

FLUXO EM SOLOS SATURADOS

CONTEÚDO

1. INTRODUÇÃO	3
2. CONCEITO DE CARGA	7
2.1. ASPECTOS INTERESSANTES	8
3. FLUXO UNIDIMENSIONAL	12
3.1. LEI DE DARCY	12
3.1.1. <i>Experiência de Reynolds – Fluxo Laminar</i>	13
3.1.2. <i>Solos em série</i>	14
3.1.3. <i>Solos em Paralelo</i>	15
3.2. COEFICIENTE DE PERMEABILIDADE OU CONDUTIVIDADE HIDRÁULICA	16
3.2.1. <i>Fatores que afetam a permeabilidade ou condutividade hidráulica:</i>	16
3.2.1.1. Fluido Percolante	16
3.2.1.2. Fase sólida	18
3.2.2. <i>Determinação do Coeficiente de Permeabilidade ou condutividade hidráulica</i>	30
3.2.2.1. Ensaio de Laboratório	30
3.2.2.2. Permeâmetro de Carga Variável (baixa k)	33
3.2.2.3. Ensaio de Campo	35
3.2.3. <i>Casos Especiais</i>	50
3.2.3.1. Permeabilidade Equivalente em Solos Estratificados	50
3.3. TENSÃO EFETIVA SOB CONDIÇÃO DE FLUXO PERMANENTE	53
3.3.1. <i>Força de Percolação</i>	55
3.3.1.1. Taludes	57
4. EQUAÇÃO BÁSICA DE FLUXO EM SOLOS	61
5. FLUXO BIDIMENSIONAL EM REGIME ESTACIONÁRIO	66
5.1. SOLUÇÃO DA EQUAÇÃO DE LAPLACE	67
5.1.1. <i>Solução analítica - Fluxo Unidimensional</i>	70
5.1.2. <i>Fluxo Bidimensional</i>	71
5.1.2.1. Características das funções de fluxo e potencial	73
5.1.2.2. Condições de Contorno	75
5.2. REDES DE FLUXO	80
5.2.1. <i>Dados Extraídos da Rede de Fluxo</i>	84
5.2.1.1. Vazão total em uma região de fluxo	84
5.2.1.2. Gradiente hidráulico	85
5.2.1.3. Poropressão	86
5.2.2. <i>Traçado da rede de fluxo</i>	87
5.2.3. <i>Exemplos: fluxo confinado</i>	88
5.2.4. <i>Fluxo Não Confinado</i>	97
5.3. CASOS PARTICULARES	106
5.3.1. <i>Fluxo em solos heterogêneos</i>	106
5.3.2. <i>Meio Anisotrópico</i>	111
5.4. EXEMPLOS DE REDES DE FLUXO	118
5.5. CRITÉRIOS DE FILTRO	122
6. ANÁLISE NUMÉRICA – MÉTODO DAS DIFERENÇAS FINITAS	128
6.1. CONDIÇÕES ESPECIAIS	132
6.1.1. <i>Superfície impermeável</i>	132
6.1.2. <i>Diferentes materiais</i>	134



6.2.	APLICAÇÃO	135
7.	APÊNDICE 1. MEDIDA DE SUCCAO EM LABORATORIO	144
7.1.	PSICROMETRO	146
7.2.	FILTER PAPER	148
7.3.	TENSIOMETERS.....	153
7.4.	PRESSURE AIR CHAMBER (NULL-TYPE AXIS TRANSLATION TECHNIQUE).....	155
7.5.	POROUS BLOCK SENSOR.....	156
7.6.	PORE FLUID SQUEEZER	159
8.	REFERENCES.....	162
9.	APÊNDICE 2 – FUNÇÃO POTENCIAL COMPLEXA	162
10.	REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS	169

1. INTRODUÇÃO

Na natureza existe um sistema de circulação de água que envolve processos de precipitação (chuva ou neve), condensação e evaporação. Este sistema, denominado ciclo hidrológico, está esquematicamente representado na Figura 1.

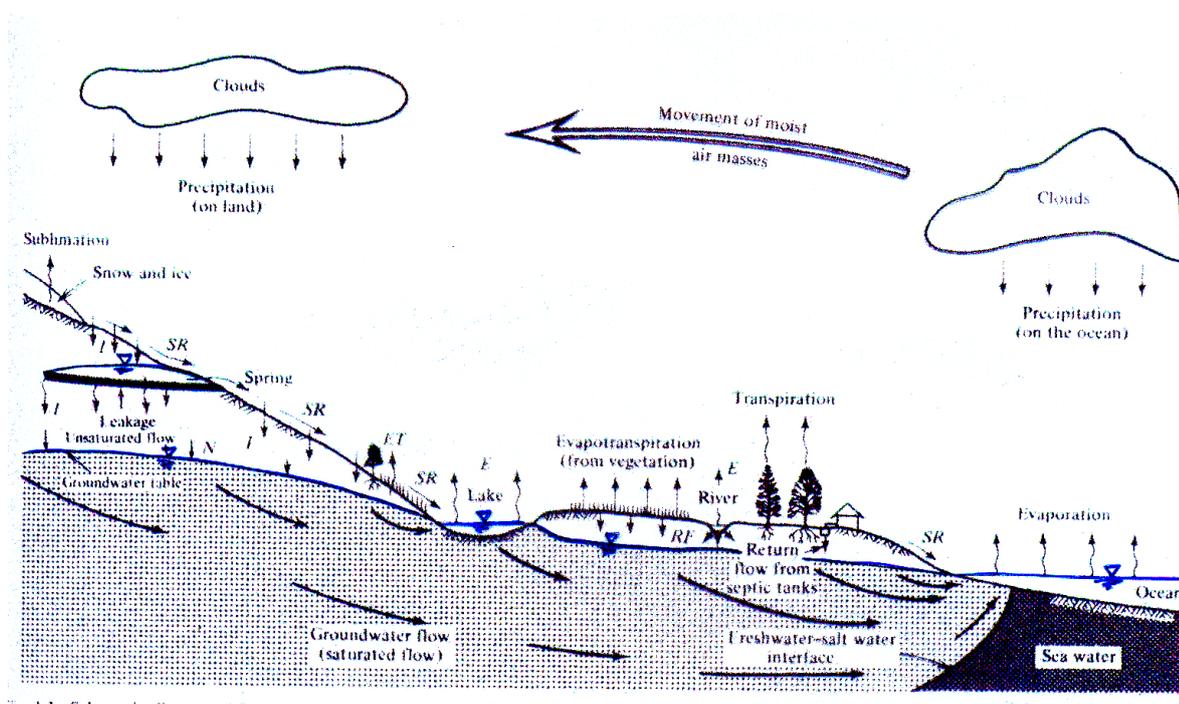
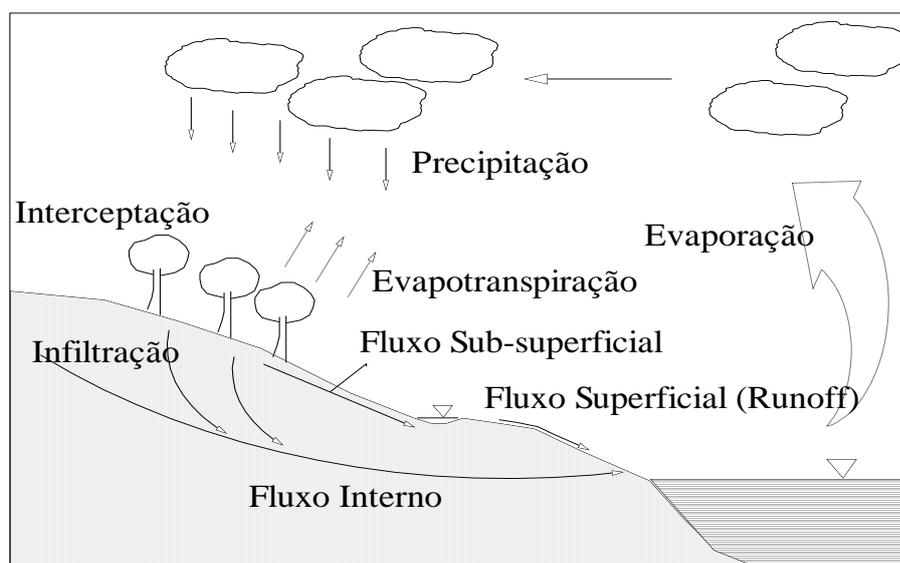


Figura 1 Esquema do Ciclo Hidrológico

Parte do volume de água precipitado atinge diretamente o solo, parte cai em rios, lagos e mares, e parte é interceptada pela vegetação. Do volume de água que é interceptado pela vegetação, parte retorna para a atmosfera por evapotranspiração e o restante ou é absorvido pela própria vegetação ou cai no terreno. Do volume de água que cai na superfície do solo, parte infiltra e parte flui superficialmente (runoff) ou fica retido em depressões superficiais. A infiltração de água no solo altera as condições de umidade da região não saturada, podendo inclusive alterar a posição da superfície freática, e, dependendo da estratigrafia, chega a gerar um fluxo sub-superficial. (Selby, 1982)

A equação que estabelece os componentes hidrológicos, denominada balanço hidrológico, pode ser expressa da seguinte forma:

$$P = Q + E + I + \Delta W + \chi \quad 1$$

onde, P representa a precipitação total, Q o runoff, E a parcela perdida por evapotranspiração, ΔW a variação do nível do reservatório (rios, lagos e mares), I a variação de umidade do solo decorrente do processo de infiltração e χ perdas adicionais, que incluem interceptação pela vegetação e armazenamento parcial em depressões superficiais.

A quantificação de cada um dos termos da equação é muito difícil, pois depende de fatores tais como: intensidade de precipitação, tipo de solo, tipo de vegetação, topografia da superfície e condições meteorológicas (temperatura, vento, umidade do ar, etc). Assim sendo, para se estabelecê-los corretamente seriam necessários vários anos de monitoramento no campo. Existem, entretanto, na literatura, algumas tentativas de modelagem numérica as quais só são válidas para as condições em que foram estabelecidas. (Selby, 1982)¹

Na prática, o engenheiro deve prever pressões de água, vazões e, em determinados, é um desafio obter uma resposta correta. Na Figura 2, observa-se uma situação em que há nível da água suspenso, nível d'água local e uma camada mais permeável na qual as pressões de água

¹ Selby, M.J.(1982) - *Hillslope Materials & Processes* - Oxford University Press, Walton Street, Oxford.

não estão regidas pelo os condicionantes locais, e sim por uma carga de pressão mais elevada.

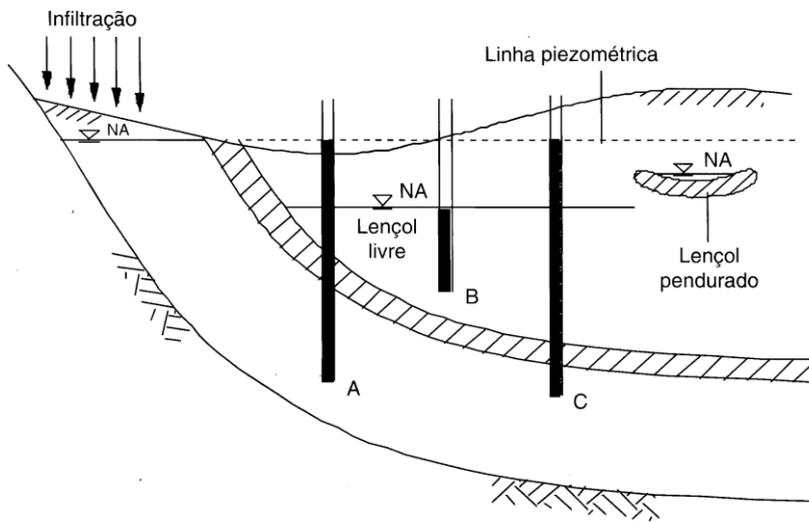


Figura 2. Sistemas independentes de percolação²

Para se determinar as pressões de água e vazões, o engenheiro deve estabelecer um modelo de fluxo e, a partir deste determinar estas respostas para o projeto, como mostram as Figura 3 e Figura 4 , e eventualmente, projetar os dispositivos de drenagem.

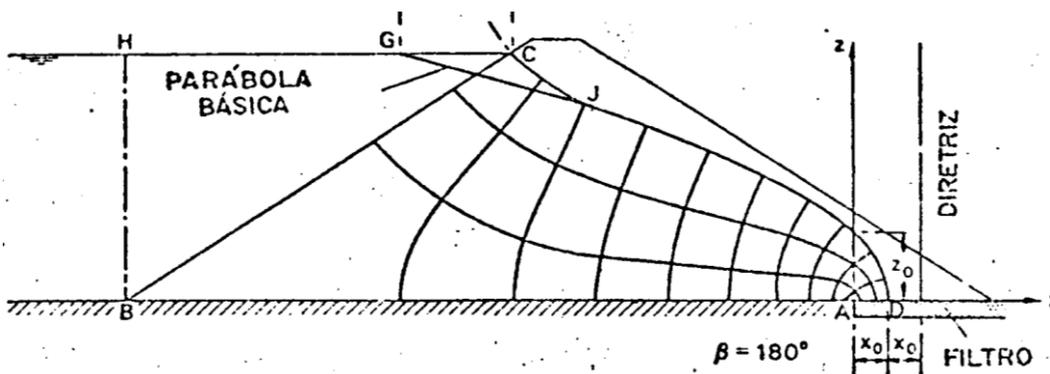


Figura 3. Fluxo em Barragem homogênea

² Ortigao, J.A.R (1995) . Introdução a Mecânica dos Solos dos Estados Críticos

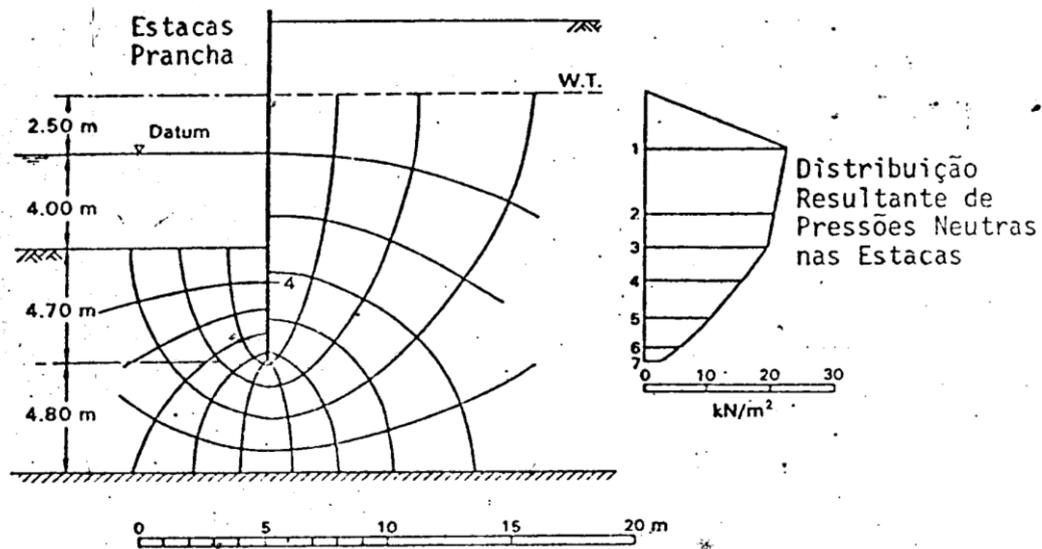


Figura 4. Fluxo em cortina

2. CONCEITO DE CARGA

Para o estudo do movimento de água é necessário conhecer seu estado de energia, ou seja, seu potencial. O movimento de água pode ser estudado como a resultante de uma diferença de potencial, tomado sempre em relação a um referencial

Qualquer partícula de água em repouso ou em movimento possui uma determinada quantidade de energia, a qual pode ser subdividida em 3 componentes:

Energia de elevação

$E_e = mz$ → igual ao trabalho cedido para se elevar uma partícula de água de uma determinada cota de referência para outra cota.

Energia de pressão

$$E_p = \frac{mp}{\gamma_w}$$

→ igual ao trabalho cedido para alterar a pressão de um valor de referência (p_{atm}) para outro valor

Energia cinética

$$E_c = \frac{mv^2}{2g}$$

→ igual ao trabalho cedido para variar a velocidade da partícula de um valor de referência ($v=0$) para outro valor

Define-se carga como:

$$\text{carga} = \frac{\text{energia}}{\text{massa}}$$

(h)

carga de elevação: $h_e = \frac{mz}{m}$

carga de pressão: $h_p = \frac{mp}{\gamma_w m} = \frac{u}{\gamma_w}$

carga de velocidade: $h_v = \frac{mv^2}{2gm} = \frac{v^2}{2g}$

$$h = h_e + h_p + h_v = z + \frac{u}{\gamma_w} + \frac{v^2}{2g}$$

2.1. Aspectos Interessantes

1) O conceito de carga total está ligado à quantidade de energia. Em um sistema fechado, a carga total só varia se houver uma mudança na quantidade de energia.

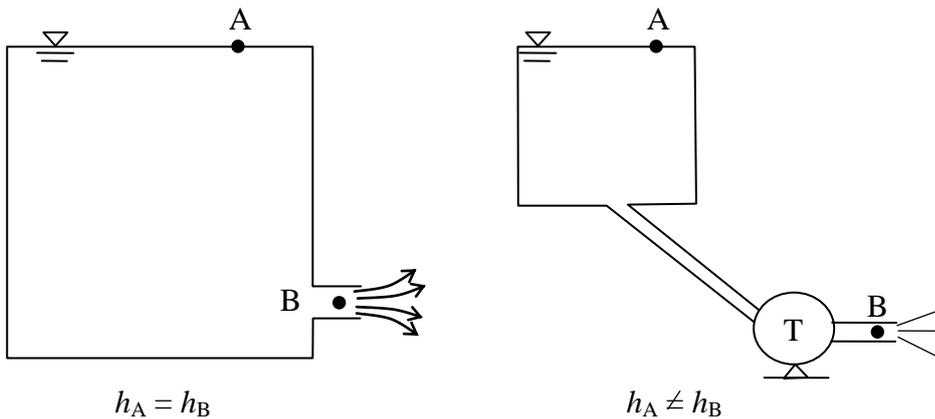


Figura 5

Exemplo 1: copo d'água ($v=0$)

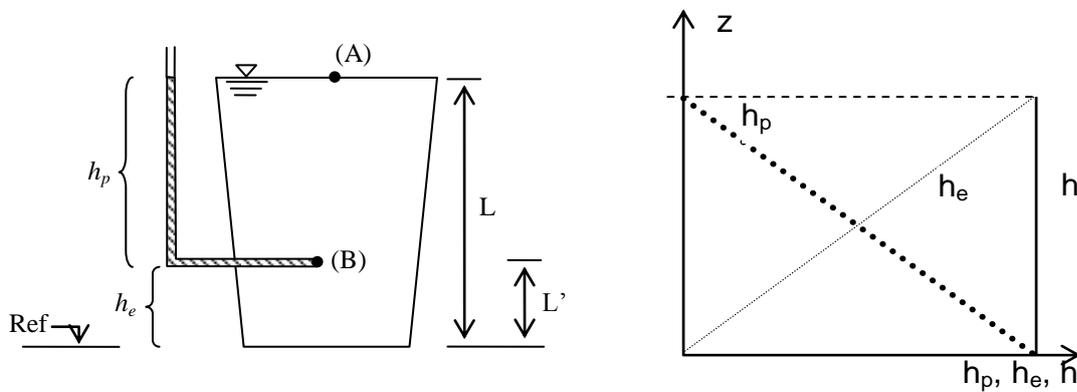


Figura 6

Há movimentação de água?

$$(A) \quad \left. \begin{array}{l} h_e = L \end{array} \right\} h=L$$

$$\Rightarrow v_A = v_B = 0$$

$$h_p = 0$$

Há variação de energia?

