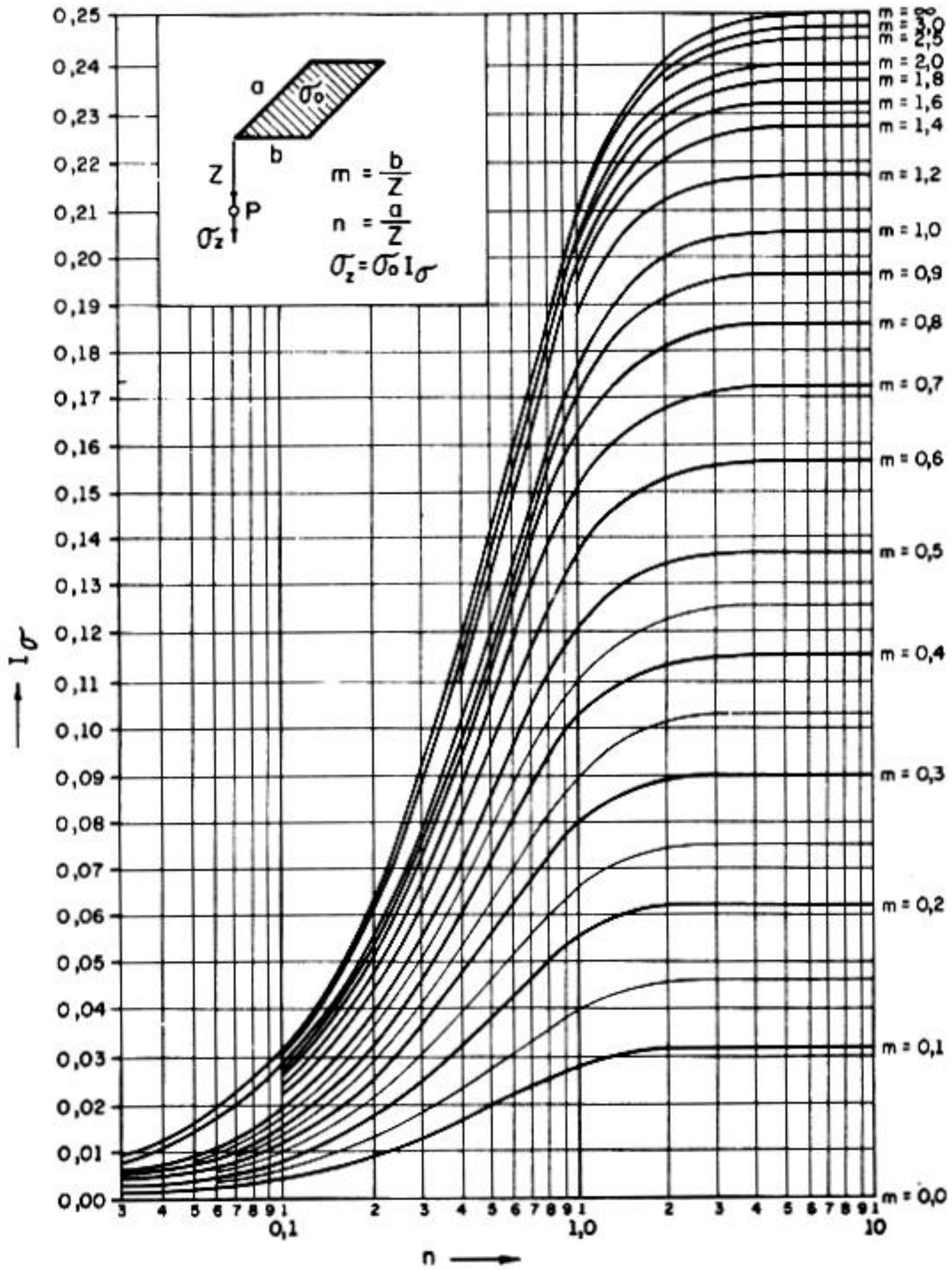
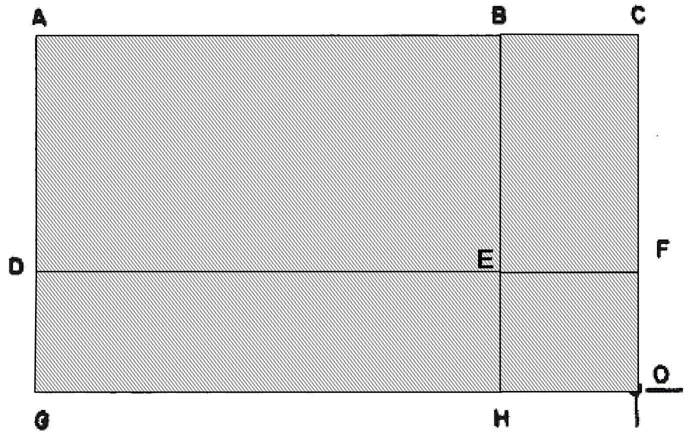
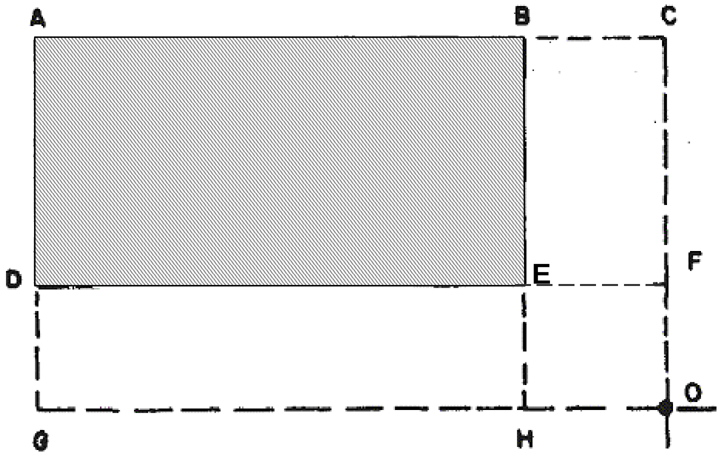


Figura 53. Tensão vertical sob canto de carga retangular uniforme



$$I_{ABDE} = I_{ACGO} + I_{BCHO} + I_{DFGO} + I_{EFHO}$$



$$I_{ABDE} = I_{ACGO} - I_{BCHO} - I_{DFGO} + I_{EFHO}$$

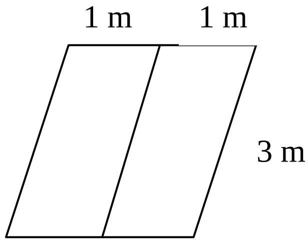
Figura 54. Soma de efeitos carga retangular uniforme

EXERCICIO

Qual a variação de tensão de um carregamento triangular simétrico de 100 KPa com 2 m de largura por 3 m de comprimento em pontos referidos no solo abaixo, sob a superfície do terreno, conforme as profundidades e distancias indicadas, nas figuras abaixo?

A. *Sob eixo de simetria do carregamento a 1 m de profundidade.*
B. *A 1 m de profundidade na quina do carregamento.*
C. *A 2 m de profundidade e a 1 m da quina do carregamento.*
(Verifica-se apenas as variações de tensão vertical $\Delta\sigma_v$)

Condição A



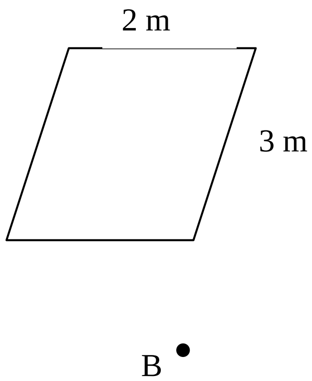
$mz = 1$ *como* $z = 1\ m,\ m = 1\ e\ n = 3$

$nz = 3$

Variação de tensão dada pelo ábaco = 0,203.

$$\Delta\sigma_v = 100 \times 0{,}203 \times 2(\textit{retângulos}) = 40{,}6KPa$$

Condição B



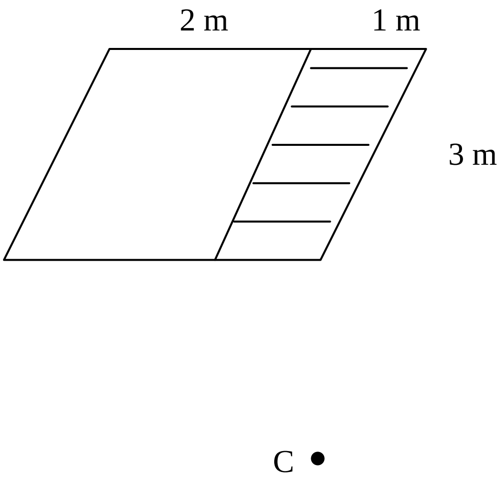
$mz = 2$ *como* $z = 1\ m,\ m = 2\ e\ n = 3$

$nz = 3$

Variação de tensão dada pelo ábaco = 0,237.

$$\Delta\sigma_v = 100 \times 0{,}237 = 23{,}7KPa$$

Condição C



$mz = 3$ *como* $z = 2\ m,\ m = 1.5\ e\ n = 1.5$

$nz = 3$

Variação de tensão dada pelo ábaco = 0,214.

$$\Delta\sigma_v = 100 \times 0{,}214 = 21{,}4KPa$$

$mz = 1$ *como* $z = 2\ m,\ m = 0.5\ e\ n = 1.5$

$nz = 3$

Variação de tensão dada pelo ábaco = 0,130.

$$\Delta\sigma_v = 100 \times 0{,}13 = 13KPa$$

$\Delta\sigma_v$ *(retângulo maior) -* $\Delta\sigma_v$ *(retângulo menor) = valor da variação de tensão*

21.4 – 13 = 7.4 KPa

EXERCICIO

Um conjunto de edifícios deve ser construído conforme indicação da figura 2.7. Assimilando o maciço de solo a um semi-espaço homogêneo e isotrópico (E= 3 x10^4 *kN/*m^2*;* $\nu = 0{,}30$ *) determinar:*

- *O acréscimo de tensão vertical no ponto P, situado a 10m de profundidade na vertical do ponto 0.*
- *Os acréscimos de tensão. vertical nos pontos O e G, ambos situados na superfície do maciço de solo.*
- *A variação no acréscimo de tensão vertical no ponto P quando se admite como parâmetros elásticos, do solo E = 5 x* 10^4 *kN/*m^2*;* $\nu = 0{,}30$*.*

Considerar as fundações dos edifícios como perfeitamente flexíveis, suportando um carregamento uniformemente distribuído $\Delta q = 50\ kN/m^2$

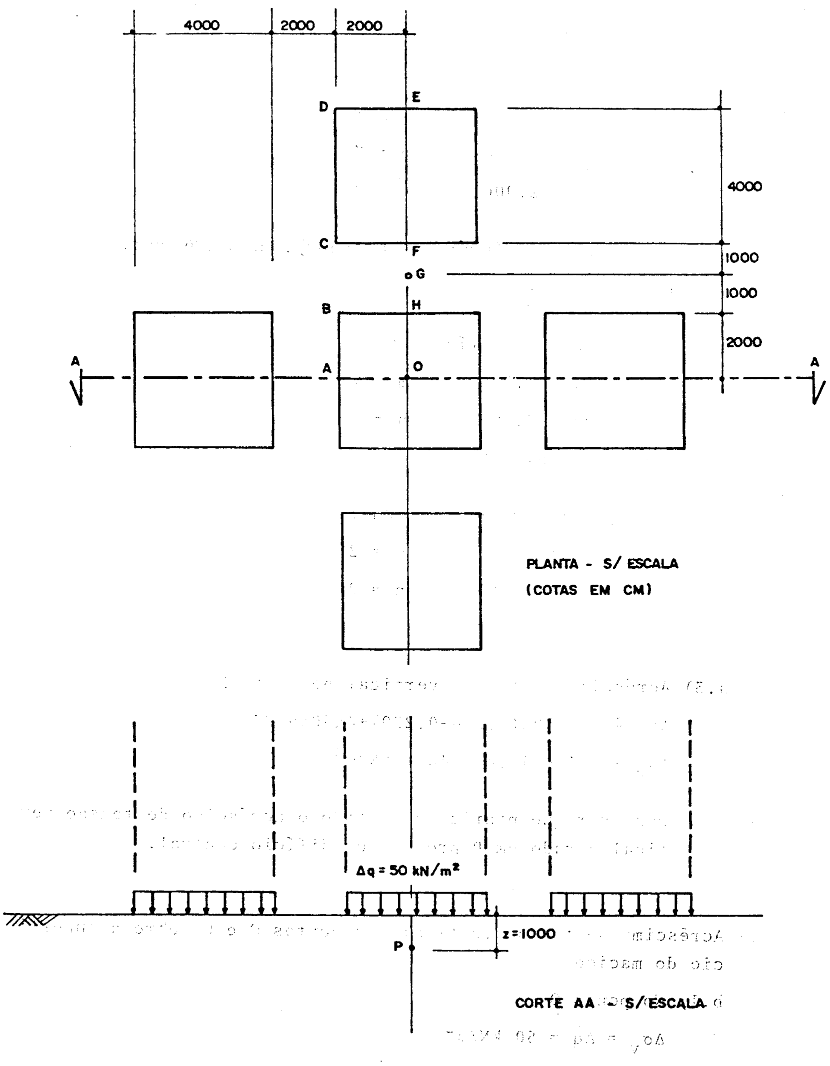


FIG. 2.7 - PLANTA DO CONJUNTO DE EDIFÍCIOS E ESQUEMA DAS FUNDAÇÕES

a) Determinação do acréscimo de tensão vertical no ponto P

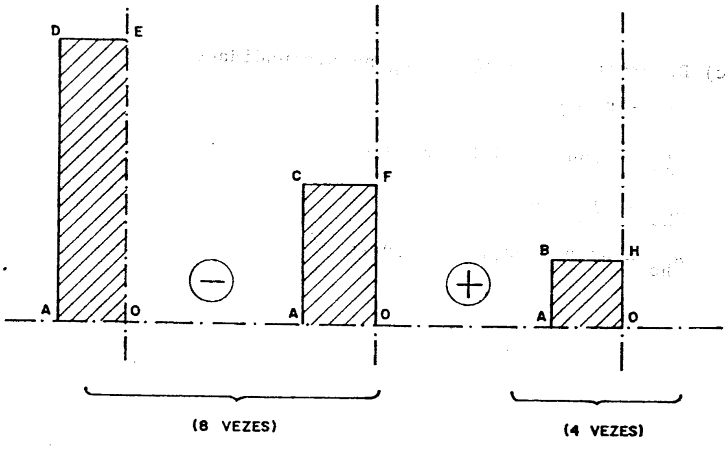


FIG. 2.6 - SUPERPOSIÇÃO DE CARREGAMENTOS ; COMPARAR COM A DISTRIBUIÇÃO DA FIG. 2.7

a.1) Esquema da superposição de carregamentos

a.2) *Fatores de forma f (m , n)*

a.2.1) Para superfície ADEO:

mz = 8.000 m = 8
nz = 2.000. n = 2 f(m, n) = 0,240

a.2.2) Para- superfície ACFO:

mz = 4.000 m = 4
nz = 2.000 n = 2 f(m,n) = 0,239

a.2.3) Para superfície ABHO:
m z= 2.000 n z = 2.000
m = 2 n = 2 f(m,n) = 0,232

a.3) Acréscimo de tensão vertical no ponto P
$\Delta\sigma v = 8 \times 50 \times (0{,}240-0{,}239)+4\times50\times0{,}232$
$\Delta\sigma v = 0{,}4 + 46{,}4 = 46{,}8\ kN/m^2$