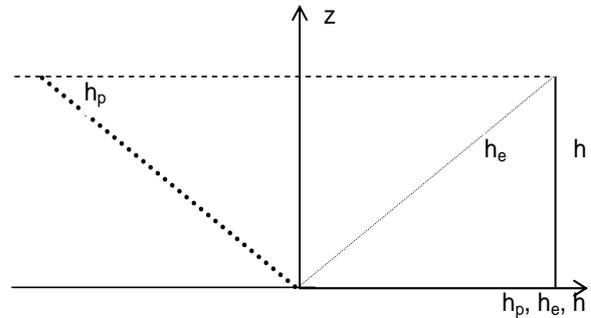
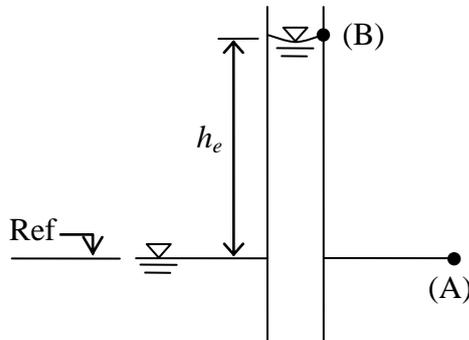
$$(B) \quad \left. \begin{array}{l} h_e = L' \end{array} \right\} h=L$$

\Rightarrow MESMA CARGA TOTAL

$$h_p = L-L'$$

Figura 7.

Exemplo 2: Tubo capilar ($v=0$)



Há movimentação de água?

$$\Rightarrow v_A = v_B = 0$$

Há variação de energia?

\Rightarrow MESMA CARGA TOTAL

(A) $h_e = 0$

$h_p = 0$

$h_A = h_B = 0$

(B) $h_{eB} = h_c$

$h_{pB} = -h_c$

$u_B = -h_c \gamma_w \Rightarrow \text{negativa!}$

Figura 8.

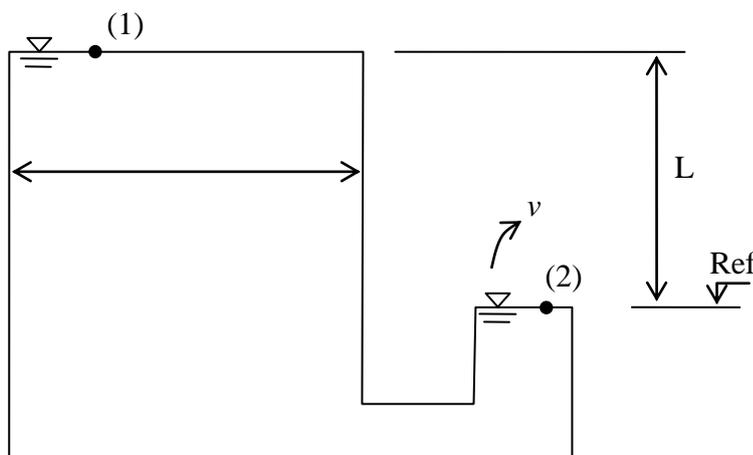


Figura 9

Há variação de energia?

\Rightarrow MESMA CARGA TOTAL

Há movimentação de água?

\Rightarrow sim

(1) Area muito grande

$v_1 = 0$

$$h_1 = L + \frac{p_{atm}}{\gamma_w} + 0$$

$$h_2 = 0 + \frac{p_{atm}}{\gamma_w} + \frac{v_2^2}{2g}$$

(2)

$$h_1 = h_2 \Rightarrow L = \frac{v_2^2}{2g} \therefore v_2 = \sqrt{2gL}$$

2) Obs.: Em solos, a velocidade de fluxo é muito baixa.

$v = 0,01 \text{ m/s}$ (velocidade considerada alta)

$$h_v - \frac{v^2}{2g} = \frac{10^{-4} (\text{m/s})^2}{2 \times 10 \text{ m/s}^2} = 0,5 \times 10^{-5} \text{ m}$$

$$h = h_e + h_p$$

3) Solo é um material permeável → os vazios são interconectados e independente da compactidade a água percola por entre os grãos.

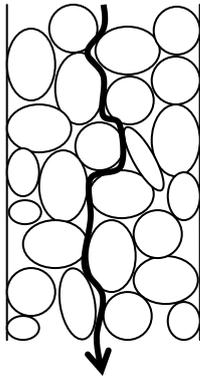


Figura 10

O fluxo se dá de forma tortuosa, mas para simplificar considera-se como se fosse linear (macroscopicamente).

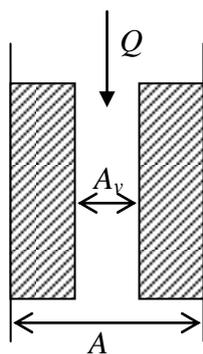


Figura 11

$$Q = vA$$

por continuidade:

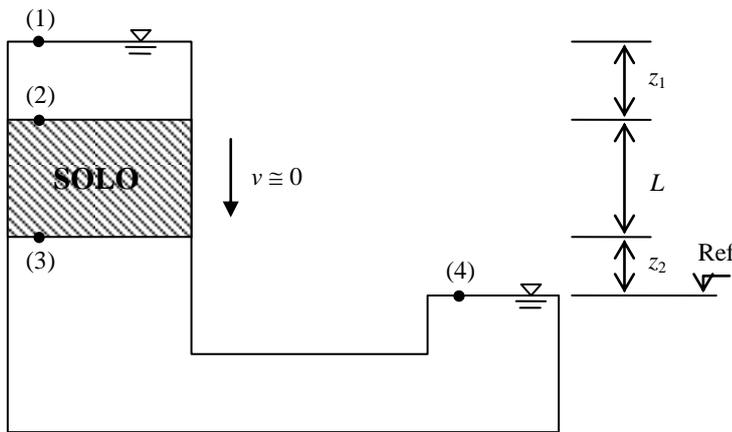
$$q = vA = v_s A_v \therefore v_s = \frac{vA}{A_v}$$

v = velocidade superficial

v_s = velocidade de percolação

A_v = área de vazios

$$v_s = \frac{v}{n}$$



$$(2) \cong (1)$$

$$h_2 = \underbrace{(z_1 + z_2 + L)}_{h_e} + \frac{p_{atm}}{\gamma_w} + \frac{v^2}{2g}$$

$$(3) \cong (4) \quad h_3 = 0$$

$$h_2 > h_3$$

Como $v \cong 0$ em solos, o fluxo se dá por uma diferença de carga total.

Figura 12

Exemplos de distribuições de carga total, de elevação e de pressão:

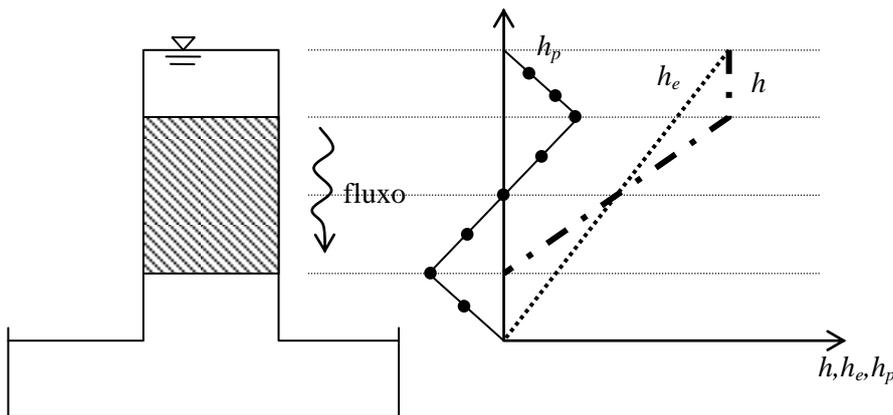


Figura 13

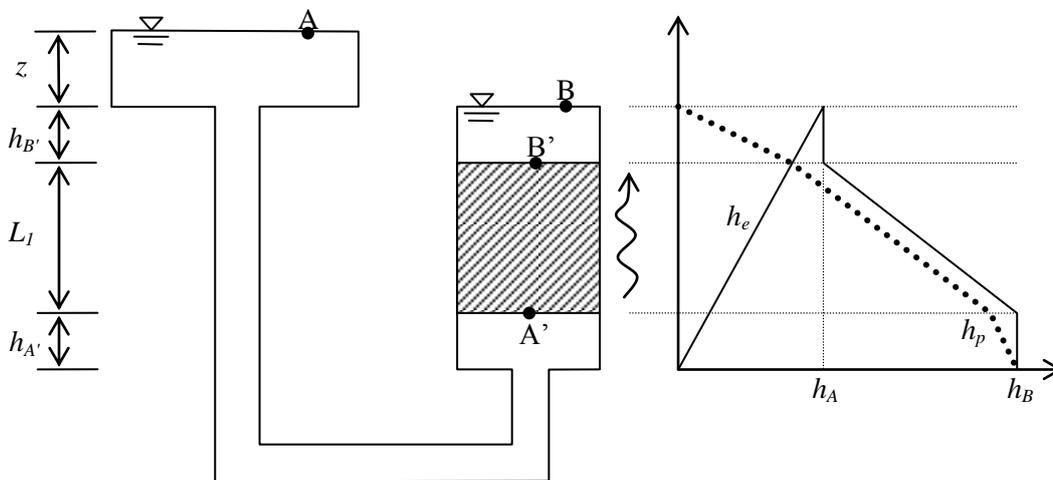


Figura 14

3. FLUXO UNIDIMENSIONAL

3.1. Lei de Darcy

Darcy, em 1850, executou uma experiência clássica para estudar o fluxo de água através de solos. Variando o comprimento da amostra (L), a pressão de água no topo e no fundo da amostra, Darcy mediu a vazão que atravessa a amostra

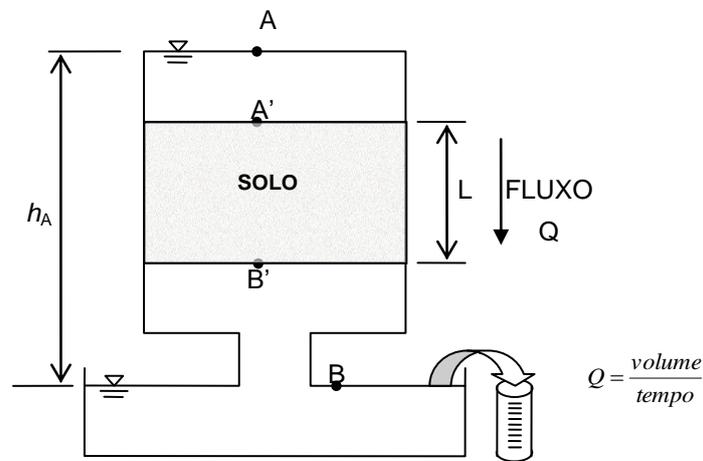


Figura 15

$$\begin{aligned} h_A &= h_A \\ h_B &= 0 \end{aligned}$$

$$\left. \begin{aligned} h_A &= h_A \\ h_B &= 0 \end{aligned} \right\} \Delta h = h_A - h_B$$

onde

k = Coeficiente de permeabilidade ou Condutividade hidráulica

A = área

$i = \frac{\Delta h}{L}$ = gradiente hidráulico

$$Q \propto \frac{\Delta h}{L} A$$

$$Q = k \frac{\Delta h}{L} A$$

Obs.:

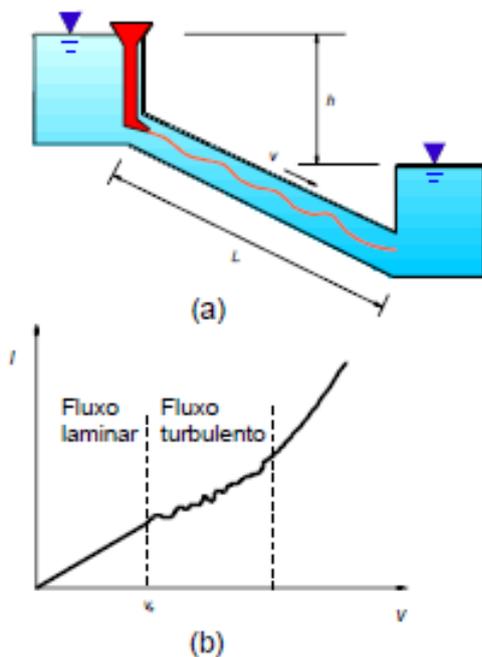
A lei de Darcy vale em fluxo laminar segundo Taylor (1948) \Rightarrow solos com $D_{10} > 0,5 \text{ mm}$ \rightarrow fluxo turbulento

Na prática, siltes, areias e argilas, em geral, satisfazem a lei de Darcy.

3.1.1. Experiência de Reynolds – Fluxo Laminar

As bases teóricas sobre o regime de escoamento em condutos forçados foram estabelecidas por Reynolds, em 1883. A experiência de Reynolds consistiu em permitir o fluxo de água através de uma tubulação transparente e, por meio de um pequeno funil instalado no tanque superior, introduzir um corante para identificar se o fluxo seguiria uma trajetória retilínea (escoamento *laminar*) ou um regime *turbulento*.

Reynolds variou o diâmetro D e o comprimento L do conduto e a diferença de nível h entre os reservatórios, medindo a velocidade de escoamento v . Os resultados mostraram que há uma *velocidade crítica* v_c abaixo da qual o regime é laminar, havendo proporcionalidade entre gradiente hidráulico e velocidade de fluxo. Para velocidades acima de v_c , a relação não é linear e o regime de escoamento é turbulento. Ainda segundo Reynolds, o valor de v_c é relacionado teoricamente com as demais grandezas intervenientes através da equação:



$$v_c = \frac{Re \mu g}{D \gamma}$$

$Re = n^\circ$ de Reynolds = 2000

μ = viscosidade ($\cong 10$ milipoise $\cong 10^{-6}$ kN.seg/m² a 20°)

γ = peso específico

g = aceleração da gravidade

D = diâmetro do tubo

Figura 16

Em solos o fluxo em geral é laminar, visto que, considerando água a 20 °C, tem-se para $D = 5\text{mm}$

$$v_c = \frac{2 \times 10^3 \times 10^{-6} \text{ kN.seg} / \text{m}^2 \times 10 \text{ m} / \text{seg}^2}{5 \times 10^{-3} \text{ m} \times 10 \text{ kN} / \text{m}^3} = 0,4 \text{ m} / \text{seg}$$

Velocidades de fluxo em solos são da ordem de $v_{\text{solos}} \cong 0,01 \text{ m/s}$; isto é, muito inferiores a velocidade crítica

3.1.2. Solos em série

$$k_1 = 2k_2$$

$$A_1 = 2A_2$$

$$h_A = h_{A'} = z_2 + L_2 + L_1 + z_1$$

$$h_B = h_{B'} = 0$$

$$h_C = ?$$

Por continuidade:

$$q_1 = q_2$$

$$k_1 \frac{\Delta h_1}{L_1} A_1 = k_2 \frac{\Delta h_2}{L_2} A_2$$

$$2k_2 \frac{h_A - h_C}{L_1} 2A_2 = k_2 \frac{h_C - h_B}{L_2} A_2$$

$$h_A - h_C = (h_C - h_B) \left(\frac{L_1}{4L_2} \right)$$

$$h_C \left(\frac{L_1}{4L_2} + 1 \right) = h_A + h_B \left(\frac{L_1}{4L_2} \right)$$

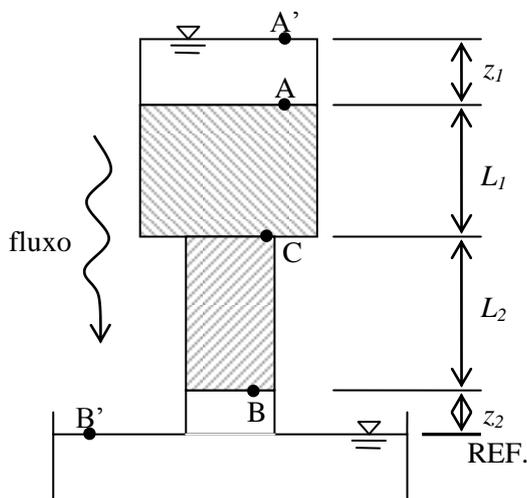


Figura 17

$$h_C = \frac{h_A + h_B \left(\frac{L_1}{4L_2} \right)}{\left(\frac{L_1}{4L_2} \right) + 1}$$

3.2. Coeficiente de Permeabilidade ou condutividade hidráulica

$k \rightarrow$ é uma propriedade que indica a maior ou menor facilidade da água percolar através do solo.

O coeficiente de permeabilidade pode ser visto como equivalente à velocidade de fluxo sob gradiente unitário.