Observar que praticamente todo o acréscimo de tensão vertical gerado em P provem do edifício central.

b) Acréscimo de tensão vertical. nos pontos O e G sobre a superfície do maciço

b 1) No ponto O
$\Delta\sigma v = \Delta q = 50\ kN/m^2$

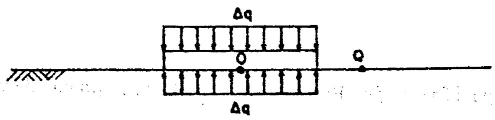


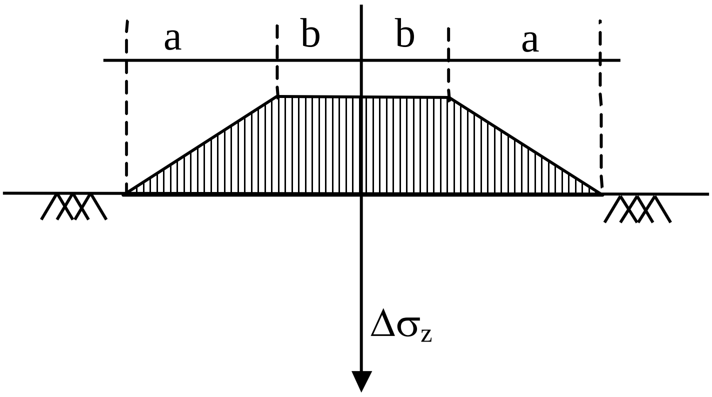
FIG. 2.8 - TENSÕES NO CONTATO SOLO/BASE FUNDAÇÃO PERFEITAMENTE FLEXÍVEL

b.2) No ponto G

$\Delta\sigma v = 0$

c) Assimilando-se o maciço de solo a um semi-espaço, linearmente elástico, isotrópico e homogêneo verifica-se que os acréscimos de tensão vertical independem dos valores dos parâmetros elásticos E e ν.

4.2.7. Fundação corrida, perfeitamente flexível, suportando carregamento trapezoidal



$$\Delta\sigma_z = 2(\Delta q \times I_z)$$

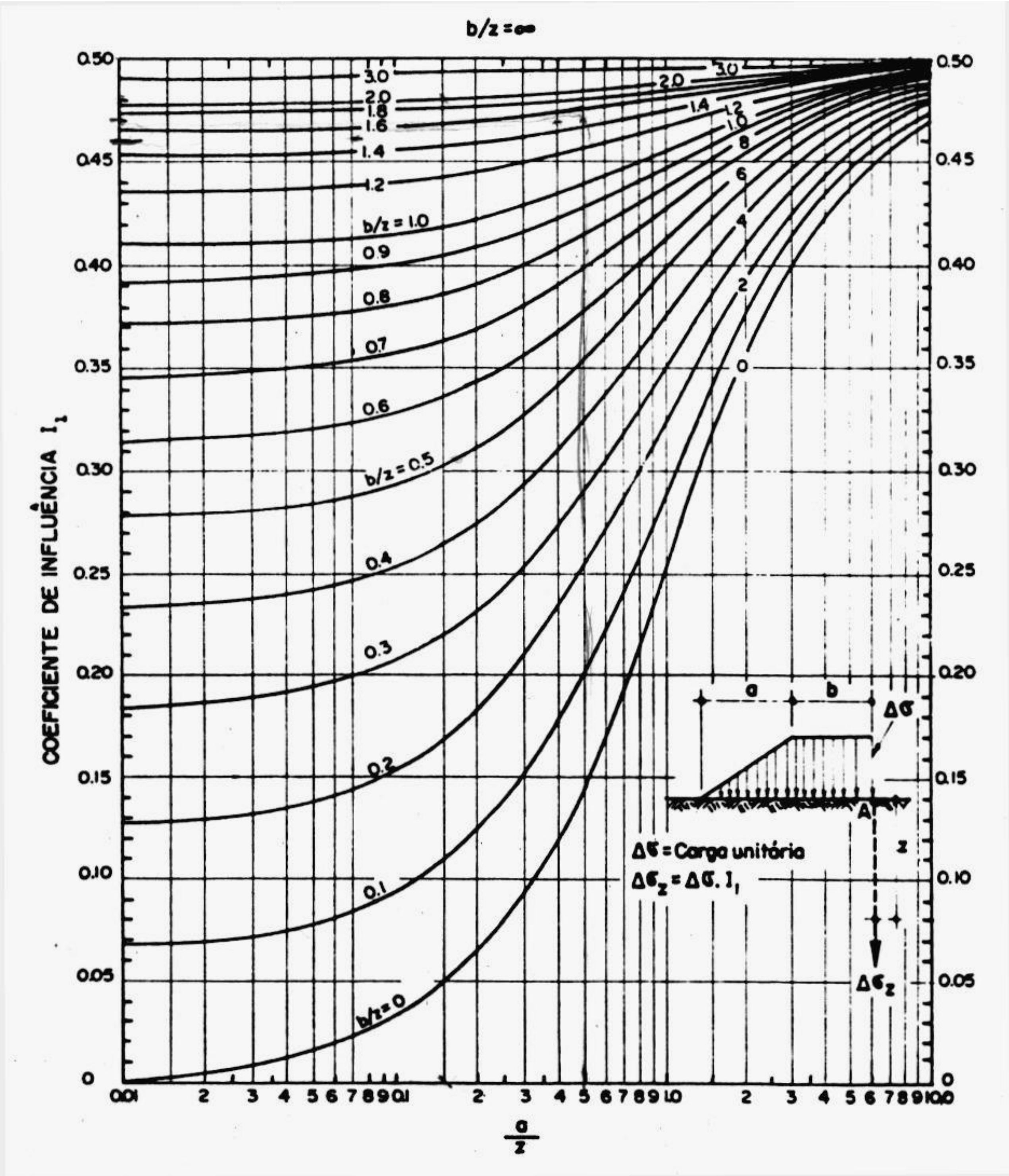
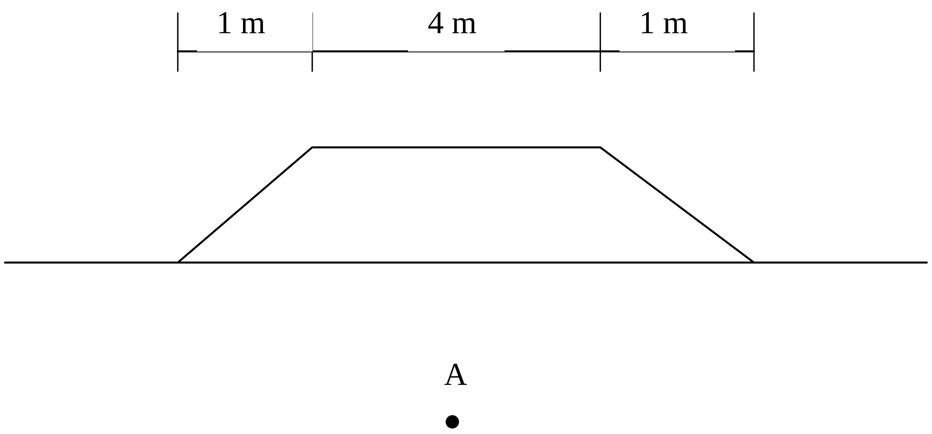


Figura 55. Carregamento infinito trapezoidal

EXERCICIO

Qual a variação de tensão ocasionada por um aterro trapezoidal com peso específico total de 20 KN/m^3 e 2 m de altura no ponto referido no solo abaixo, sob a superfície do terreno, conforme as profundidades e distancias indicadas, na figura abaixo?