Tabela 2 – Classificação quanto ao grau de permeabilidade ou condutividade hidráulica³

Coeficiente de Permeabilidade (cm/s)	Grau de Permeabilidade
$K < 10^{-7}$	Praticamente Impermeável
$10^{-7} < K < 10^{-5}$	Muito Baixo
$10^{-5} < K < 5 \times 10^{-3}$	Baixo
$10^{-3} < K < 10^{-1}$	Médio
$K > 10^{-1}$	Alto

3.2.1. Fatores que afetam a permeabilidade ou condutividade hidráulica:

3.2.1.1. Fluido Percolante

A viscosidade do fluido percolante afeta diretamente a k ., visto que esta varia com a temperatura. Quanto maior é a temperatura, menor é a viscosidade e maior a permeabilidade :

(\uparrow temperatura $\downarrow \mu$ $\uparrow k$)

A influência do fluido percolante pode ser eliminada através do uso do conceito de permeabilidade absoluta ou específica (K em cm^2); isto é

$$K = \frac{\mu}{\gamma} k$$

Onde μ e γ = viscosidade e peso específico do fluido. A Figura 19 mostra curvas de permeabilidade relativa para diversos tipos de fluido percolando através de caulinita. Apesar das influências da viscosidade e peso específico terem sido eliminadas, observa-se ainda diferenças entre os fluidos.

³ Terzaghi e Peck, 1967

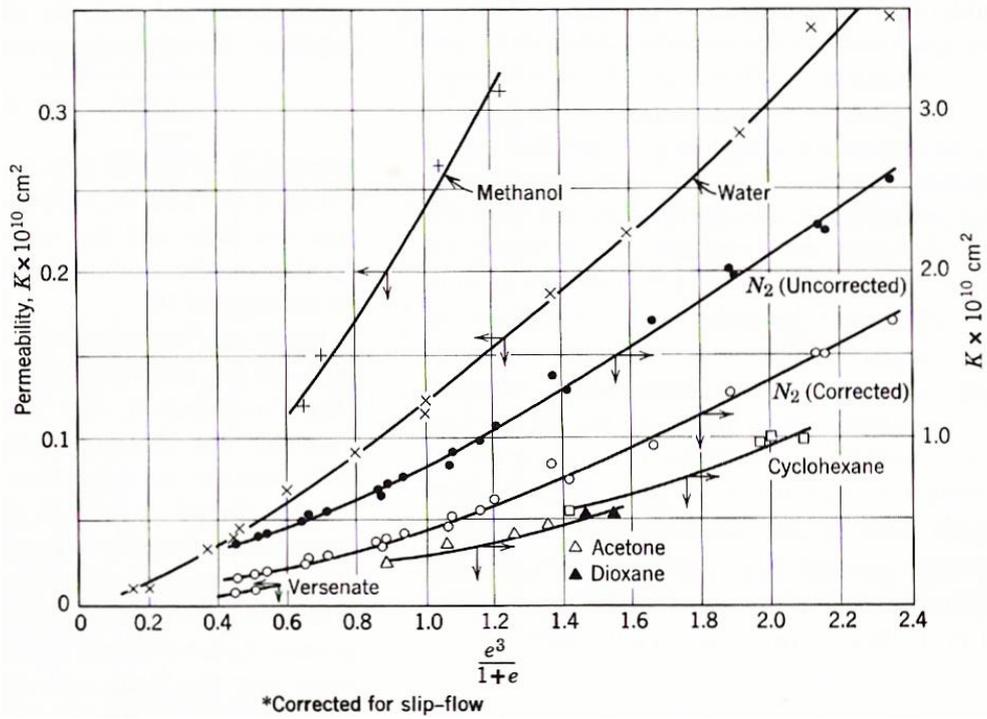


Figura 19. Influencia do percolado na permeabilidade da caulinita⁴

⁴ Lambe e Whitman

3.2.1.2. Fase sólida

O coeficiente de permeabilidade ou condutividade hidráulica (k), como definido por Darcy, representa a velocidade de percolação da água quando o gradiente hidráulico é igual a 1,0.

Tabela 1. Valores Típicos do Coeficiente de Permeabilidade⁵

Material	Coeficiente de Permeabilidade (cm/s)
Rochas Maciças	$< 10^{-9}$
Argilas Sedimentares	10^{-7} a 10^{-8}
Solos Compactados (k_v)	10^{-6} a 10^{-7}
Siltos	10^{-6}
Solos Compactados (k_h)	10^{-4} a 10^{-6}
Areias Finas	10^{-3}
Areias Grossas	10^{-2}
Brita	$> 10^{-1}$

As características da fase sólida que interferem na permeabilidade são:

- ✓ *Tamanho da partícula*
- ✓ *Estrutura*
- ✓ *Índice de vazios*
- ✓ *Grau de saturação*
- ✓ *Composição mineralógica*

É muito difícil isolar o efeito de cada um desses fatores uma vez que são interdependentes; isto é a estrutura depende do tamanho de grão, índice de vazios e composição mineralógica.

i) Tamanho da Partícula

⁵ adaptado de Cruz, 1996

Tabela 2. Influencia do tamanho da partícula na permeabilidade

Soil	Particle Size, D_{10} (cm)	Permeability (μ /sec)	k/D_{10}^2 (1/sec cm)
Coarse gravel	0.082	1100	16
Sandy gravel	0.020	160	40
Fine gravel	0.030	71	8
Silty gravel	0.006	4.6	11
Coarse sand	0.011	1.1	1
Medium sand	0.002	0.29	7
Fine sand	0.003	0.096	1
Silt	0.0006	0.15	42
			Average = $\overline{16}$

$\uparrow \phi \Rightarrow \uparrow \text{vazio} \Rightarrow \uparrow k$

Nota μ /seg = 10^{-4} cm/seg

A influência do tamanho da partícula é mais importante em siltes e areias onde os grãos são equidimensionais.

Hazen propôs para areias limpas uniformes⁶:

$$k = 100 D_{10}^2 \Rightarrow \begin{cases} D_{10} \text{ em cm} \\ k \text{ em cm/s} \end{cases}$$

Uma pequena quantidade de silte e/ou argila, afeta diretamente o valor da condutividade. Assim sendo, nos últimos anos surgiram outras propostas para estimativa da condutividade.

ii) Índice de Vazios

⁶ Lambe e Whitman

Resultados experimentais indicaram que há uma proporcionalidade com relação ao índice de vazios. Dependendo do tipo de material, esta pode ser definida em termos de

$$k \propto \frac{e^3}{(1+e)} \quad \text{ou} \quad k \propto \frac{e^2}{(1+e)} \quad \text{ou} \quad k \propto e^2$$

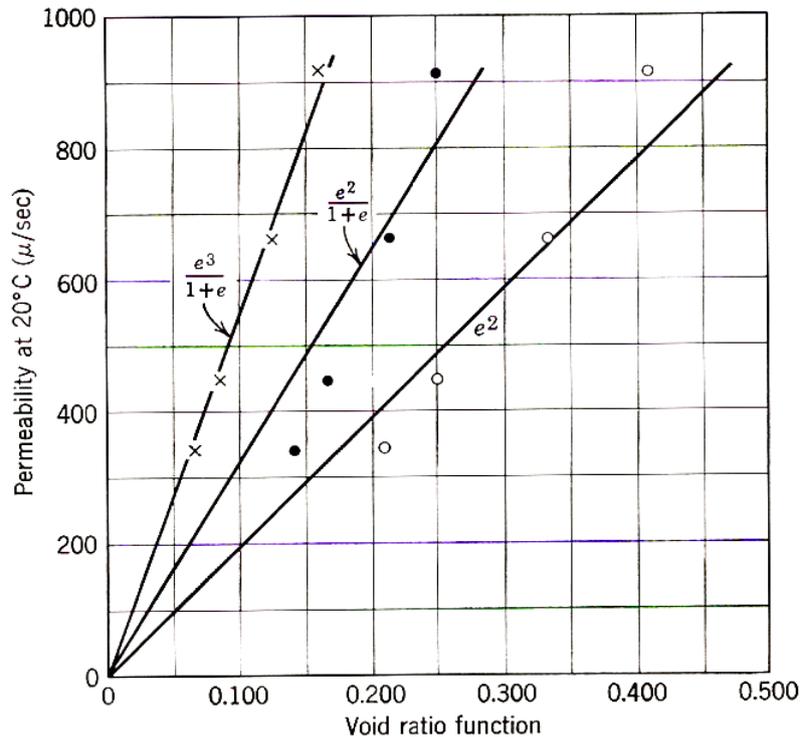


Figura 20. Permeabilidade vs índice de vazios

Por outro lado, verifica-se que independente do material há uma relação linear entre índice de vazios e $\log k$

Chapius (2004)⁷ propôs outra relação empírica, válida para areias e pedregulhos, apresentada abaixo

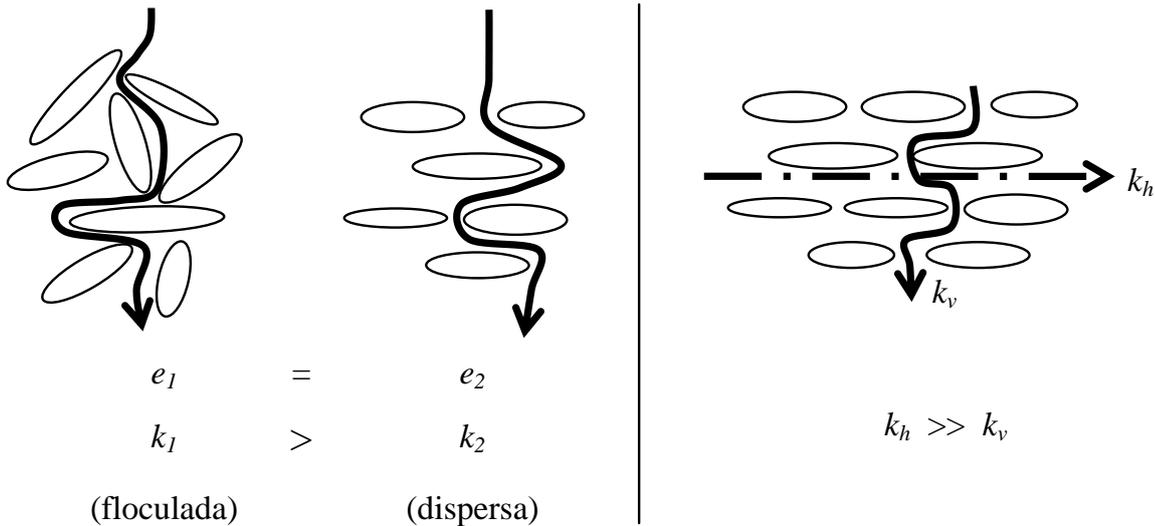
$$k(\text{cm} / \text{s}) = 2,4622 \left[D_{10}^2 \frac{e^3}{(1+e)} \right]^{0,7825}$$

$$\Rightarrow D_{10} \text{ em mm}$$

iii) Estrutura

⁷ Chapius, R.P. (2004) Predicting the saturated hydraulic conductivity of sand and gravel using effective diameter and void ratio. Canadian Geotechnical Journal v 41, n 5, pp 787-795

Considerando-se o mesmo índice de vazios é possível ter-se maior ou menor facilidade de percolação. Em solos floclados existem alguns canais que facilitam a passagem do fluido.



A Tabela 4 mostra evidências experimentais da influência da estrutura.

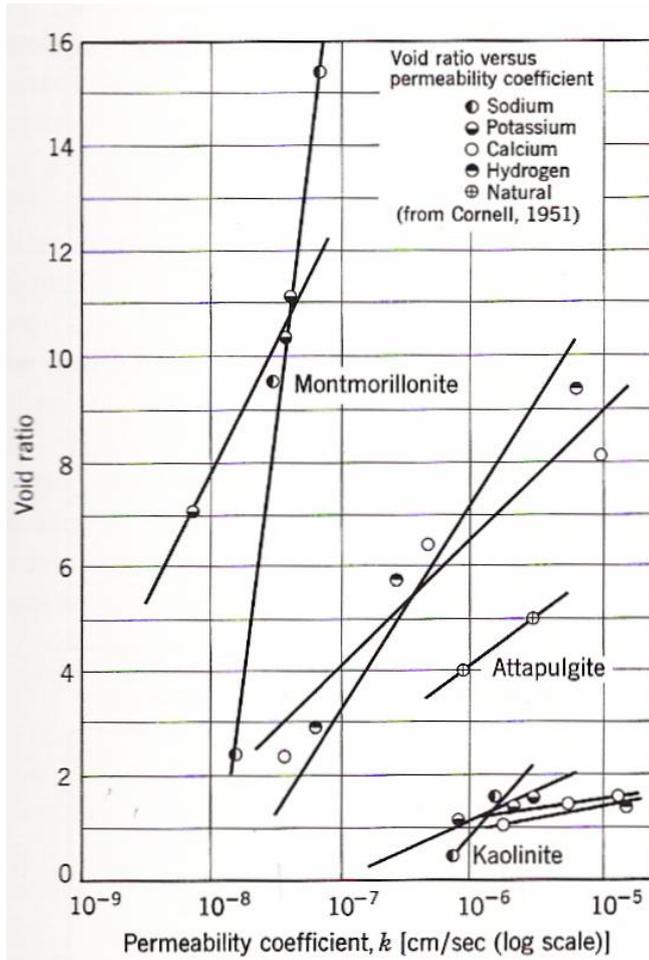
Tabela 4 - Coeficientes de Permeabilidade do Solo Compactado da Barragem de Ilha Solteira⁸

Umidade de Compactação	Índice de Vazios	Coeficiente de Permeabilidade
17%	0,71	2×10^{-8} m/s
19%	0,71	9×10^{-9} m/s
21%	0,71	5×10^{-9} m/s

v) Composição Mineralógica do Solo

⁸ Souza Pinto, 2000

A influência da composição mineralógica do solo é mais importante para o caso de solos argilosos.



↑ capacidade de:
troca de íons
substituição isomórfica



reações químicas
durante a percolação

Figura 21

A partir da figura acima, observa-se que a condutividade de argilas pode ser representada em função do índice de vazios a partir da equação

$$\log k = A \log e + B$$

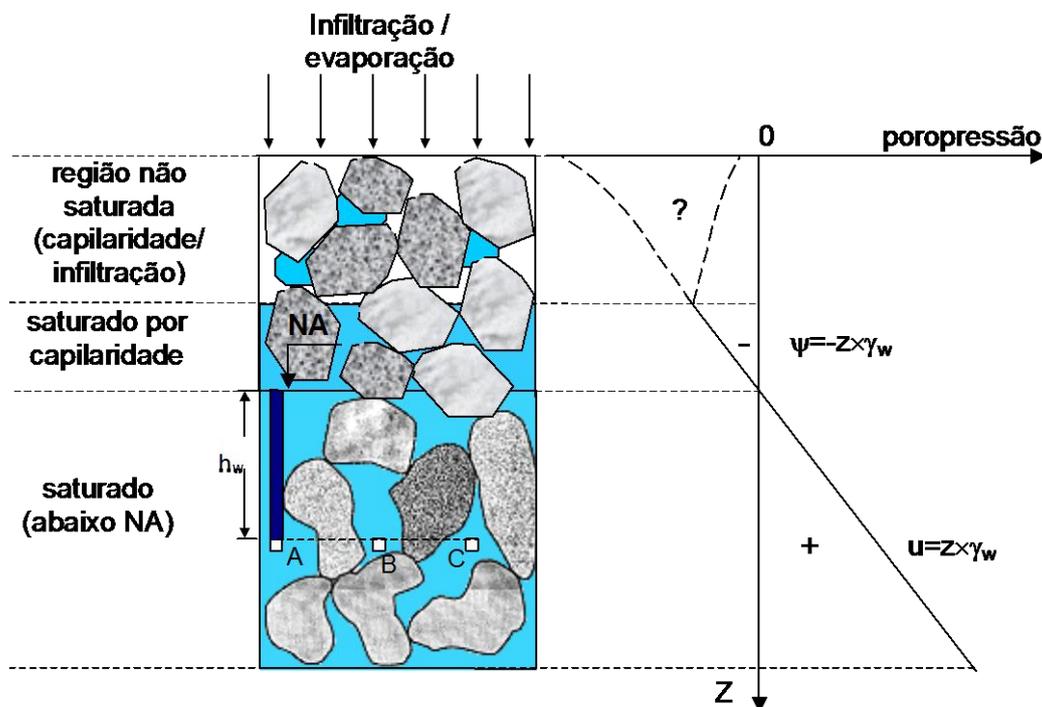
vi) Grau de Saturação/ Teor de Umidade/ Sucção⁹

O grau de saturação tem uma influencia significativa na permeabilidade. Quanto maior a saturação maior será a facilidade de percolação; conseqüentemente, maior será o coeficiente de permeabilidade

Quando o solo se encontra acima do nível d'água, diversas as condições podem ocorrer., Conforme mostra a Figura 22 o solo pode se encontrar como:

- ✓ Solo seco
- ✓ Solo parcialmente saturado, devido a processos de infiltração (evaporação) e/ou capilaridade
- ✓ Solo saturado por capilaridade

O fenômeno de ascensão de fluidos através de tubos capilares é denominado de capilaridade. Os vazios de solo são pequenos e podem ser associados a tubos capilares, ainda que irregulares.

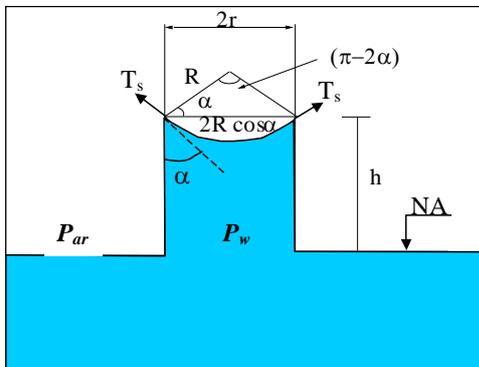


⁹ Gerscovich, D. M. S.(1), Guedes, M. N. Avaliação das relações de condutividade hidráulica em solos brasileiros não saturados⁵. Simpósio Brasileiro de Solos Não-saturados, São Carlos, 25-29 Agosto de 2004., v. 1, p. 249-254.

Figura 22. Distribuição de poropressão

Fenômeno da Capilaridade

Um tubo capilar inserido numa superfície líquida forma um menisco (Figura 23), cujo raio de curvatura e altura de ascensão (h) são inversamente proporcionais ao diâmetro do tubo. A concavidade do menisco em direção ao fluido indica que pressão no interior do tubo é inferior à pressão atmosférica. No caso de tubos cilíndricos o menisco assume uma forma esférica, segundo as relações geométricas apresentadas na Figura 23.



$$h = \frac{2T_s \cos \alpha}{\gamma_w r}$$

OBS:

A água livre não pode suportar tensões negativas acima de 100kPa (10m de coluna d'água) pois ocorre cavitação.

Figura 23. Ascensão Capilar

Este fenômeno físico é consequência da tensão superficial (T_s) que ocorre entre interfaces líquido-gás. Nesta interface, o líquido se comporta como se estivesse coberto por uma membrana elástica em um estado de tensão constante. Este estado de tensão é resultado de um desbalanceamento de forças de atração das moléculas de água presentes na superfície. Enquanto que no interior do líquido as forças de atração são isotrópicas, na superfície as forças em direção à fase líquida são maiores do que às ocorrem em direção à fase gasosa, causando uma contração da superfície do líquido (Figura 24). No caso da água pura, a uma temperatura de 20°C, seu valor é da ordem de 7.27×10^{-5} kN/m.

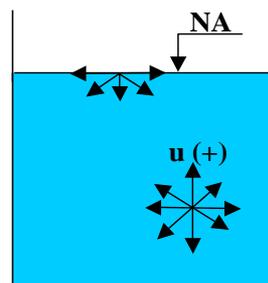


Figura 24. Tensão Superficial

Sob efeito da capilaridade, o movimento da água é contrário a atração da gravidade. Essa ascensão da água nos solos é chamada de ascensão capilar e é bastante variável a depender do diâmetro dos vazios. O fenômeno da capilaridade é responsável pela **coesão aparente das areias**, quando estas se encontram parcialmente saturadas..

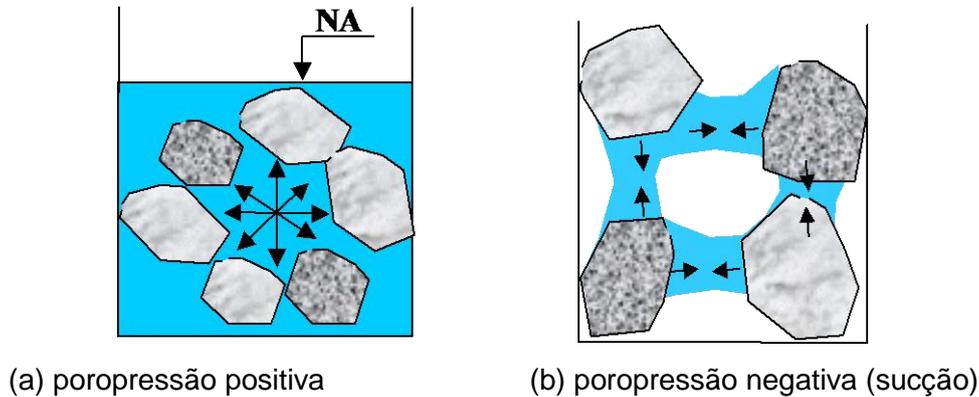


Figura 25. Tensões na água

A **relação entre o volume de água presente no solo e a sucção é conhecida como curva de retenção de água ou curva característica**. Dentre as diversas formas de se definir curva característica, a mais adotada é aquela que relaciona teor de umidade volumétrico e sucção mátrica. O formato desta depende do tipo de solo, distribuição de tamanhos de vazios e, conseqüentemente, da distribuição das frações granulométricas. A Figura 26 apresenta curvas características típicas para areias e argilas, além de definir os parâmetros mais importantes relativos a esta função.

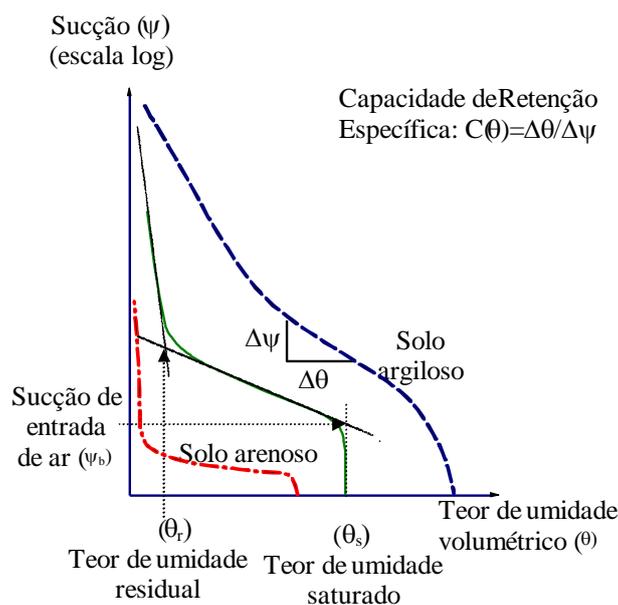


Figura 26.- Curvas Características Típicas

Existem autores que apresentam a curva característica em termos de grau de saturação (Figura 27) Na curva normalizada, observa-se um trecho inicial curvo e em seguida um trecho linear. Para definição completa da curva faz-se necessário conhecer os parâmetros

$(u_a - u_w)_b$ = sucção de entrada de ar

S_r = grau de saturação residual

λ = índice de distribuição de poros

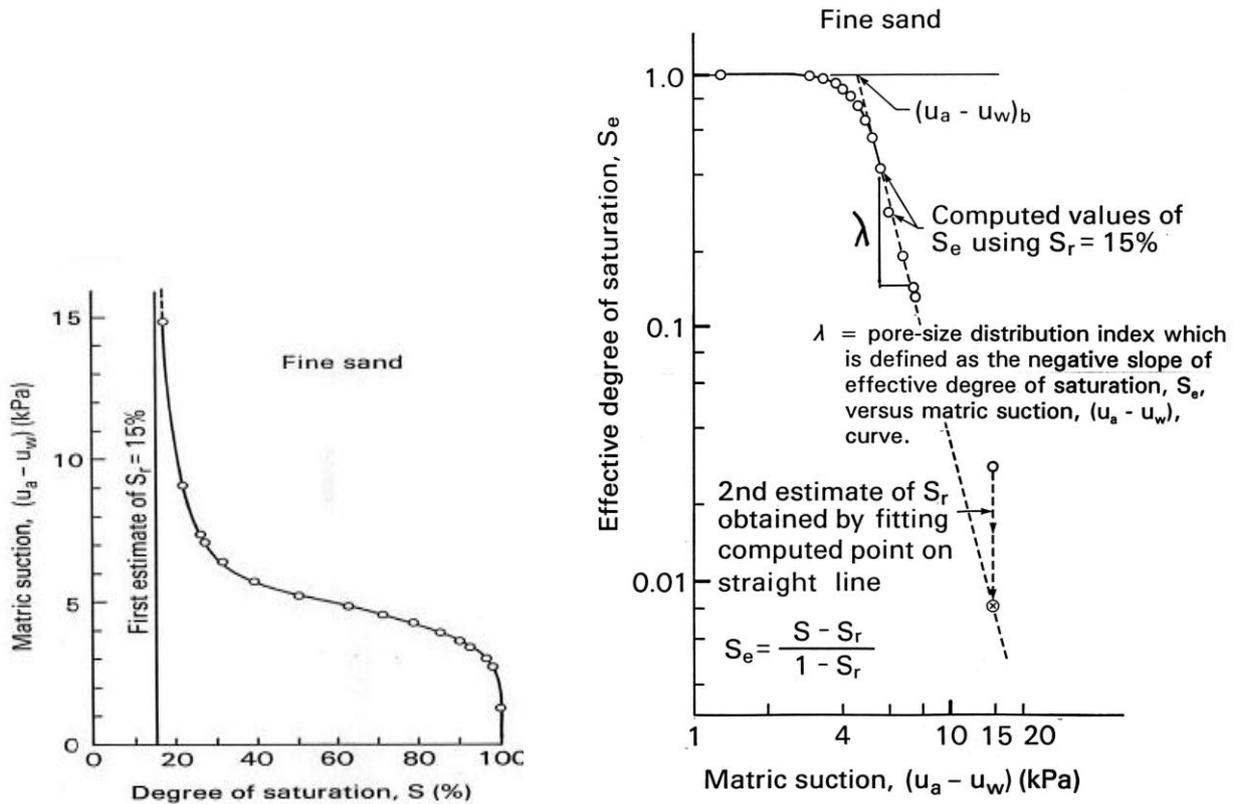
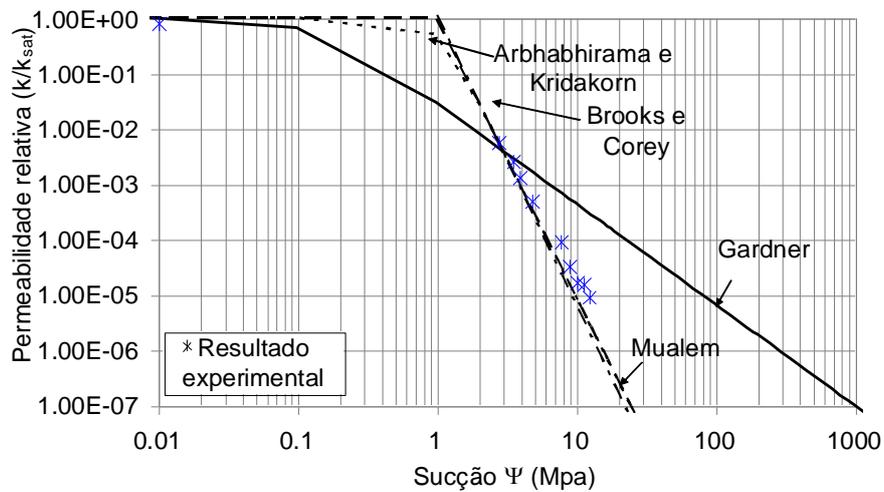
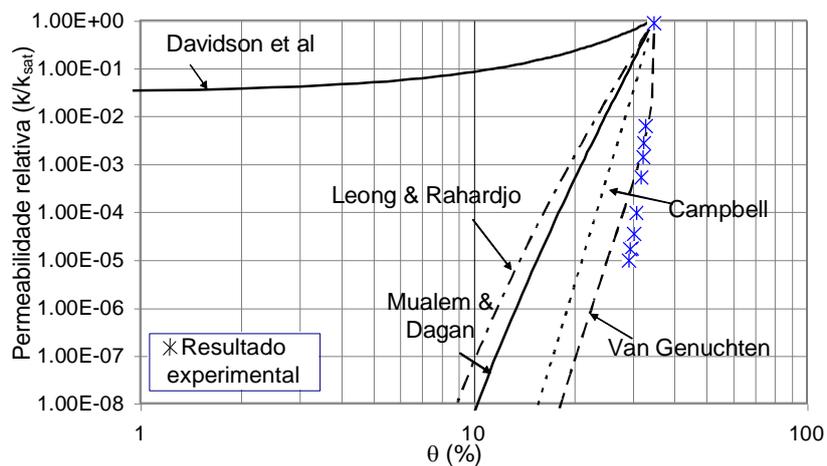


Figura 27.- Sucção X Grau de Saturação

EXEMPLOS DA INFLUENCIA DA NÃO SATURAÇÃO NA CONDUTIVIDADE
HIDRAULICA



(a) função da sucção



(b) função do teor de umidade volumétrico

Figura 28. Curvas de Condutividade Hidráulica – Solo de Piracicaba

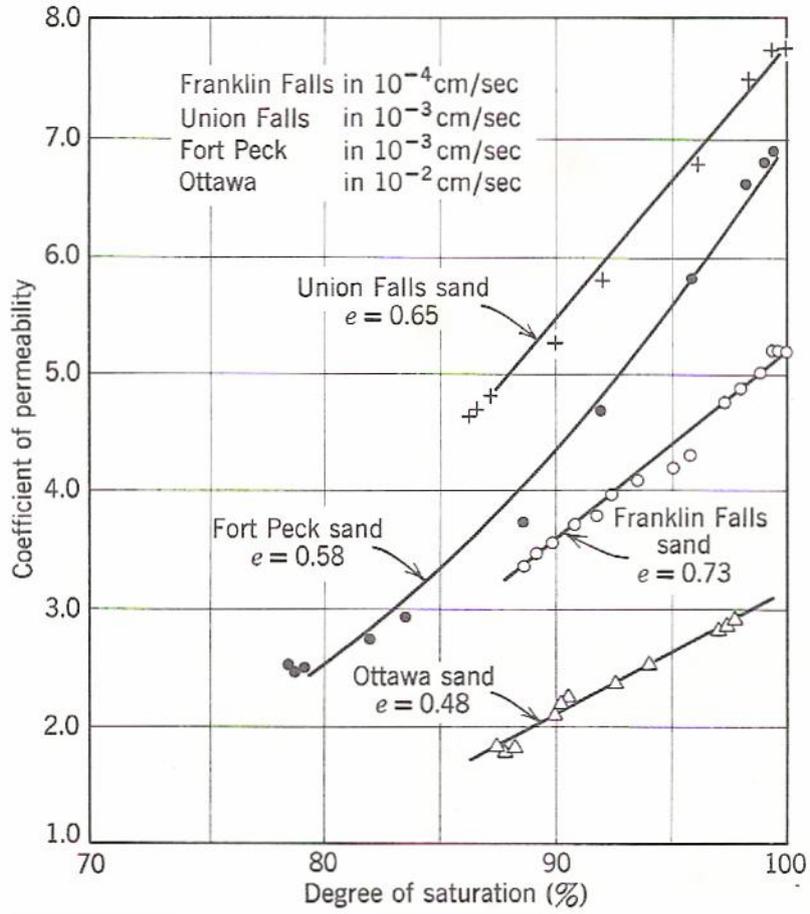


Figura 29. Influencia da saturação em areias

Tabela 3. Relações empíricas para estimativa da condutividade hidráulica não saturada

Modelo	Equação	Definição de variáveis
Gardner (1958)	$k = \frac{k_{sat}}{1 + a \left(\frac{\Psi}{\rho_w g} \right)^n}$	<p>Ψ = Sucção</p> <p>a e n = parâmetros de ajuste</p> <p>ρ_w = densidade da água</p> <p>g = aceleração gravitacional</p>
Brooks e Corey (1968)	$\begin{cases} k(\psi) = k_{sat} \left(\frac{\psi_b}{\psi} \right)^n \rightarrow \psi > \psi_b \\ k(\psi) = k_{sat} \rightarrow \psi \leq \psi_b \end{cases}$	<p>ψ_b = sucção de entrada de ar</p> <p>ψ = sucção</p> <p>n = parâmetro de ajuste</p>
Arbhabhirama & Kridakorn (1968)	$k = \frac{k_{sat}}{\left(\frac{\psi}{\psi_b} \right)^{n'} + 1}$	<p>ψ = Sucção</p> <p>ψ_b = Sucção de entrada de ar</p> <p>n' = Parâmetro de ajuste</p>
Davidson et al (1969)	$k = k_{sat} e^{[\beta(\theta - \theta_s)]}$	<p>θ_s = teor de umidade saturado.</p> <p>β = parâmetro de ajuste</p>
Campbell (1974)	$k = k_{sat} \left(\frac{\theta}{\theta_s} \right)^{2b+3}$	<p>θ_s = teor de umidade saturado.</p> <p>b = parâmetro de ajuste</p>
Mualem (1976)	$K_{rel} = \frac{[1 - (\alpha\psi)^m (1 + (\alpha\psi)^n)^{-m}]^2}{[1 + (\alpha\psi)^n]^{\frac{m}{2}}} \rightarrow \psi > 0$	<p>$K_{rel} = k/k_{sat}$</p> <p>m, n e α = parâmetros de ajuste</p> <p>ψ = sucção</p>
Mualem & Dagan (1978)	$k_{rel} = S_e^x \left(\frac{\int_0^\theta \frac{d\theta}{\psi^{1+b}}}{\int_0^{\theta_s} \frac{d\theta}{\psi^{1+b}}} \right)^2$	<p>$K_{rel} = k/k_{sat}$</p> <p>θ = teor de umidade volumétrico</p> <p>ψ = Sucção.</p> <p>b = fator de tortuosidade</p>

<p>Van Genuchten (1980)</p>	$k(S_e) = k_{sat} S_e^l \left[1 - \left(1 - S_e^{\frac{1}{m}} \right)^m \right]^2$ $S_e = \frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r}$	<p>θ_r e θ_s = teor de umidade residual e saturado. S_e = grau de saturação no solo. m = parâmetro de ajuste $l = 0,5$</p>
---------------------------------	--	--

$$K_{rel} = k/k_{sat}$$

<p>Leong & Rahardjo (1998)</p>	$k_{rel} = \Theta^p \Rightarrow \Theta = \frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r}$	<p>Θ = teor de umidade normalizado θ_r e θ_s = teor de umidade residual e saturado. p = parâmetro de ajuste.</p>
--	---	---

<p>Vanapalli & Lobbzoo (2002)</p>	$k_{rel} \approx 10^{(7,9 \log S^\gamma)}$ $\gamma = 14,08 \left(I_p \right)^2 + 9,4 \left(I_p \right) + 0,75$	<p>$K_{rel} = k/k_{sat}$ S = grau de saturação I_p = índice de Plasticidade</p>
---	--	--

3.2.2. Determinação do Coeficiente de Permeabilidade ou condutividade hidráulica

3.2.2.1. Ensaios de Laboratório

Permeâmetro de Carga Constante (alto k)

Em sistemas de carga constante, a vazão e o gradiente hidráulico permanecem constantes ao longo do tempo. A condutividade hidráulica é determinada aplicando-se uma diferença de carga constante e medindo-se a vazão resultante.

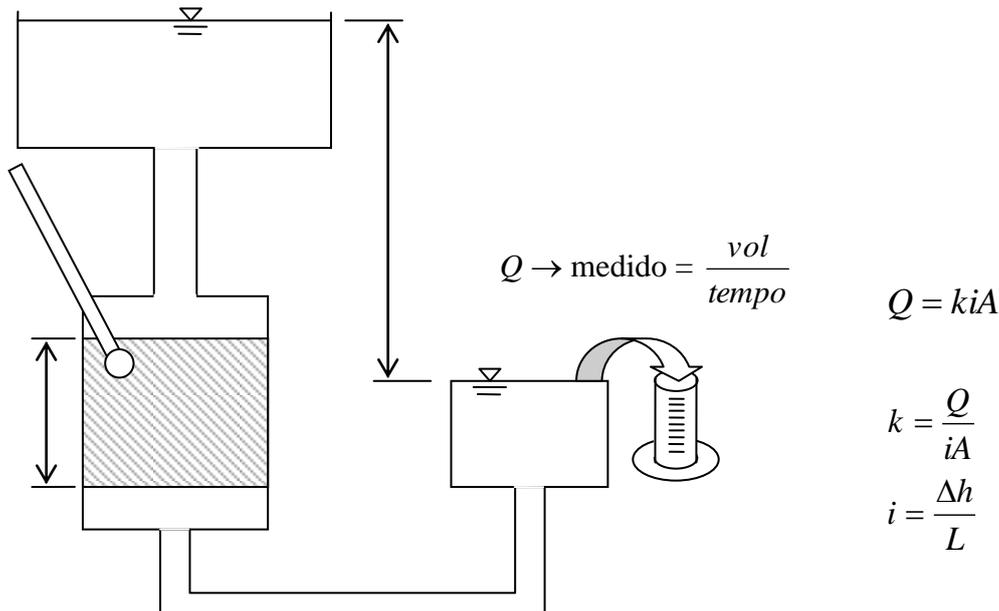


Figura 30. Permeâmetro de Carga Constante

No caso de solos saturados, recomenda-se aos com alta k (Solos com baixa $k \rightarrow Q$ muito pequeno \rightarrow muito tempo para se medir volume \rightarrow pode evaporar neste intervalo)

Solos Não saturados

No caso de solos não saturados o ensaio é em geral realizado para vários níveis de sucção/umidade, permitindo a determinação das relações entre condutividade hidráulica e sucção/umidade.