A. *Sob eixo de simetria do carregamento a 1 m de profundidade.*



$$\Delta q = \gamma \times h = 20KN/m^3 \times 2m = 40KPa$$

Do ábaco, I = 0,44

$$\Delta\sigma_v = \Delta q \times I = 40 \times 0{,}44 = 17{,}6KPa \times 2 = 35{,}2KPa$$

4.2.8. Ábaco de Newmark

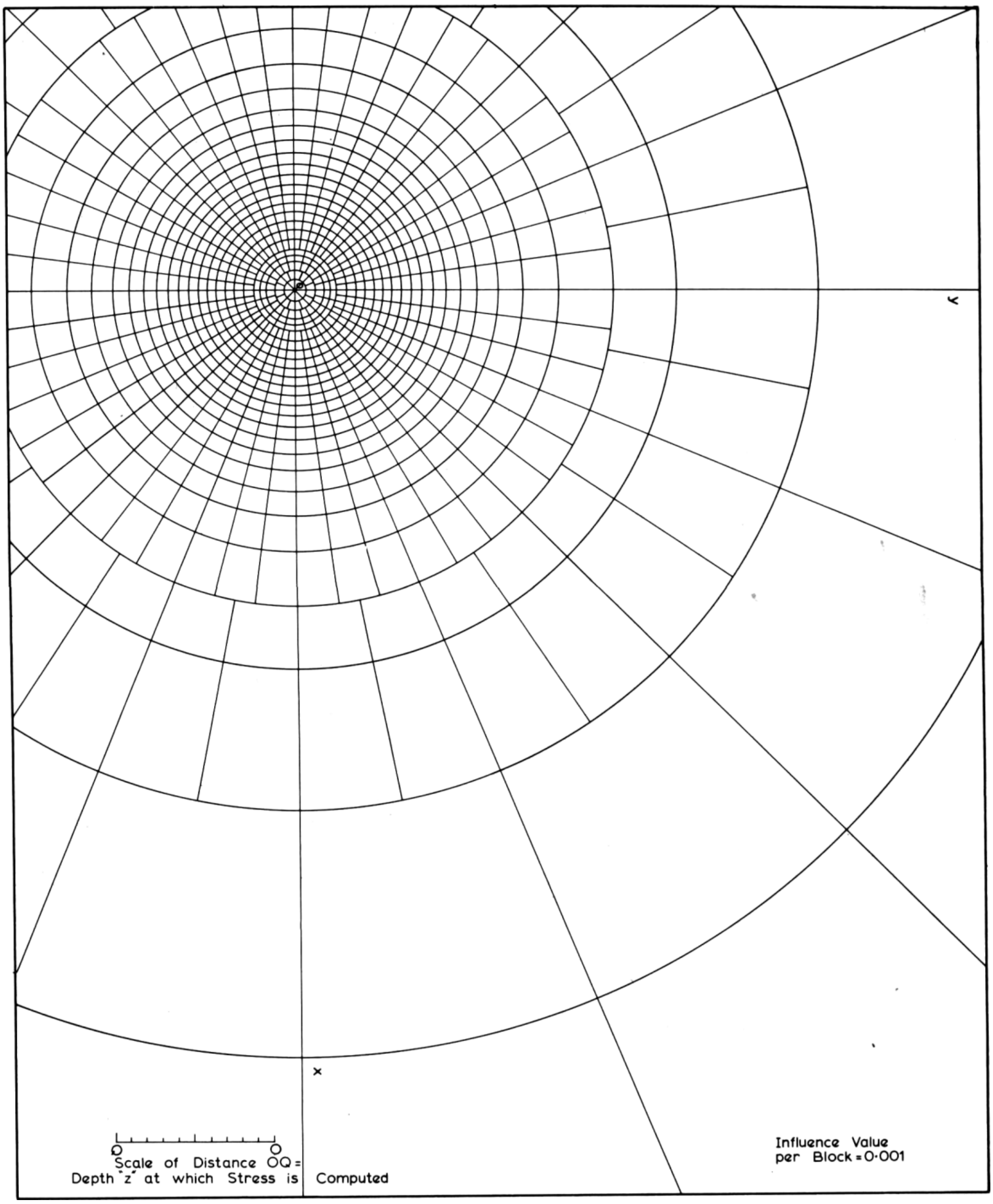


Figura 56. Ábaco de Newmark

Ábaco de Newmark para cálculo de $\Delta\sigma z$, assimilando-se o maciço de solo a um semi-espaço linearmente elástico, isotrópico e Homogêneo. A escala equivale à profundidade do ponto.

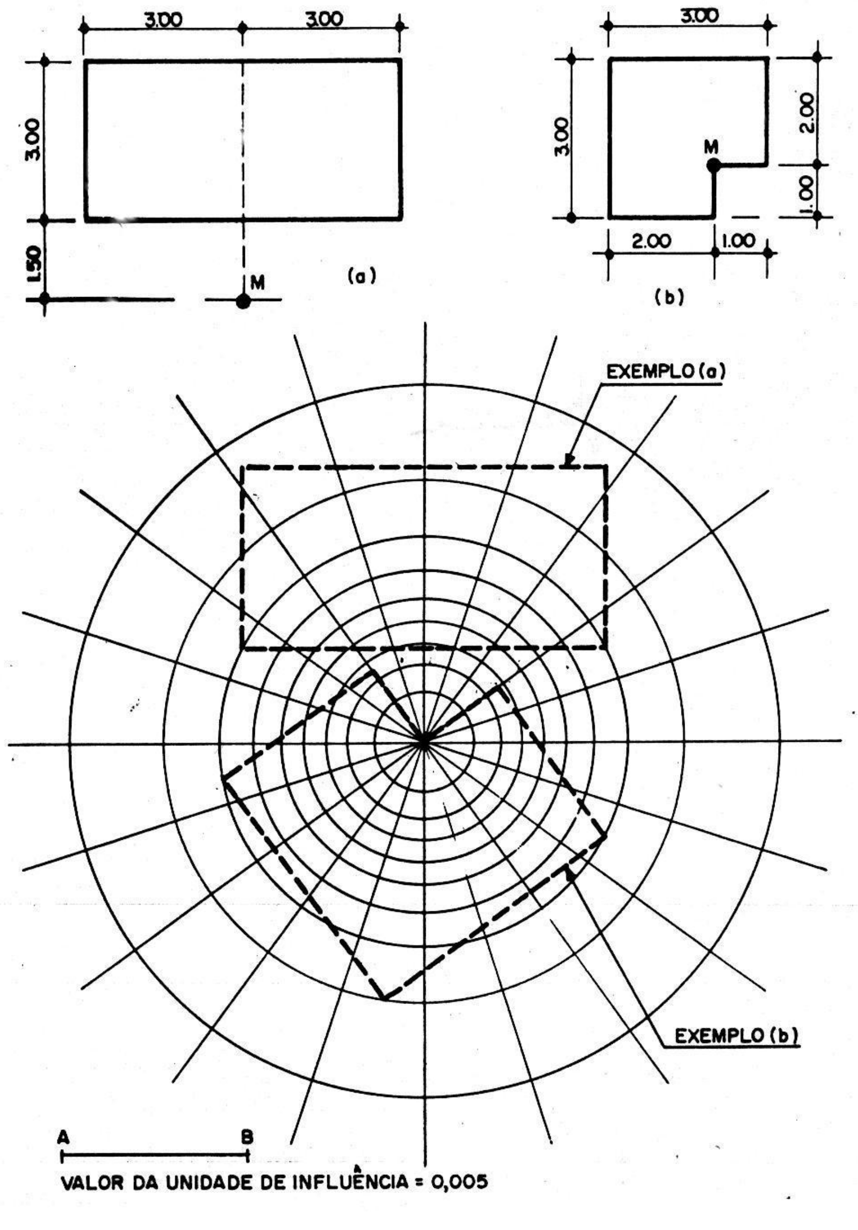
$\Delta\sigma z = 0{,}001N \times \Delta q$, onde N = número de blocos.