Os ensaios de carga constante são recomendados para serem executados em laboratório, impondo-se um fluxo unidimensional em amostras horizontais ou verticais.

Nos ensaios em amostras verticais o fluxo pode ser gerado pela imposição de pressões constantes nas extremidades (Laliberte e Corey, 1967; Richards e Moore, 1952; Elrick e Bowman, 1964; Richards e Wilson, 1936) ou pela aplicação de uma vazão constante na extremidade superior (Childs, 1969; Childs e Collis-George, 1950).

Considerando o modelo da Figura 31, o fluxo se desenvolve por uma diferença entre as sucções aplicadas nos extremos da amostra. Da mesma forma que ocorre com a sucção, a condutividade

hidráulica e o teor de umidade variam ao longo da amostra; ambos decrescem com o nível de sucção (Hillel, 1971).

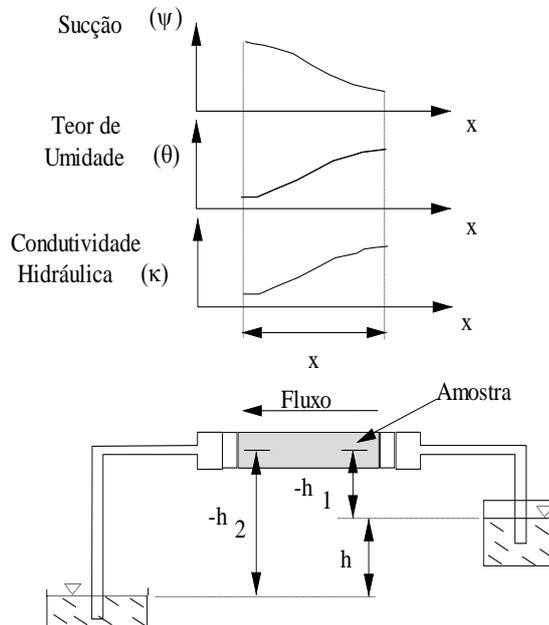


Figura 31. Fluxo em Amostra Não Saturada

Como o gradiente hidráulico varia ao longo da amostra, a condutividade deve ser calculada dividindo-se o fluxo pelo gradiente ($dh/dx = d\psi/dx$) em cada ponto:

$$k = q \frac{dx}{d\psi}$$

2.25

sendo a sucção média atuante igual a $\bar{\psi} = -\bar{h} = -\frac{h_1 + h_2}{2}$

Como a relação entre condutividade hidráulica e sucção ($k(\psi)$) está sujeita aos efeitos de histerese, os ensaios devem ser realizados preparando-se as amostras tanto por secagem quanto por umedecimento até atingir o valor de sucção desejado. No caso de secagem, as amostras podem ser dessaturadas através de placas de sucção ou células de pressão.

Variando-se as sucções impostas nas extremidades, verifica-se, como nos solos saturados, que a vazão é proporcional ao gradiente (figura 2.17). No entanto, a condutividade hidráulica, dada pela inclinação da reta entre vazão e gradiente, é inversamente proporcional à sucção (níveis de sucção mais altos acarretam em vazões mais baixas). Já no caso de solos saturados a condutividade hidráulica independe no nível de poro-pressões.

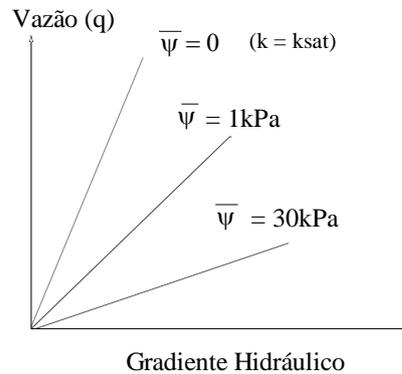
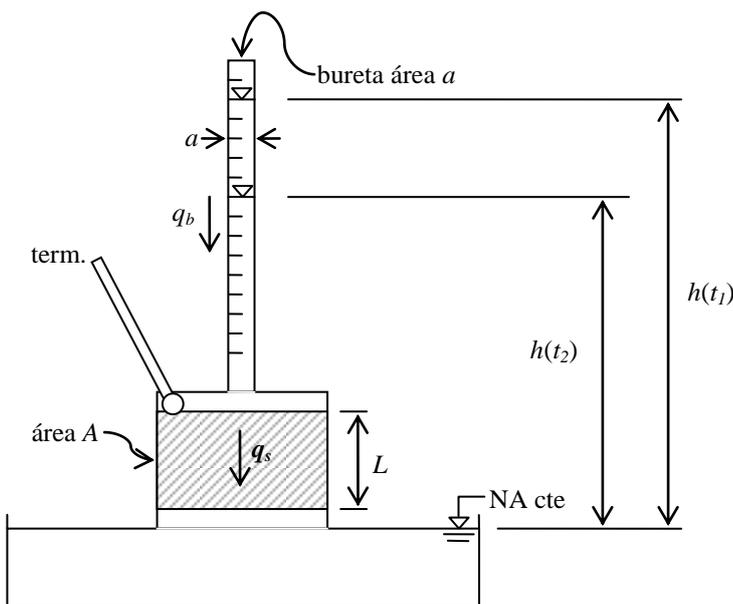


Figura 2.17 - Vazão versus Gradiente Hidráulico

3.2.2.2. Permeâmetro de Carga Variável (baixa k)



$t = 0 \rightarrow$ enche-se a bureta h_0

$t = t_1 \rightarrow$ mede-se $h(t_1)$

$t = t_2 \rightarrow$ mede-se $h(t_2)$

$$q_b = q_s$$

$$v \times a = kiA \therefore -\frac{dh}{dt} a = k \frac{h}{L} A$$

$$-a \int_{h_0}^{h_1} \frac{dh}{h} = \int_{t_0}^{t_1} \frac{kA}{L} dt$$

$$-a \int_{h_0}^{h_1} \frac{dh}{h} = \frac{kA}{L} \int_{t_0}^{t_1} dt$$

$$-a \ln \frac{h_1}{h_0} = \frac{kA}{L} (t_1 - t_0) \Rightarrow -\ln \frac{h_1}{h_0} = \ln \frac{h_0}{h_1}$$

$$t_0 = 0 \Rightarrow a \ln \frac{h_0}{h_1} = \frac{kA}{L} t_1$$

$$k = \frac{aL}{At_1} \ln \frac{h_0}{h_1}$$

Figura 32. Permeâmetro de Carga Variável

Recomendado:	Solos de baixa k Solos de alto k → a.Δh(t) seria muito rápida
Notas:	<p>Após determinado k, aplicar a correção de temperatura.</p> <p>√ — viscosidade</p> $k_{20^\circ} = \frac{\mu_t}{\mu_{20^\circ}} k_t$ <p>— valor medido</p> <p>O solo deve estar saturado</p> <p>A água deve ser deaerada</p> <p>Os ensaios de carga variável podem ser executados com fluxo ascendente ou descendente</p>

Solo Não saturado - Métodos de Absorção-Drenagem

Os métodos de absorção e drenagem, em laboratório (Gardner, 1956; Miller e Elrick, 1958; Rijtema, 1959; Kunze e Kirkham, 1962), baseiam-se na medição, em função do tempo, do volume de água expulso de uma amostra de solo, no interior da célula de pressão ou placa de pressão, quando se impõe um incremento de pressão de ar ou de sucção. O ensaio fornece o valor da difusividade, para um determinado nível de sucção ($D(\psi)$), o qual é definido como sendo a relação entre a condutividade hidráulica ($k(\psi)$) e a capacidade de retenção específica ($C(\psi)$), sendo a condutividade hidráulica determinada indiretamente a partir deste resultado e do conhecimento da curva característica.

Os teores de umidade associados devem ser determinados através de técnicas não destrutivas de forma a se possibilitar a determinação da variação da difusividade com o teor de umidade.

Este tipo de ensaio não têm apresentado bons resultados pelo fato de que pequenos incrementos de pressão devem ser utilizados para validar as hipóteses de cálculo (condutividade hidráulica constante para um determinado nível de sucção), o que faz com que os volumes de água medidos sejam também muito pequenos.

Ensaio de infiltração vertical, em que aplica-se um fluxo constante na superfície de uma coluna de solo, inicialmente a um baixo teor de umidade, também têm sido executados em laboratório e no campo. (Youngs, 1964; Hillel e Gardner, 1970; Bouma e outros, 1971). Depois de algum tempo,

o gradiente de pressão na superfície aproxima-se do zero e o perfil movimenta-se descendentemente a uma velocidade e forma constantes. A taxa de infiltração se iguala então à condutividade hidráulica correspondente aos níveis de umidade e sucção da região superficial da coluna de solo.

3.2.2.3. Ensaio de Campo

Os ensaios podem ser realizados em furos de sondagem ou em piezômetros.

Piezômetros

O monitoramento de poropressões no campo é uma pratica fundamental no acompanhamento do comportamento de obras, durante ou após a sua execução. Existem algumas fontes de erros de monitoramento e a principal está associada a variações rápidas das condições hidráulicas, as quais podem ser causadas por:

- i) presença de nível d'água suspenso
- ii) fluxo descendente para camadas mais permeáveis
- iii) fluxo ascendente sob pressão artesianas ou por processo de evaporação
- iv) processos de adensamento

Piezômetro Casagrande¹⁰

O equipamento consta de um tubo vertical ligado a uma ponta porosa por onde a água pode livremente entrar ou sair. Mede-se a poropressão através da altura de coluna d'água no tubo.

A leitura é realizada com um instrumento indicador de nível d'água que consiste em um torpedo contendo uma chave elétrica, um fio graduado e um carretel. Quando o torpedo atinge a água do tubo de acesso, fecha-se um circuito elétrico que toca a buzina no carretel. Com isso determina-se a profundidade do nível d'água no tubo.

¹⁰ Manual GeoRio 1999

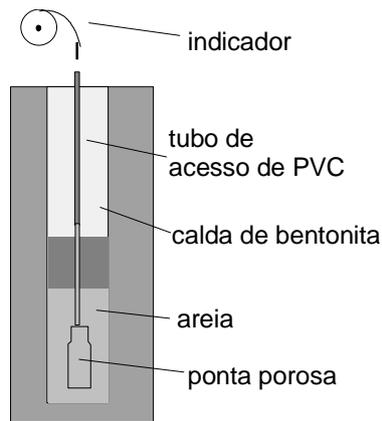


Figura 33 Piezômetro Casagrande ou piezômetro de tubo aberto

Instalação do piezômetro

Executa-se furo por percussão ou rotativa com diâmetro entre 75 a 100 mm. (Não se deve usar lama de perfuração, que poderia impermeabilizar as paredes do furo e prejudicar o funcionamento do instrumento).

Pronto o furo, instala-se um tubo de acesso vertical de PVC com diâmetro entre 12 e 32 mm tendo na sua extremidade o elemento poroso, por onde a água entra ou sai do instrumento (fase 1). Em seguida executa-se o bulbo de areia, em geral com um metro de altura de areia grossa lavada (fase 2). A fase 3 consta do selo impermeável com bolas de bentonita de pelo menos 0,5 m de altura. Na fase 4, o furo é preenchido até a superfície com calda de bentonita-cimento na relação 10:1 em volume. Finalmente, na fase 5 se executa uma caixa de proteção.

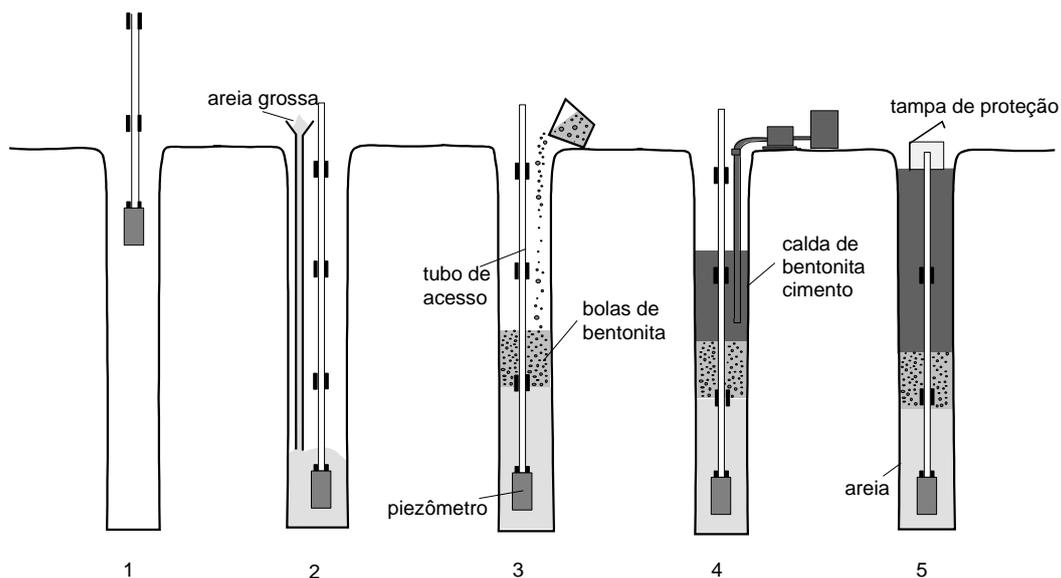
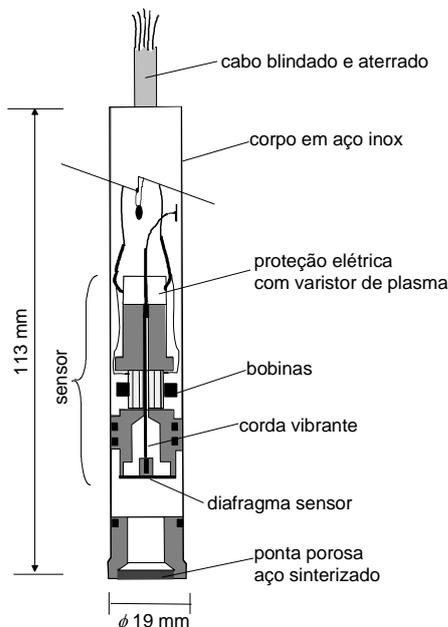


Figura 34 Fases de instalação de um piezômetro Casagrande

<p>Vantagens</p>	<p>Simple e de baixo custo. Bastante confiável. Autodesaerável (eventuais bolhas de ar podem escapar pelo tubo de acesso, desde que o mesmo tenha diâmetro \geq a 12 mm)</p>
<p>Desvantagens</p>	<p>Tubulação vertical pode interferir com a construção Tempo de resposta muito grande se instalado em solos de baixa permeabilidade.</p>

Piezômetros elétricos de corda vibrante

Os piezômetros elétricos de corda vibrante utilizam o princípio que está presente em qualquer instrumento de corda, ou seja, a frequência de vibração depende da tensão aplicada na corda. O equipamento possui um diafragma metálico separando a pedra porosa do sistema de medição. Uma corda vibrante, conectada ao centro do diafragma, altera sua tensão quando ocorrem qualquer deflexão no diafragma. A tensão na corda é registrada em dispositivo de registro de frequência de vibração. A poro-pressão é então determinada a partir de uma curva de calibração.



(tipo 4500 S)



Unidade de leitura portátil digital

Figura 35 Piezômetro elétrico de corda vibrante,

Princípio de funcionamento

Um fio (de invar é fixado em duas extremidades e fica livre para vibrar na sua frequência natural. Tal qual uma corda de piano, a frequência varia com a tensão aplicada, o que permite medir movimentos relativos muito pequenos entre as duas extremidades. A medição se dá magneticamente no meio da corda na qual está instalada uma bobina elétrica. Uma segunda bobina serve para medir a frequência de vibração.

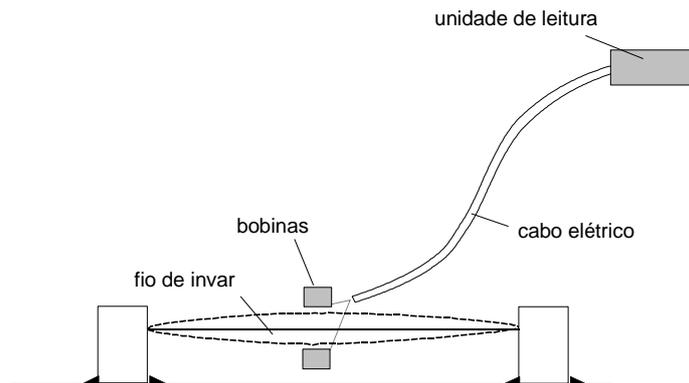


Figura 36 Esquema de Funcionamento da corda vibrante,

Vantagens	<p>Pequeno tempo de resposta.</p> <p>Estabilidade com o tempo.</p> <p>Sinal de frequência, que independe do comprimento dos cabos e da entrada de umidade.</p> <p>Possibilidade de automação, se necessária.</p>
Desvantagens	<p>Cuidados especiais por ser dispositivo elétrico (cabos blindados e aterrados)</p>

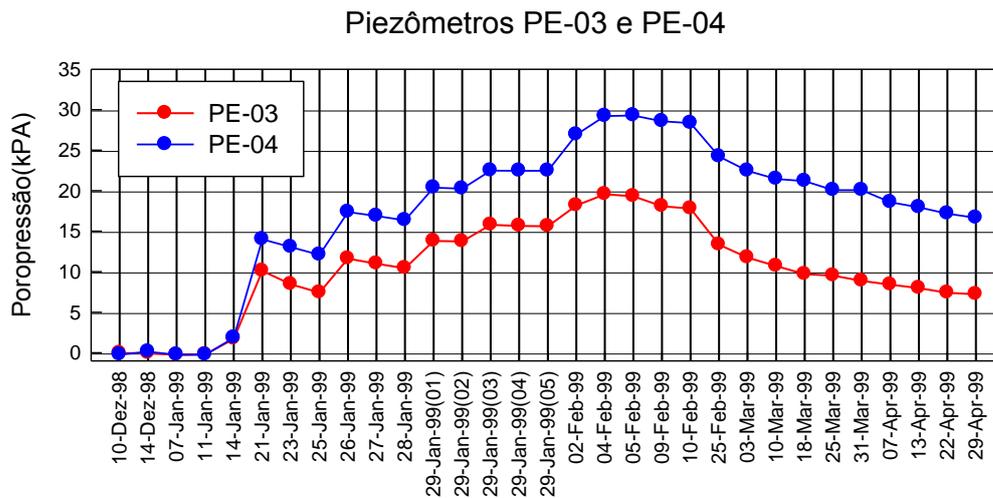


Figura 37 Exemplo de apresentação de resultados

As leituras em piezômetros podem apresentar incertezas em decorrência de

tempo de resposta ("time lag")	<p>= intervalo de tempo que o instrumento leva para indicar uma variação de poropressão que ocorreu no terreno.</p> <p>Depende do tempo que a água despende para entrar ou sair do sistema.</p> <p>Em solos finos, o t_{resp} pode ser muito grande em certos tipos de piezômetros e isto deve ser considerado na fase de seleção do tipo de instrumento.</p> <p>Para reduzir o tempo de resposta é necessário haver variações mínimas de volume de água para mobilizar o instrumento de leitura</p>
Erros do instrumento	<p>Definição incorreta da profundidade do NA</p> <p>Erro na calibração dos instrumentos</p> <p>Percolação através de juntas em tubos de medição</p> <p>Problemas nas conexões elétricas</p> <p>Percolação preferencial ao longo do tubo de instalação</p> <p>Presença de ar no sistema (interfere no tempo de resposta e/ou alteram a medida estabilizada), etc</p>

Indicador de nível d'água

O indicador de nível d'água é uma variação do piezômetro Casagrande. Tem o mesmo princípio de funcionamento, mas com um bulbo de maior comprimento, situado na região de variação do NA.

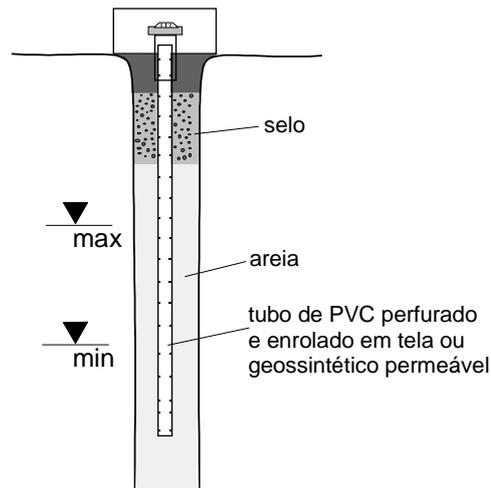
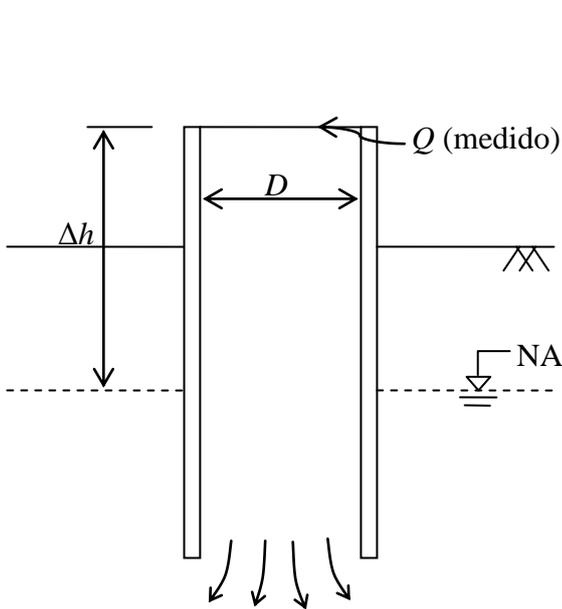


Figura 38 Indicador de nível d'água (INA)

Ensaio de Carga Constante

Solo saturado - Furos de Sondagem / Piezômetro

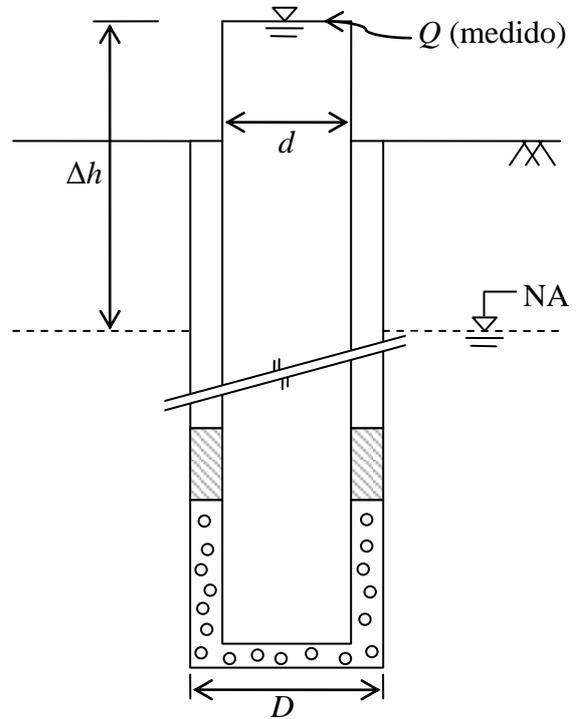


$$k = \frac{Q}{F\Delta h}$$

F = fator de forma

$$F = 2,75 \times D$$

(a) Furo de sondagem

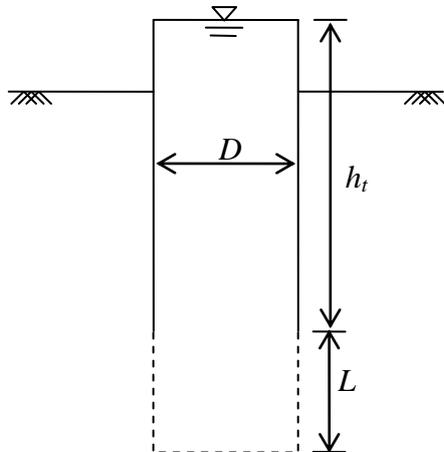


$$k = \frac{Q}{F\Delta h}$$

$$F = \frac{2\pi L}{\ln\left(\frac{L}{D} + \sqrt{1 + \left(\frac{L}{D}\right)^2}\right)}$$

(b) Piezômetro

Figura 39 - Ensaio de Carga Constante - Abaixo do nível d'água



$$k = \frac{Q}{2\pi L \Delta h} \times \ln\left(\frac{2L}{D}\right)$$

$$\Delta h = h_t + \frac{L}{2}$$

Figura 40 - Ensaios de Carga Constante - Acima do nível d'água

Permeâmetro de Guelph

Reynolds (1986) propôs um ensaio de carga constante executado em furo de sondagem que permite, para pequenos valores de carga total aplicados e após duas medições consecutivas de vazão, estabelecer a relação entre condutividade hidráulica e sucção.

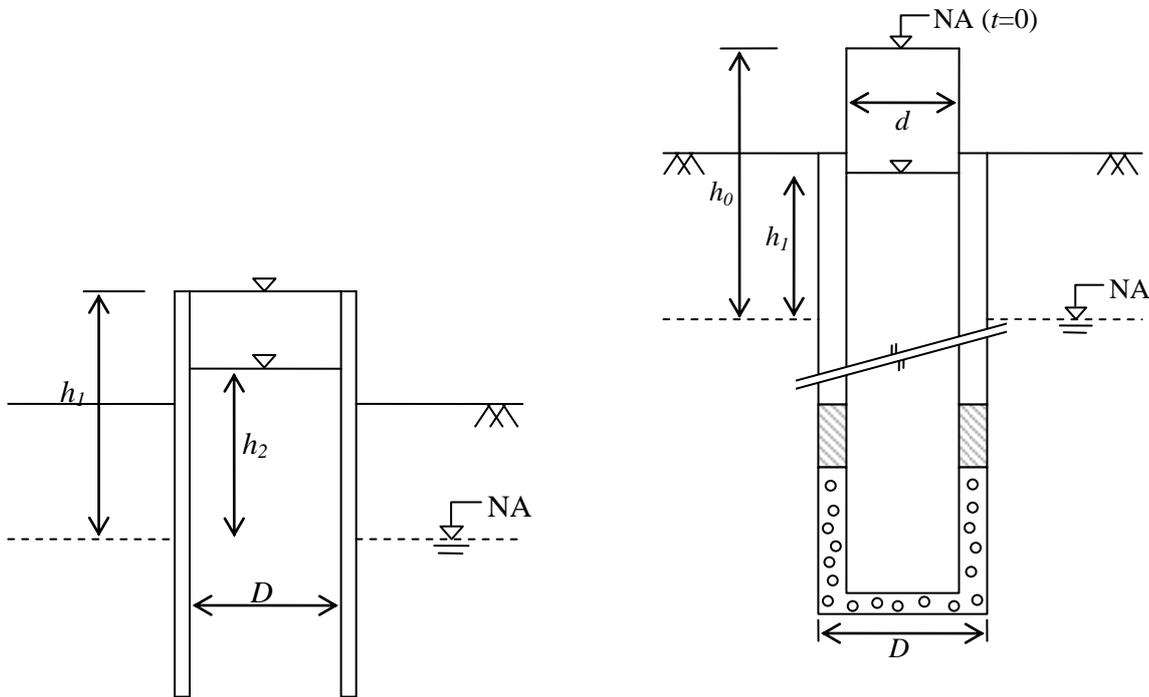
O ensaio baseia-se na solução da equação de fluxo em regime permanente, admitindo como válida a relação entre condutividade hidráulica e sucção, proposta por Gardner (1958):

$$k = k_{sat} e^{\alpha \psi} \tag{2.21}$$

onde α é uma constante ($0 < \alpha < \infty$), k_{sat} o valor da condutividade hidráulica saturada, e assumindo que o meio é homogêneo, isotrópico e semi-infinito.

Ensaios de Carga variável em Furos de Sondagem / Piezômetro – (infiltração ou recuperação)

Condutividade Hidráulica Saturada



$$k = \frac{A \ln(h_1 / h_2)}{F(t_2 - t_1)}$$

F = fator de forma

$$F = 2,75 \times D$$

(a) Furo de sondagem

$$k = \frac{A}{FT}$$

$$A = \frac{\pi d^2}{4}$$

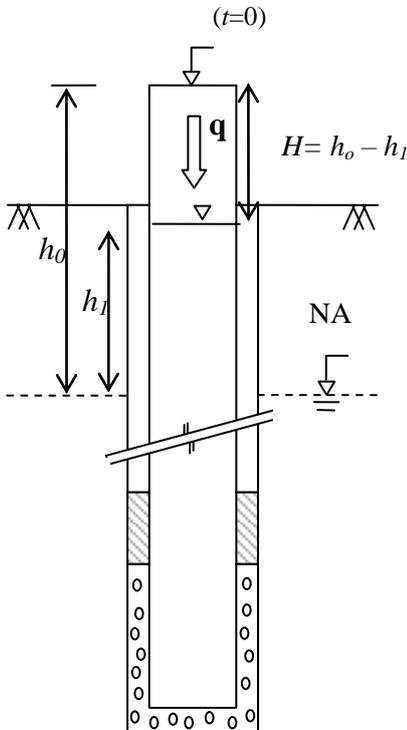
$$F = \frac{2\pi L}{\ln\left(\frac{L}{D} + \sqrt{1 + \left(\frac{L}{D}\right)^2}\right)}$$

T = fator tempo correspondente a
 $\log(h / h_0) = 0,37$

(b) Piezômetro (Teoria de Hvorslev)

Figura 41 - Ensaios de Carga Variável - Abaixo do nível d'água

Teoria do time lag (Hvorslev)



Solo $\Rightarrow q = F.k.\Delta H$

onde

F = fator de forma

k = coeficiente de permeabilidade

ΔH = diferença de carga total ($h_0 - h_1$)

Tubo $\Rightarrow q = \frac{d(vol)}{dt} = \frac{A.dh}{dt} \Rightarrow q.dt = A.dh$

$$\boxed{\begin{aligned} F.k.(h_0 - h_1).dt &= A.dh \\ \frac{dh}{(h_0 - h_1)} &= \frac{F.k}{A} dt \end{aligned}}$$

Figura 42 - Ensaio de Carga Variavel em piezometro - Abaixo do nível d'água

Definição do Tempo básico de time lag (T):

O time lag é o intervalo de tempo que ocorre entre a variação de pressão no campo e a variação de leitura do instrumento. Com isso, quando ocorre uma variação de pressão (ΔH), a variação de água no interior do piezômetro é igual a :

Vol = A x ΔH

$\Rightarrow \boxed{T = \frac{vol}{q} = \frac{A \times \Delta H}{q}}$

Mas

ou

$q = \frac{Vol}{T}$

$\Rightarrow \boxed{T = \frac{A \times \Delta H}{F.k.\Delta H} = \frac{A}{F.k}}$

Substituindo T na equação , tem-se

$$\begin{aligned}
 & F.k.(h_o - h_1).dt = A.dh \\
 & \frac{dh}{(h_o - h_1)} = \frac{F.k}{A} dt \\
 & \Rightarrow \frac{dh}{(h_o - h_1)} = \frac{dt}{T} \\
 & \int_{h_o}^{h_1} \frac{dh}{(h_o - h_1)} = \int_{t_o}^T \frac{dt}{T} \\
 & \Rightarrow \ln h_1 - \ln h_o = \frac{T - t_o}{T} \\
 & \text{se } t_o = 0 \\
 & \ln \frac{h_1}{h_o} = 1 \dots \dots \Rightarrow \frac{h}{h_o} = 0,37
 \end{aligned}$$

Na pratica, esta teoria é aplicada plotando-se o grafico abaixo para se estabelecer o valor de T

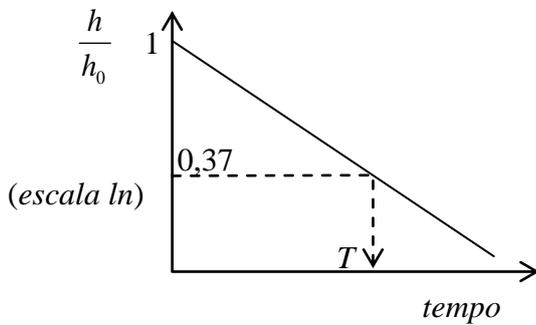
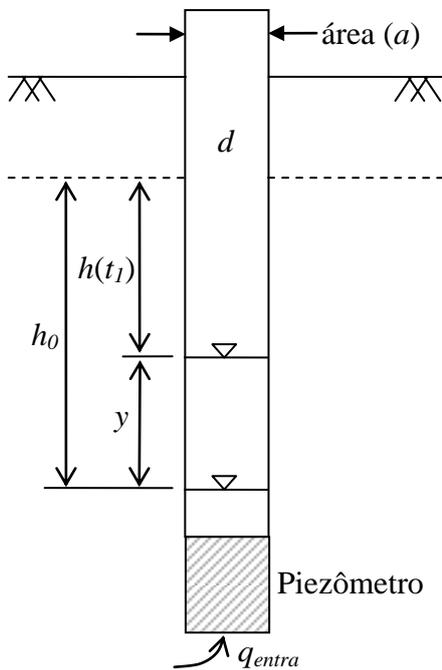


Figura 43 - Determinação do tempo basico de time lag (T)

Procedimento semelhante é adotado em ensaio de recuperação em piezometro

Ensaio de recuperação



$$\ln \frac{h}{h_0} = -1$$

$$\frac{h}{h_0} = 0,37 \Rightarrow \ln 0,37 = -1$$

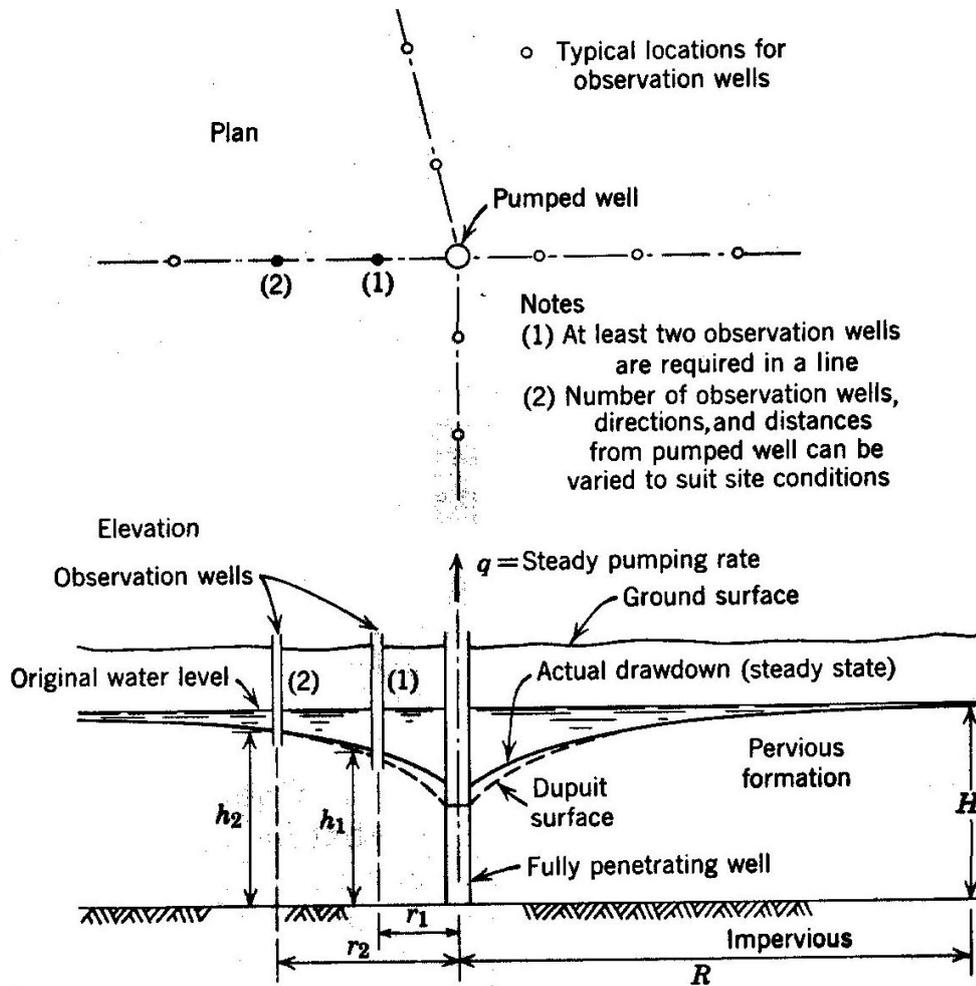
Figura 44 - Ensaio de recuperação

A figura abaixo resume as diversas condições / formulas para realização de ensaios de campo