EXERCICIO

Com os dados da figura, calcule pelo ábaco de Newmark, a pressão vertical a 3 m de profundidade, abaixo do ponto M, para a laje "a" e a 2 m de profundidade para a laje "b".
Desenhadas as fundações nas escalas definidas respectivamente por AB = 3 m e AB = 2 m, e superpondo-as ao gráfico, fazendo com que os pontos M coincidam com o centro, obtém-se, respectivamente, N = 30 e N = 83, donde então:

Laje "a": $\sigma_z = 300 \times 30 \times 0{,}005 = 45 KPa$

Laje "b": $\sigma_z = 100 \times 83 \times 0{,}005 = 41{,}5 KPa$



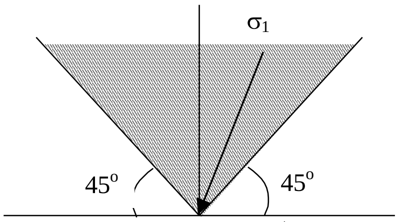
5. TRAJETÓRIA DE TENSÕES

Em muitos casos é recomendável representar as diferentes variações dos estados de tensão em um único diagrama. Nestes casos, o círculo de Mohr pode se tornar uma alternativa inadequada.

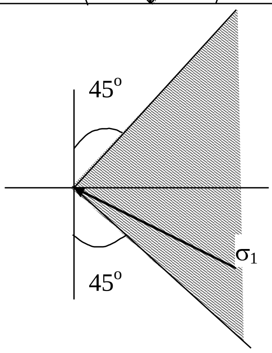
Quando se deseja acompanhar a evolução das tensões geradas por um carregamento/descarregamento, sugere utilizar um diagrama em que estão presentes somente as tensões associadas à tensão cisalhante máxima (Figura 57). Em outras palavras, ao invés de se trabalhar no plano $\tau \times \sigma$ as tensões passam a ser representadas no plano p$\times$q, onde

$$p = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2}$$

$$q = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \Rightarrow$$



$$q = -\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \Rightarrow$$



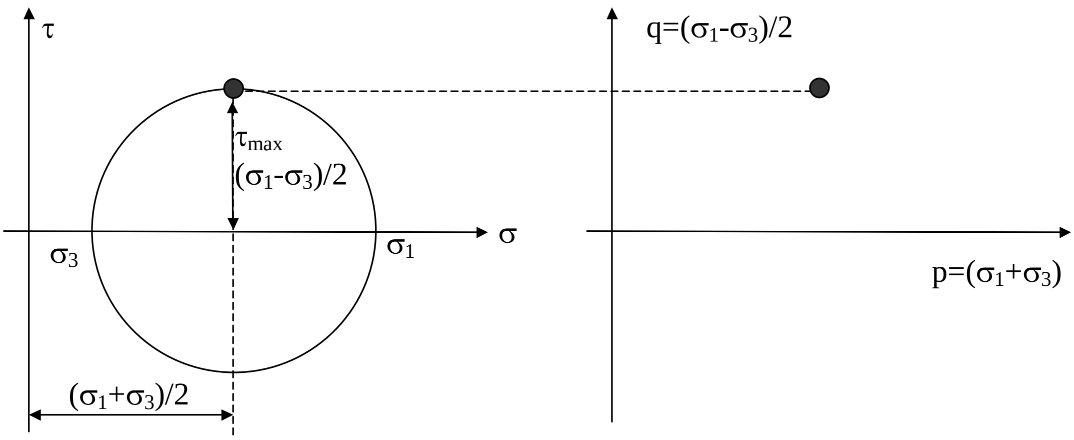


Figura 57. Diagrama p x q

Na maioria dos casos as tensões vertical e horizontal são tensões principais. A Figura 58 mostra como os diferentes estados de tensão passam a ser representados em um único diagrama, indicando a direção da trajetória de carregamento.

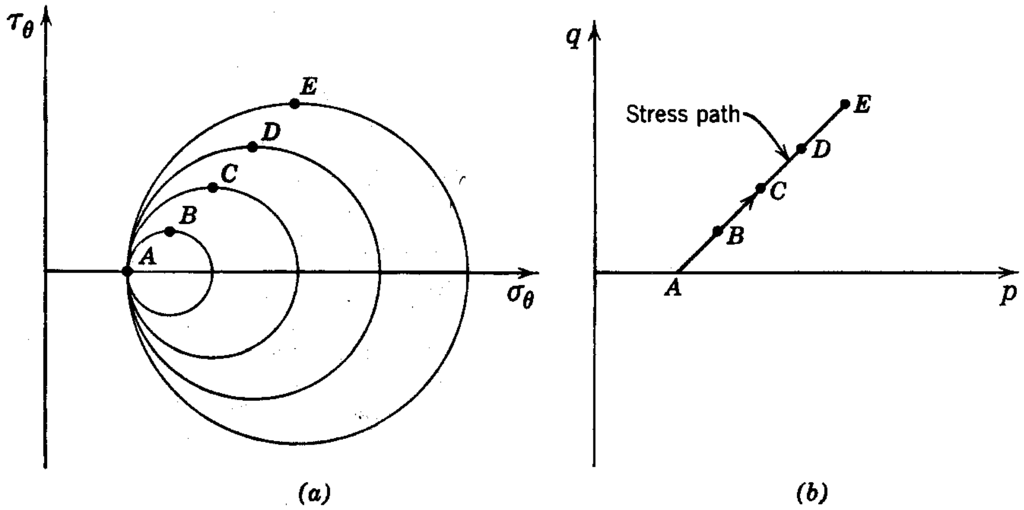
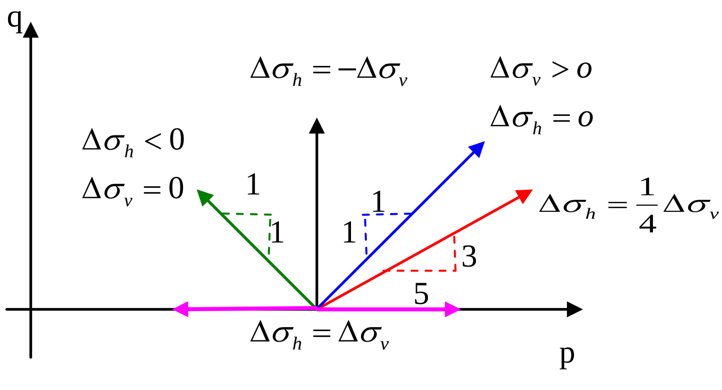


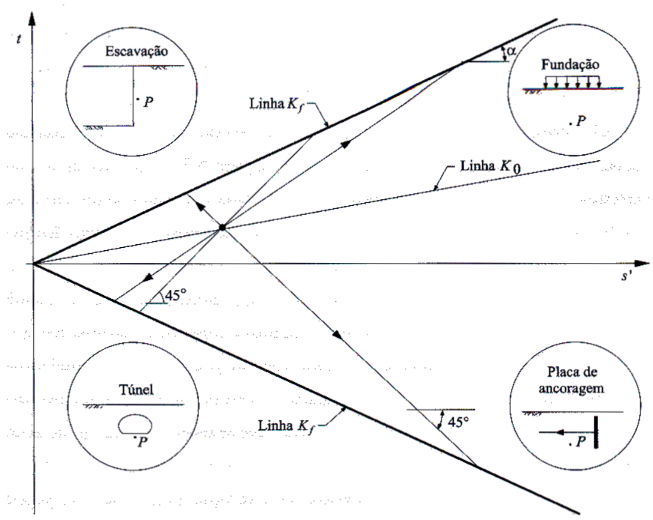
Figura 58. Diagrama p x q: evolução das tensões

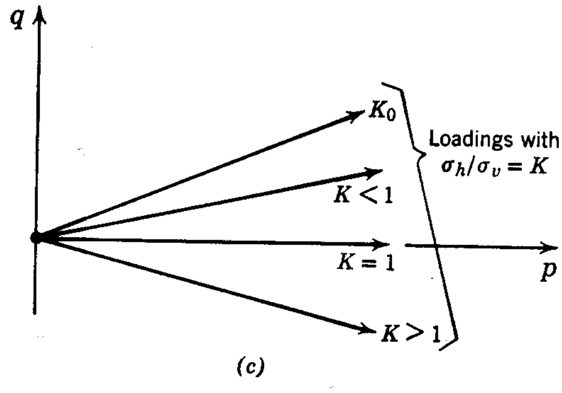
Dependendo das trajetórias de tensão é possível avaliar o tipo de carregamento imposto. A Figura 59 mostra diferentes trajetórias e os estados de tensão associados. Na Figura 59(a) as tensões iniciais são iguais (q=0); na Figura 59(b) o estado inicial corresponde a $\sigma_v > \sigma_h > 0$. Na Figura 59(c) o estado inicial corresponde a $\sigma_v = \sigma_h = 0$ e as trajetórias mantêm uma inclinação em que $\sigma_h/\sigma_v = k$. Para esta condição de carregamento

$$\tan\alpha = \frac{\Delta q}{\Delta p} = \frac{\Delta(\sigma_v - \sigma_h)/2}{\Delta(\sigma_v + \sigma_h)/2} = \frac{(1-k)\Delta\sigma_v}{(1+k)\Delta\sigma_v} = \frac{1-k}{1+k}$$



(a)





(b) (c)

Figura 59. Diagrama p x q: trajetória de tensões

5.1. Trajetória de Tensão X Comportamento do solo

A trajetória de tensão interfere no comportamento tensão deformação; isto é, os módulos de deformabilidade variam dependendo da trajetória imposta. A Figura 60 mostra resultados de ensaios triaxiais em argila onde verifica-se claramente os efeitos das trajetórias no módulo de Young. A resistência para cada tipo de carregamento e diferente. Entretanto a envoltória de resistência é única.

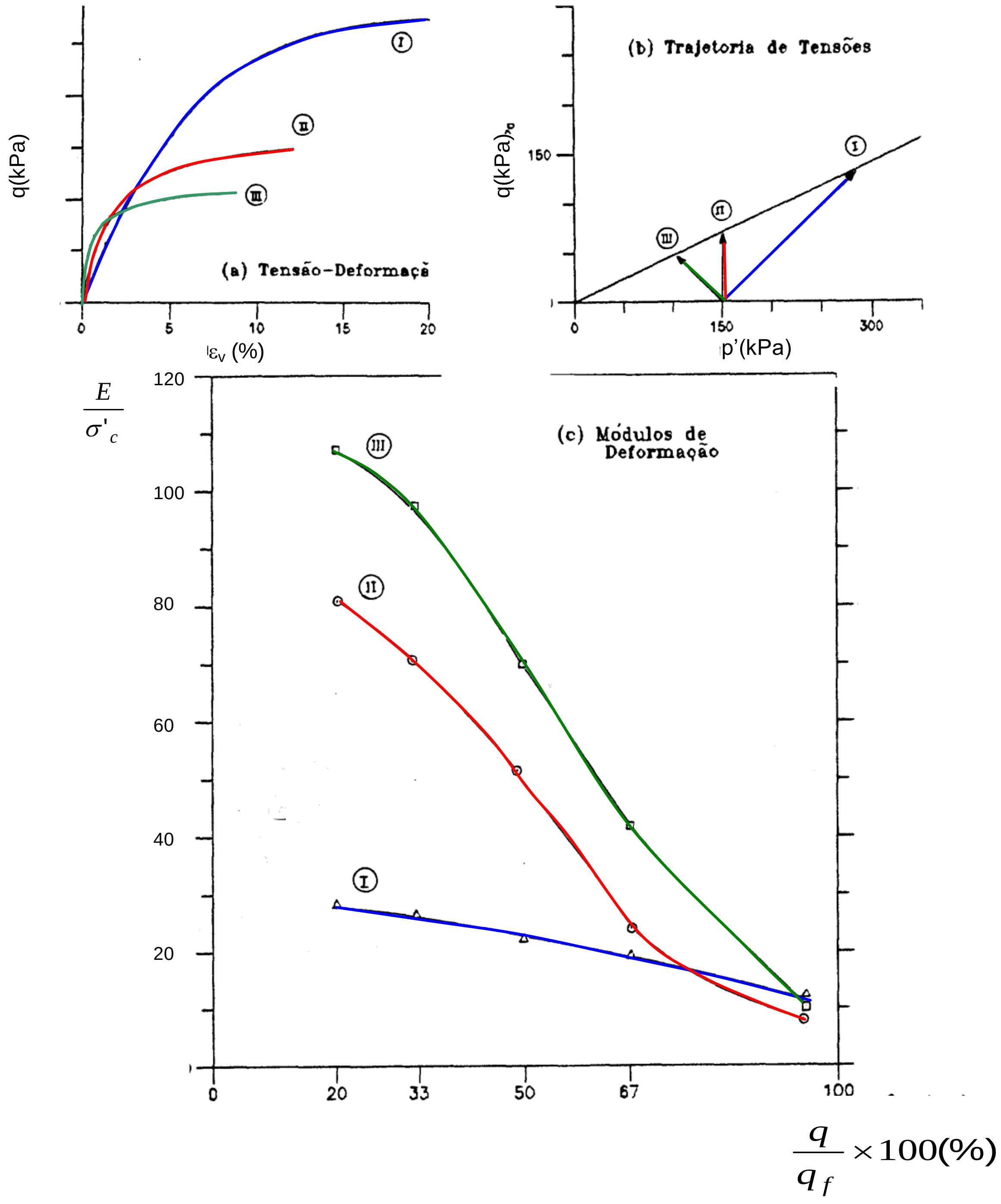


Figura 60. Influência das trajetórias de tensão no módulo de deformabilidade E[24]

Spanneberg (2003)[25] comparou os módulos de deformabilidade de amostras submetidas a ensaios triaxiais e de adensamento. No ensaio triaxial impõe-se uma trajetória total inclinada de

[24] Carpio, G. William Tapia (1990) Ensaios Triaxiais cubicos e axi-simetricos em argila normalmente adensada. Dissertação de Mestrado – PUC-Rio