A		B		C		D		E		F		G	
PERMEÂMETRO DE LABORATÓRIO		FLUXO DE FUNDO NO LIMITE IMPERMEÁVEL		FLUXO DE FUNDO NO SOLO UNIFORME		SOLO NO REVESTIMENTO NO LIMITE IMPERMEÁVEL		SOLO NO REVESTIMENTO UM SOLO UNIFORME		FILTRO "WELL POINT" NO LIMITE IMPERMEÁVEL		"WELL POINT" UNIFORME	
CASO	CARGA CONSTANTE	CARGA VARIÁVEL	TEMPO DE ESPERA BÁSICO	NOTAÇÃO									
A	$k_v = \frac{4 q L}{\pi D^2 H_c}$	$k_v = \frac{d^2 L}{D^2 (t_2 - t_1)} \ln \frac{H_1}{H_2}$ $k_v = \frac{L}{t_2 - t_1} \ln \frac{H_1}{H_2}$ PARA $d = D$	$k_v = \frac{d^2 L}{D^2 T}$ $k_v = \frac{L}{T}$ PARA $d = D$	D Diâmetro interno da amostra cm d Diâmetro da pipeta cm L Comprimento interno da amostra cm H _c Carga piezométrica constante em cm H ₁ Carga piezométrica para t ₁ em cm H ₂ Carga piezométrica para t ₂ em cm q Descarga de água cm ³ /seg t Tempo de espera seg K _v Permeabilidade vertical no revestimento cm/seg K _v Permeabilidade vertical no terreno cm/seg K _h Permeabilidade horizontal no terreno cm/seg K _m Coeficiente de permeabilidade médio cm/seg m Relação de transformação $k_m = \sqrt{k_h k_v}$ $m = \sqrt{k_h / k_v}$ $\ln = \log_e = 2,3 \log_{10}$									
B	$k_m = \frac{q}{2 D H_c}$	$k_m = \frac{\pi d^2}{8 D (t_2 - t_1)} \ln \frac{H_1}{H_2}$ $k_m = \frac{\pi D}{8 (t_2 - t_1)} \ln \frac{H_1}{H_2}$ PARA $d = D$	$k_m = \frac{\pi d^2}{8 D T}$ $k_m = \frac{\pi D}{8 T}$ PARA $d = D$										
C	$k_m = \frac{q}{2,75 D H_c}$	$k_m = \frac{\pi d^2}{11 D (t_2 - t_1)} \ln \frac{H_1}{H_2}$ $k_m = \frac{\pi D}{11 (t_2 - t_1)} \ln \frac{H_1}{H_2}$ PARA $d = D$	$k_m = \frac{\pi d^2}{11 D T}$ $k_m = \frac{\pi D}{11 T}$ PARA $d = D$										
D	$k'_v = \frac{4q \left[\frac{\pi}{8} \frac{k_v D}{k_v m} + L \right]}{\pi D^2 H_c}$	$k'_v = \frac{d^2 \left[\frac{\pi}{8} \frac{k_v D}{k_v m} + L \right]}{D^2 (t_2 - t_1)} \ln \frac{H_1}{H_2}$ $k'_v = \frac{\pi D}{8 m} + L$ PARA $d = D$ $k'_v = \frac{\pi D}{8 m} + L$ PARA $d = D$	$k'_v = \frac{d^2 \left[\frac{\pi}{8} \frac{k_v D}{k_v m} + L \right]}{D^2 T}$ $k'_v = \frac{\pi D}{8 m} + L$ PARA $d = D$ $k'_v = \frac{\pi D}{8 m} + L$ PARA $d = D$										
E	$k'_v = \frac{4q \left[\frac{\pi}{11} \frac{k_v D}{k_v m} + L \right]}{\pi D^2 H_c}$	$k'_v = \frac{d^2 \left[\frac{\pi}{11} \frac{k_v D}{k_v m} + L \right]}{D^2 (t_2 - t_1)} \ln \frac{H_1}{H_2}$ $k'_v = \frac{\pi D}{11 m} + L$ PARA $d = D$ $k'_v = \frac{\pi D}{11 m} + L$ PARA $d = D$	$k'_v = \frac{d^2 \left[\frac{\pi}{11} \frac{k_v D}{k_v m} + L \right]}{D^2 T}$ $k'_v = \frac{\pi D}{11 m} + L$ PARA $d = D$ $k'_v = \frac{\pi D}{11 m} + L$ PARA $d = D$										
F	$k_h = \frac{q \ln \left[\frac{2mL}{D} + \sqrt{1 + \left(\frac{2mL}{D} \right)^2} \right]}{2 \pi L H_c}$	$k_h = \frac{d^2 \ln \left[\frac{2mL}{D} + \sqrt{1 + \left(\frac{2mL}{D} \right)^2} \right]}{8 L (t_2 - t_1)} \ln \frac{H_1}{H_2}$ $k_h = \frac{d^2 \ln \left(\frac{4mL}{D} \right)}{8 L (t_2 - t_1)} \ln \frac{H_1}{H_2}$ PARA $\frac{2mL}{D} > 4$ $k_h = \frac{d \ln \left(\frac{4mL}{D} \right)}{8 L T}$ PARA $\frac{2mL}{D} > 4$	$k_h = \frac{d^2 \ln \left[\frac{2mL}{D} + \sqrt{1 + \left(\frac{2mL}{D} \right)^2} \right]}{8 L T}$ $k_h = \frac{d \ln \left(\frac{4mL}{D} \right)}{8 L T}$ PARA $\frac{2mL}{D} > 4$	H ₀ ESCALA 100 0,57H ₀ CARGA PIEZOMÉTRICA H 0,0 H ₀ TEMPO t (escala linear) Determinação do tempo de espera T									
G	$k_h = \frac{q \ln \left[\frac{mL}{D} + \sqrt{1 + \left(\frac{mL}{D} \right)^2} \right]}{2 \pi L H_c}$	$k_h = \frac{d^2 \ln \left[\frac{mL}{D} + \sqrt{1 + \left(\frac{mL}{D} \right)^2} \right]}{8 L (t_2 - t_1)} \ln \frac{H_1}{H_2}$ $k_h = \frac{d^2 \ln \left(\frac{2mL}{D} \right)}{8 L (t_2 - t_1)} \ln \frac{H_1}{H_2}$ PARA $\frac{mL}{D} > 4$ $k_h = \frac{d^2 \ln \left(\frac{2mL}{D} \right)}{8 L T}$ PARA $\frac{mL}{D} > 4$	$k_h = \frac{d^2 \ln \left[\frac{mL}{D} + \sqrt{1 + \left(\frac{mL}{D} \right)^2} \right]}{8 L T}$ $k_h = \frac{d^2 \ln \left(\frac{2mL}{D} \right)}{8 L T}$ PARA $\frac{mL}{D} > 4$										

HIPÓTESES

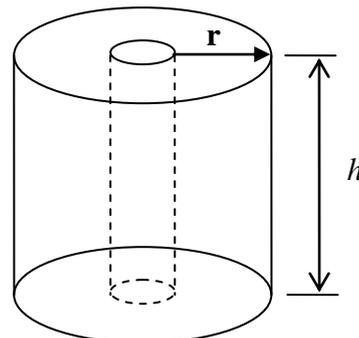
SOLO INDEFORMADO, PROFUNDIDADE INFINITA E ISOTROPIA DIRECIONAL (k_v e k_h CONSTANTES) - NENHUMA SEGREGAÇÃO, EXPANSÃO OU CONSOLIDAÇÃO DO SOLO - NENHUMA SEDIMENTAÇÃO OU CARREAMENTO - AUSÊNCIA DE AR OU GÁS NO SOLO, FILTRO OU PIPETA - PERDAS HIDRÁULICAS DESPREZÍVEIS NOS TUBOS OU FILTROS



Cálculos:

$$q = kiA$$

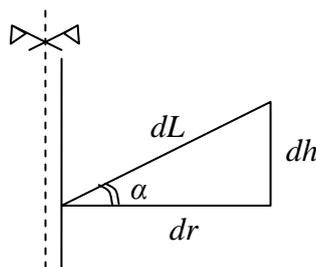
$$A = 2\pi r \cdot h$$



Sendo r distancia do poço, a área através da qual o fluxo ocorre

Pela hipótese de Dupuit:

$$i = \frac{dh}{dL} = \frac{dh}{dr}$$



Hipóteses:

poço totalmente penetrante

solo homogêneo isotrópico

válida equação de Dupuit (α peq.)

$$q = kiA = k \frac{dh}{dr} 2\pi rh$$

$$\int_{r_1}^{r_2} q \frac{dr}{r} = \int_{h_1}^{h_2} k 2\pi h dh$$

$$q \ln \frac{r_2}{r_1} = k 2\pi \frac{h_2^2 - h_1^2}{2}$$

$$k = \frac{q \ln(r_2 / r_1)}{\pi(h_2^2 - h_1^2)}$$

Observações

A confiabilidade dos resultados depende até que ponto as hipóteses estão satisfeitas

Dependendo de k , o estabelecimento do regime permanente pode levar dias. Existem formas de calcular como ensaio de carga variável (eqs. Diferenciais)

Ensaio caro

3.2.3. Casos Especiais

3.2.3.1. Permeabilidade Equivalente em Solos Estratificados

Fluxo perpendicular às camadas

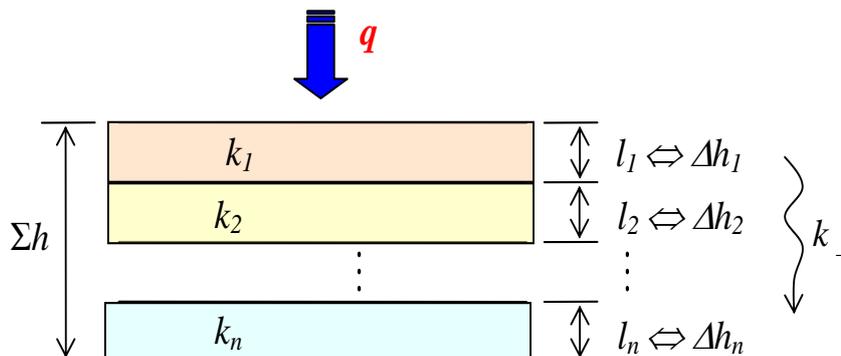


Figura 45

$$q_1 = q_2 = \dots = q_n$$

$$k_1 \frac{\Delta h_1}{l_1} A = k_2 \frac{\Delta h_2}{l_2} A = \dots = k_n \frac{\Delta h_n}{l_n} A = k_{\perp} \frac{\Delta h}{\Sigma l} A$$

$$k_1 \frac{\Delta h_1}{l_1} = k_{\perp} \frac{\Delta h}{\Sigma l} \quad \Rightarrow \quad \Delta h_1 = l_1 \frac{\Delta h}{\Sigma l} \frac{k_{\perp}}{k_1}$$

$$\Delta h_2 = l_2 \frac{\Delta h}{\Sigma l} \frac{k_{\perp}}{k_2}$$

⋮

$$+ \frac{\Delta h_n = l_n \frac{\Delta h}{\Sigma l} \frac{k_{\perp}}{k_n}}{\dots}$$

$$\dots \Delta h = \left(\frac{l_1}{k_1} + \frac{l_2}{k_2} + \dots \right) \frac{k_{\perp} \Delta h}{\Sigma l}$$

$$\Rightarrow k_{\perp} = \frac{\Sigma l}{\frac{l_1}{k_1} + \frac{l_2}{k_2} + \dots}$$

Fluxo Paralelo às camadas

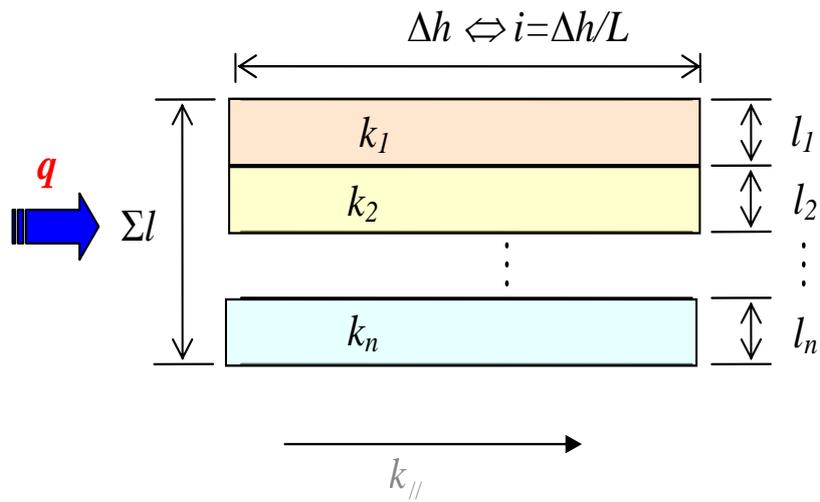


Figura 46

$$q = \Sigma q_i$$

$$k_{||} \times i \times \Sigma l_i \times 1 = k_1 \times i \times l_1 \times 1 + \dots + k_n \times i \times l_n \times 1$$

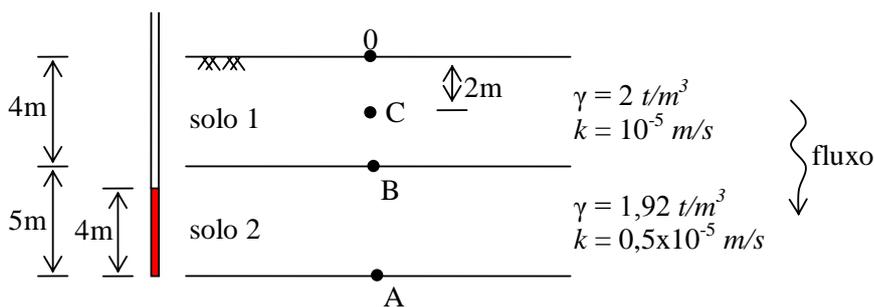
$$k_{||} = \frac{k_1 l_1 + k_2 l_2 + \dots + k_n l_n}{\Sigma l_i}$$

$$\Rightarrow k_{||} = \frac{\Sigma k_i l_i}{\Sigma l_i}$$

3.3. Tensão Efetiva sob Condição de Fluxo Permanente

Por definição: $\sigma' = \sigma - u \Leftrightarrow \begin{cases} \text{hidrostática} \Rightarrow u = \gamma_w \times z \\ \text{fluxo} \Rightarrow u = \gamma_w \times h_p \end{cases}$

Exemplo: Cálculo de σ'_{vA} , σ'_{vB} , σ'_{vC}



Ponto A:

$$\sigma_v = 2 \times 4 + 5 \times 1,92 = 17,6 \text{ t/m}^2$$

$$u = 4 \times 1 = 4 \text{ t/m}^2$$

$$\sigma'_{vA} = 13,6 \text{ t/m}^2$$

Ponto B:

$$\sigma_v = 8 \text{ t/m}^2$$

$$u = ?$$

por continuidade, $q_1 = q_2$

$$1,4h_B = 10,6 \Rightarrow h_B = 7,57m$$

$$h_e = 5m$$

$$h_p = 2,57m$$

$$u_B = 2,57 \text{ t/m}^2$$

$$\sigma'_B = 5,43 \text{ t/m}^2$$

3.3.1. Força de Percolação

Quando a água percola através do esqueleto sólido gera uma força (força de percolação) que atua nas partículas de solo.

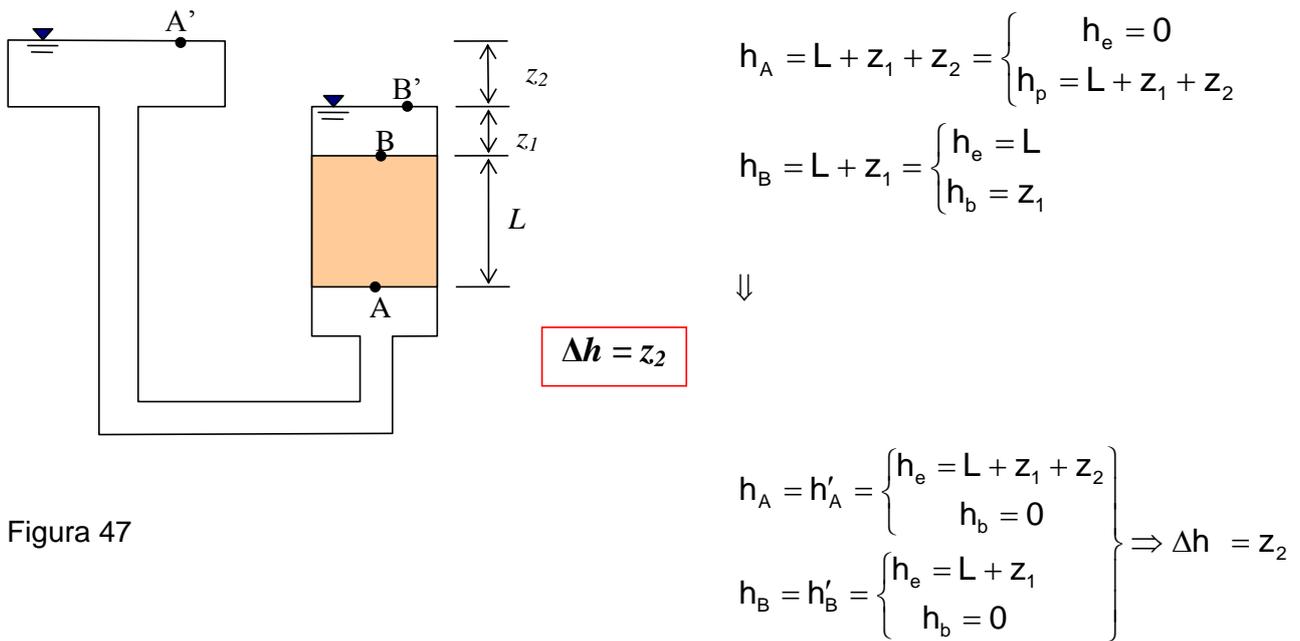
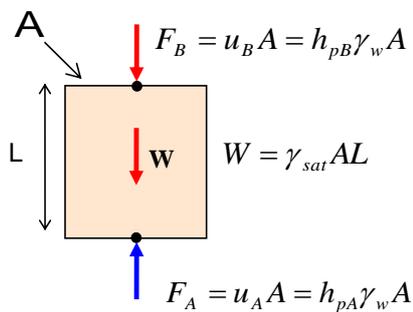


Figura 47

Equilíbrio de Forças



$$R = F_B + W - F_A$$

$$R = z_1 \gamma_w A + \underbrace{\gamma_{sat} AL}_{\gamma_{sub} AL + \gamma_w AL} - (L + z_1 + z_2) \gamma_w A$$

$$R = z_1 \gamma_w A + \gamma_{sub} AL + \gamma_w AL - (L \gamma_w A + z_1 \gamma_w A + z_2 \gamma_w A)$$

$$R = \gamma_{sub} AL - (z_2 \gamma_w A) \quad \text{ou} \quad R = \underbrace{\gamma_{sub} AL}_{\text{força solo}} - \underbrace{\Delta h \gamma_w A}_{\text{Força de percolação}(F_p)}$$

Figura 48

Se $R = 0 \Rightarrow$ instabilidade

$$\frac{R}{A} = \gamma_{sub}L - z_2\gamma_w = 0 \Leftrightarrow \gamma_{sub}L = z_2\gamma_w$$

$$z_2 = \Delta h \Leftrightarrow \gamma_{sub}L = \Delta h\gamma_w$$

$$i_{crítico} = \frac{\Delta h}{L} = \frac{\gamma_{sub}}{\gamma_w}$$

Fluxo Ascendente:

Se $i \geq i_{cr} \Rightarrow$ instabilidade hidráulica (liquefação)

$i < i_{cr} \Rightarrow$ estabilidade hidráulica

O que acontece com as tensões efetivas?