45º com a horizontal, já um ensaio de adensamento segue uma trajetória de k constante. Para eliminar a influência do nível de tensões, a comparação restringiu-se ao ponto em que a trajetória de tensão do ensaio triaxial CID cruza a trajetória de adensamento (k_o), como indicado na Figura 61. A Tabela 5 resume os valores dos módulos de deformabilidade e de coeficiente de Poisson obtidos para o nível de tensão p'_1 e q'_1 (Figura 61). Na mesma tabela estão apresentados os valores do módulo de deformabilidade volumétrica (M) obtidos nos ensaios de adensamento para o estágio correspondente aos níveis de tensão p'_1 e q'_1, assim como os calculados através da correlação:

$$M = \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)}$$

Observa-se que os valores de M medidos são maiores do que os calculados a partir dos ensaios triaxiais

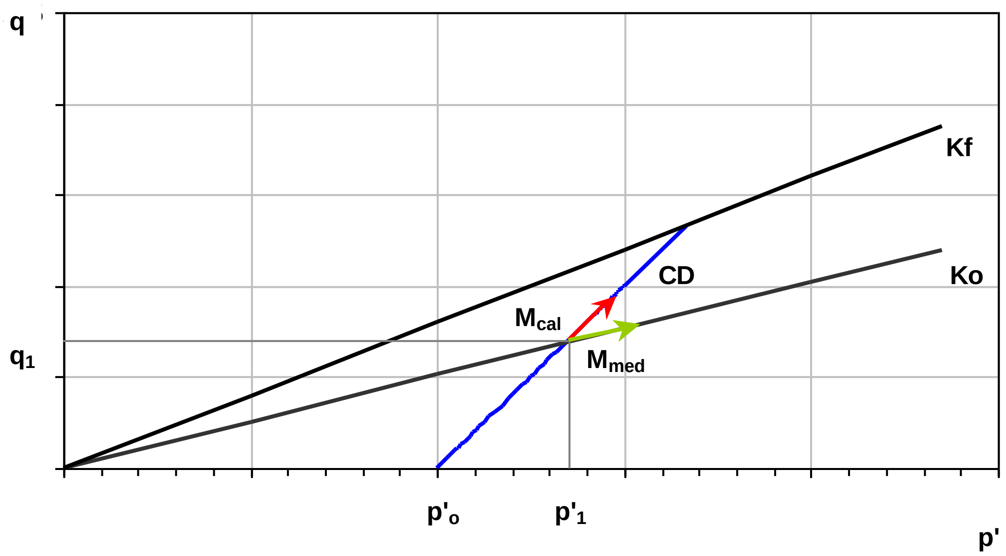


Figura 61 - Esquema das trajetórias de tensão

Tabela 5 - Parâmetros de deformabilidade obtidos nos ensaio CID

	Triaxial	*Adensamento*

[25] Spanneberg. Caracterização Geotécnica de um Depósito de Argila Mole da Baixada Fluminense. **Dissertação de Mestrado. PUC-Rio**

Ensaio	*p'₀* (kPa)	*p'₁* (kPa)	*q'₁* (kPa)	σ'_{v1} (kPa)	*E (kPa)*	ν	M_{cal} (kPa)	*Estágio* (kPa)	M_{med} (kPa)
CID –02	50	68	18	86	460	0,05	462	80 a 160	520
CID –03	100	135	35	170	445	0,18	483	160 a 320	1032
CID –01	150	200	51	251	667	0	667	160 a 320	1032

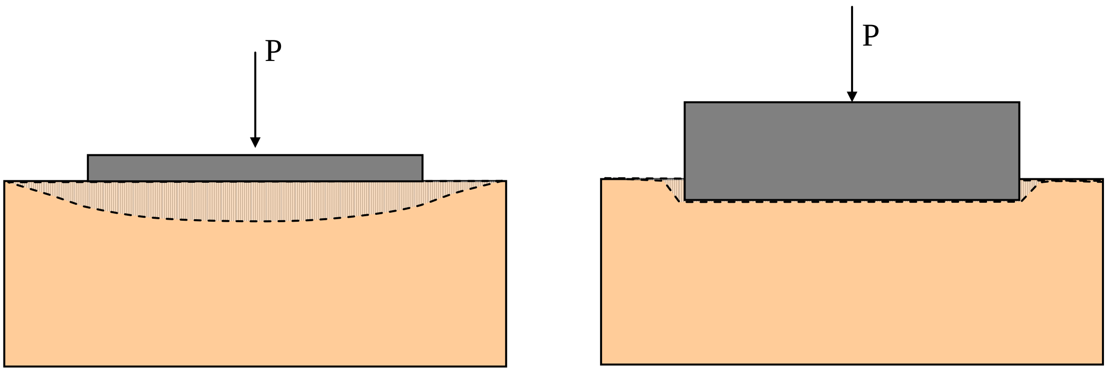
6. PRESSÕES DE CONTATO

As pressões de contato são pressões normais que são transmitidas à superfície do solo e não necessariamente correspondem às tensões verticais impostas pela fundação.

Uma placa perfeitamente flexível, apoiada na superfície do solo, quando carregada sofre deformações que resulta em maiores deslocamentos no centro do carregamento, conforme mostrado na Figura 62(a). Em contrapartida, fundações rígidas acarretam em deslocamentos uniformes Figura 62(b). Com isso verifica-se que para mesma tensão aplicada, as deformações resultantes dependem da flexibilidade da estrutura.

Os diferentes deslocamentos estarão associados a diferentes estados de tensão aplicados no contato solo-estrutura, denominados pressão de contato.

Em um carregamento flexível, as pressões de contato são uniformes e as deformações variam (Figura 63a). Já no carregamento rígido, para que as deformações sejam constantes é preciso haver uma redistribuição de tensões no contato, causando um acréscimo das tensões nas extremidades da área carregada(Figura 63b).



(a) fundação flexível (b) fundação rígida

Figura 62. Influência da rigidez da fundação nos deslocamentos

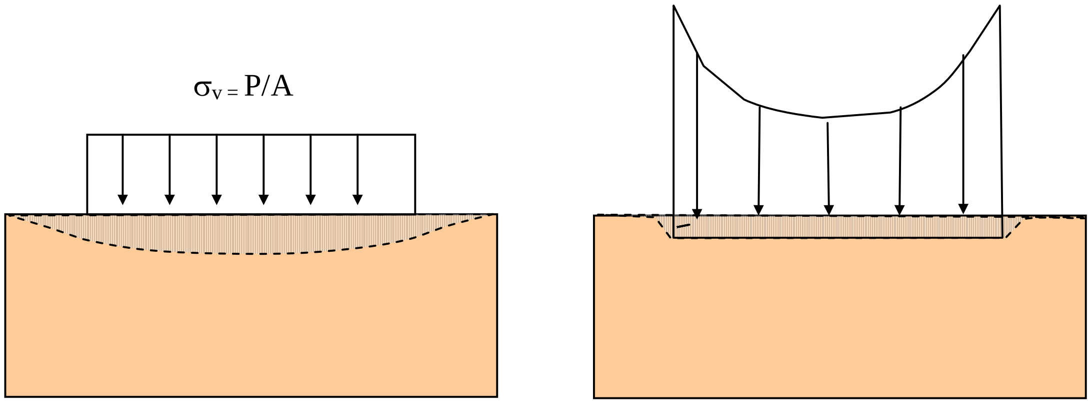


Figura 63. Influência da rigidez da fundação nas pressões de contato

Dependendo do tipo de solo, esta redistribuição nos cantos do carregamento pode atingir a resistência ao cisalhamento do solo. Nestes casos as pressões de contato se anulam e os esforços são transmitidos para a região central.

A Figura 64 mostra formas típicas de distribuição das pressões de contato nos casos de areia e argila.

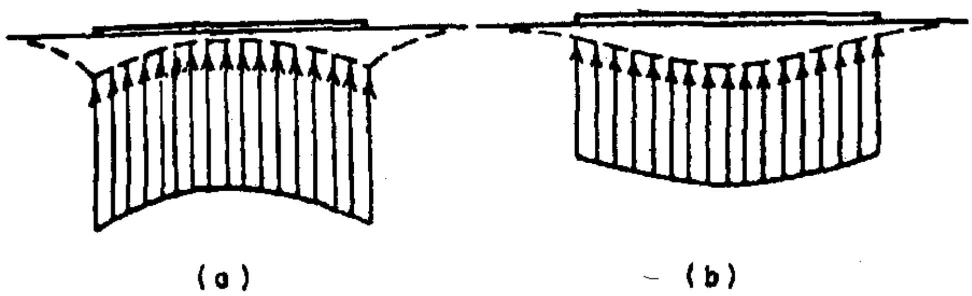


Figura 64. Pressões de contato em placa rígida (a) areia, (b) argila

O cálculo das pressões de contato foi feito Borowicka (1939) (apud Terzaghi, 1943[26]), com base na teoria da elasticidade. A solução é apresentada em função da rigidez relativa (K_r) entre a placa e o solo. A Figura 65 mostra os resultados para 2 tipos de placa (circular e corrida). Verifica-se que a redistribuição de pressões reduz as tensões no centro do carregamento para aproximadamente 50% Δq. Nas extremidades as pressões tenderiam ao infinito caso o solo não sofresse ruptura. A medida que se aumenta a profundidade de apoio da placa, maior será a resistência do solo e menor será a redistribuição de pressões devido à plastificação do solo.

[26] Terzaghi, K (1943) Theoretical Soil mechanics, ed John Wiley & Sons

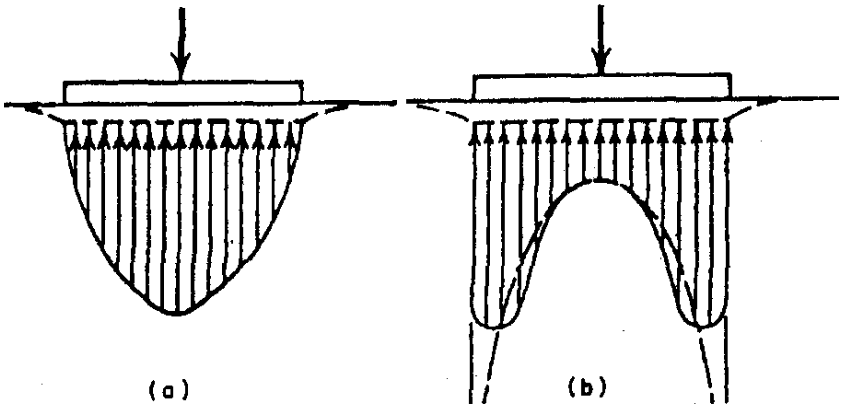


Figura 65. Pressões de contato com diferentes graus de rigidez (a) placa circular (b) placa corrida

7. MODELOS NUMÉRICOS

O cálculo do estado de tensões em solo requer a solução das equações de equilíbrio e compatibilidade, incorporando as relações tensão – deformação – resistência. Estas relações são bastante complexas em solos, uma vez que seu comportamento é não-linear, inelástico e em alguns casos dependente do tempo (creep).

Em situações simplificadas é possível calcular tensões e deformações a partir da teoria da elasticidade. A experiência tem mostrado, entretanto, que a TE fornece resultados razoáveis em termos de tensão, mas não é adequada para o cálculo das deformações.

Os modelos numéricos permitem o cálculo das tensões e deformações para qualquer problema de engenharia geotécnica. Estes modelos fornecem a solução (aproximada), em alguns pontos do domínio do problema e, por esse motivo, são denominados de métodos discretos.

Os principais métodos numéricos utilizados são:

- ✓ *Método das diferenças finitas (MDF)*
- ✓ *Método dos elementos finitos (MEF)*
- ✓ *Método dos elementos de contorno (MEC)*

O MDF consiste na subdivisão do domínio em uma malha composta por linhas ortogonais. As equações diferenciais de equilíbrio são substituídas por um conjunto de equações algébricas e as soluções são obtidas nos nós.

O MEF surgiu na década de 50 é uma evolução do Cálculo Matricial de Estruturas. O método consiste na subdivisão do domínio em uma malha de elementos. As equações diferenciais de equilíbrio são também substituídas por um conjunto de equações algébricas. As soluções são obtidas nos nós, podendo ser estendida para qualquer ponto no interior do elemento. Como os elementos podem ter forma qualquer, o MEF tem a vantagem de poder modelar geometrias complexas. Nos últimos anos este método se tornou referência para solução de problemas de engenharia.

O MEC consiste na subdivisão do contorno em elementos. As equações diferenciais de equilíbrio são também substituídas por um conjunto de equações algébricas. O fato da discretização ser limitada ao contorno, o número de equações fica reduzido, reduzindo o esforço computacional. Entretanto, domínios heterogêneos não podem ser modelados; isto é , o MEC só se aplica a problemas homogêneos e lineares.

A Figura 66 mostra as diferenças na solução de um problema de uma viga bi-apoiada, com um orifício, sujeita a um carregamento vertical

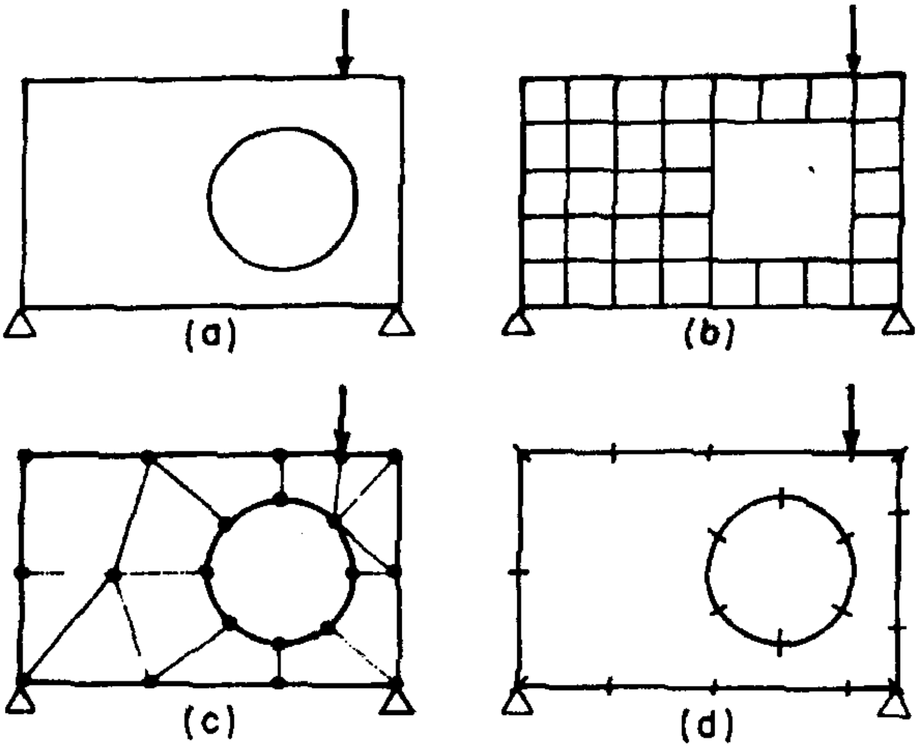


Figura 66. Esquema de malha (a) caso estudado; (b) MDF; (b) MEF(b) MEC