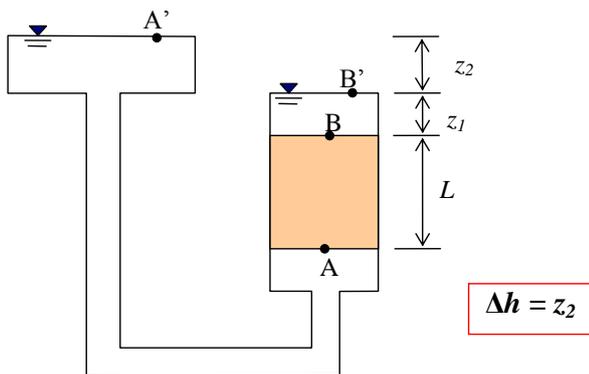


Figura 49

Ponto A:

$$\sigma_v = z_1\gamma_w + \gamma_{sat}L$$

$$u = (L + z_1 + z_2)\gamma_w$$

\Downarrow

$$\sigma'_v = z_1\gamma_w + \gamma_{sat}L - (L + z_1 + z_2)\gamma_w$$

$$\sigma'_v = z_1\gamma_w + \gamma_{sub}L + \gamma_wL - L\gamma_w - z_1\gamma_w - z_2\gamma_w$$

$$\sigma'_v = \gamma_{sub}L - z_2\gamma_w$$

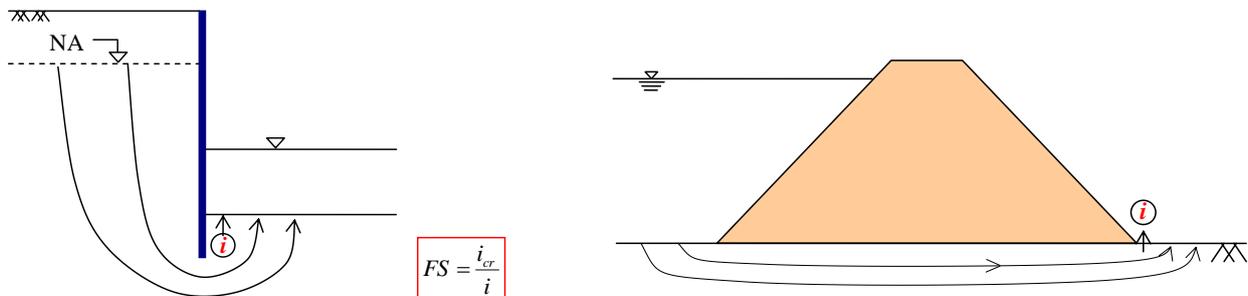
$$\sigma'_v = \gamma_{sub}L - \Delta h\gamma_w = \frac{R}{A}$$

$$\text{se } R=0 \Rightarrow \sigma'_v = 0$$

solos arenosos	Resistência $\Rightarrow \tau_f = \sigma' \tan \phi = 0$ areia movediça ("quick condition")
solos argilosos	Resistência $\Rightarrow \tau_f = c' + \sigma' \tan \phi' \neq 0$

Obs.:

Sempre que o fluxo é ascendente é **fundamental** verificar os **gradientes** (i) e compará-los com i_{cr} para checar a possibilidade de instabilidade hidráulica.



Piping \Rightarrow Quando o fluxo é ascendente e o **gradiente** (i) é próximo da unidade, as partículas menores vão sendo carreadas acarretando na abertura de canais .

Em projetos, é recomendado que $FS = \frac{i_{cr}}{i} \geq 2$.

3.3.1.1. Taludes

Quando a água se movimentar através do solo ela impõe uma força percolação (F_p). Separando-se os sólidos da água, a de percolação (F_p) é dada por (Figura 50)

$$F_p = [\bar{i} \times \gamma_w] \times volume = \gamma_w h l \cos \beta \sin \beta \quad (1)$$

já que o gradiente hidráulico (i) na fatia é:

$$i = \frac{\Delta h}{l} = \frac{l \operatorname{sen} \beta}{l} = \operatorname{sen} \beta \quad (2)$$

Na prática, existem 2 tipos de abordagem para inclusão da força de percolação quando se estuda estabilidade de taludes. A F_p pode ser incluída eliminando os efeitos da água tanto na lamela quanto na base (Figura 50a) ou considerando peso total (sólidos + água) e a pressão de água na base (Figura 50b). Para primeira condição, o equilíbrio de forças nas direções paralela e perpendicular à superfície do talude fica definido pelas equações abaixo

$$\sum F_m = 0 \Rightarrow W \operatorname{sen} \beta + F_p = s \Rightarrow \gamma_{\text{sub}} h l \cos \beta \operatorname{sen} \beta + F_p = \frac{c'l}{FS} + N' \frac{\tan \phi'}{FS} \quad (3)$$

$$\sum F_n = 0 \Rightarrow W \cos \beta = N' \Rightarrow N' = \gamma_{\text{sub}} h l \cos^2 \beta$$

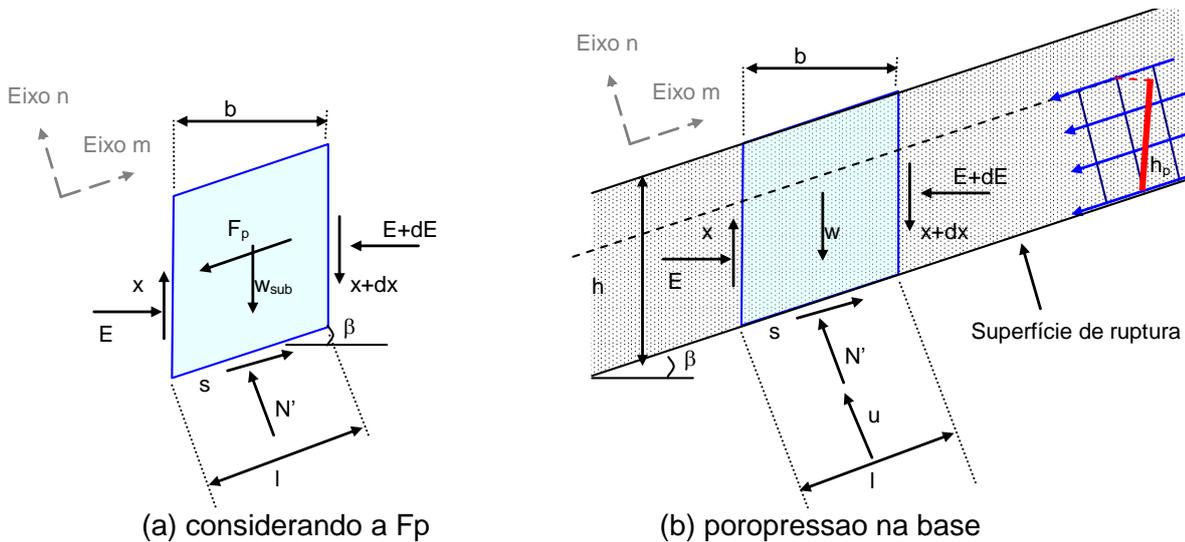


Figura 50. Talude infinito saturado - Força de percolação em fatia genérica

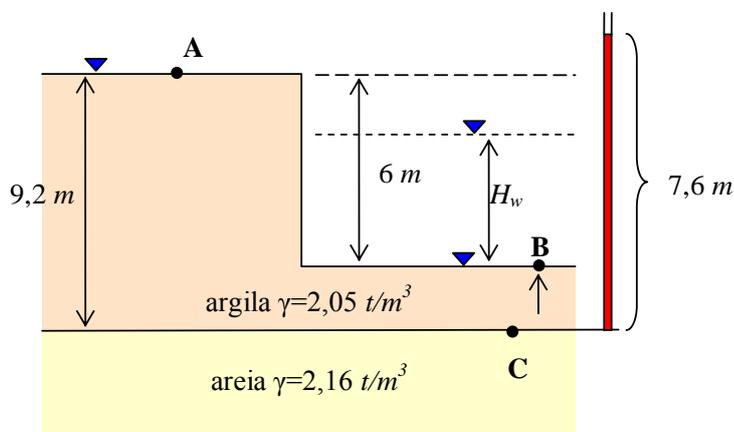
Considerando-se a poropressão como força externa à fatia, chega-se às mesmas equações.

$$\sum F_m = 0 \Rightarrow W \operatorname{sen} \beta = s \Rightarrow W \operatorname{sen} \beta = \frac{c'l}{FS} + N' \frac{\tan \phi'}{FS} \quad (4)$$

$$\sum F_n = 0 \Rightarrow W \cos \beta = N' + ul \Rightarrow N' = W \cos \beta - ul$$

Exemplo:

Será executada uma escavação conforme desenho abaixo. No contato areia-argila foi instalado um piezômetro que registrou uma carga piezométrica de 7,6 m. A profundidade de escavação é de 6 m. Calcule a altura de água a ser mantida no interior da escavação a fim de se evitar instabilidade de fundo.



i) antes da escavação:

$$h_A = 9,2\text{m} = \begin{cases} h_e = 0 \\ h_p = 9,2\text{m} \end{cases}$$

$$h_C = 7,6\text{m} = \begin{cases} h_e = 0 \\ h_p = 7,6\text{m} \end{cases}$$

⇒fluxo descendente

ii) após a escavação:

$$h_B = 9,2\text{m} - 6\text{m} = 3,2\text{m}$$

$$h_C = 7,6\text{m} = \begin{cases} h_e = 0 \\ h_p = 7,6\text{m} \end{cases}$$

⇒fluxo ascendente

ii.a) gradiente hidráulico:

$$i_{\text{crítico}} = \frac{\gamma_{\text{sub}}}{\gamma_w} = \frac{2,05 - 1,0}{1} = 1,05$$

$$i = \frac{\Delta h}{L} = \frac{h_C - h_B}{L} = \frac{7,6 - 3,2}{9,2 - 6} = 1,57$$

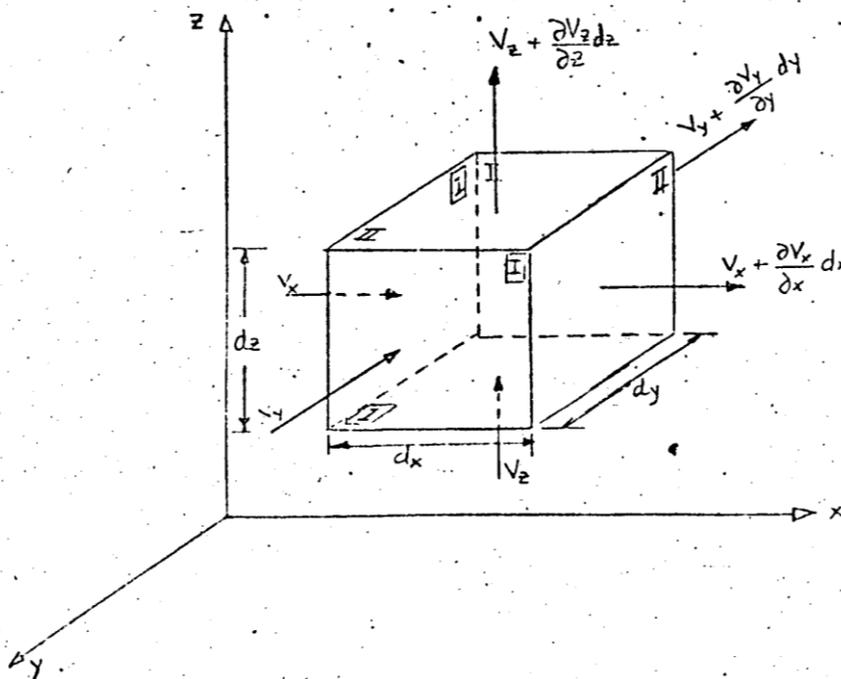
$$i > i_{\text{crítico}} = \text{instável} \Rightarrow \text{FS} = \frac{1,05}{1,57} = 0,67$$

$$i_{\text{projeto}} < 1,05 \Rightarrow \frac{h_C - h_B}{L} < 1,05$$

4. EQUAÇÃO BÁSICA DE FLUXO EM SOLOS

Seja o elemento de solo homogêneo mostrado na Figura 51, com dimensões dx , dy e dz , através do qual a água está fluindo, segundo um regime laminar.

Sejam v_x , v_y e v_z as componentes nas direções x , y e z da velocidade superficial v com a qual a água passa através das faces I do elemento de solo dado na figura 1. As velocidades com as quais a água sai do elemento de solo (faces II) são:



$$v_x + \frac{\partial v_x}{\partial x} dx$$

$$v_y + \frac{\partial v_y}{\partial y} dy$$

$$v_z + \frac{\partial v_z}{\partial z} dz$$

Figura 51. Elemento de solo homogêneo

A vazão que passa por uma seção qualquer pode ser expressa como sendo igual ao produto da área da seção pela velocidade de fluxo, podendo-se escrever que:

$$q = vA$$

$$q_x = v_x d_y d_z$$

$$q_y = v_y d_z d_x$$

$$q_z = v_z d_x d_y$$

Componentes nas direções x , y , e z do volume de água que entra no elemento de solo por unidade de tempo.

$$q_x + dq_x = (v_x + \frac{\partial v_x}{\partial x} dx) dy dz$$

$$q_y + dq_y = (v_y + \frac{\partial v_y}{\partial y} dy) dz dx$$

$$q_z + dq_z = (v_z + \frac{\partial v_z}{\partial z} dz) dx dy$$

Componentes nas direções x, y, e z do volume de água que sai do elemento de solo por unidade de tempo

A diferença entre o volume de água que entra e o volume que sai do elemento de solo por unidade de tempo será igual à variação de volume de água por unidade de tempo no interior do elemento de solo, ou seja:

$$q_x + q_y + q_z - (q_x + dq_x + dq_y + q_y + dq_z + q_z) = \frac{\partial V_w}{\partial t} \quad , \text{ ou}$$

$$dq_x + dq_y + dq_z = - \frac{\partial V_w}{\partial t} \quad , \text{ ou}$$

$$\left(\frac{\partial v_x}{\partial x} dx \right) dy dz + \left(\frac{\partial v_y}{\partial y} dy \right) dz dx + \left(\frac{\partial v_z}{\partial z} dz \right) dx dy = - \frac{\partial V_w}{\partial t} \quad \text{ou}$$

$$\left(\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) dx dy dz = - \frac{\partial V_w}{\partial t} \quad \text{conhecida como Equação da Continuidade}$$

Pela Lei de Darcy: $v = ki$. Nas direções x, y e z ter-se-á:

$$v_x = k_x i_x$$

$$v_y = k_y i_y$$

$$v_z = k_z i_z$$

O gradiente hidráulico é dado por:

$$i = - \frac{\partial h}{\partial l}$$

o qual é negativo devido ao fato que a perda de carga total diminui com o aumento do caminho de percolação. Então:

$$v_x = k_x \left(-\frac{\partial h}{\partial x} \right)$$

$$v_y = k_y \left(-\frac{\partial h}{\partial y} \right)$$

$$v_z = k_z \left(-\frac{\partial h}{\partial z} \right)$$

Supondo que o coeficiente de permeabilidade seja constante nas direções x, y, z, ter-se-á:

$$\left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left[k_x \left(-\frac{\partial h}{\partial x} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[k_y \left(-\frac{\partial h}{\partial y} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[k_z \left(-\frac{\partial h}{\partial z} \right) \right] \right\} dx dy dz = -\frac{\partial V_w}{\partial t}$$

$$\left(k_x \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + k_y \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} + k_z \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} \right) dx dy dz = \frac{\partial V_w}{\partial t} \quad \dots \dots \dots (1)$$

Considerando as definições de grau de saturação S e índice de vazios e, tem-se que:

$$V_w = S V_v \quad e \quad V_v = e V_s$$

logo, o volume de água V_w no interior do elemento de solo é dado por:

$$V_w = S e V_s$$

Por outro lado, o volume V do elemento é igual a:

$$V = V_s + V_v \quad \therefore V = V_s + e V_s \quad \therefore V = V_s (1 + e)$$

ou seja:

$$V_s = \left(\frac{V}{1 + e} \right) \quad \therefore V_s = \frac{dx dy dz}{1 + e}$$

donde:

$$V_w = \frac{S e}{1 + e} dx dy dz$$

A razão da variação do volume de água ao longo do tempo será:

$$\frac{\partial V_w}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{Se}{1+e} dx dy dz \right)$$

Como $\frac{dx dy dz}{1+e}$ é igual ao volume de sólidos, o qual, por hipótese, é considerado constante:

$$\begin{aligned} \frac{\partial V_w}{\partial t} &= \frac{dx dy dz}{1+e} \frac{\partial (Se)}{\partial t} \\ \frac{\partial V_w}{\partial t} &= \frac{dx dy dz}{1+e} \left(e \frac{\partial S}{\partial t} + S \frac{\partial e}{\partial t} \right) \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (2)$$

Levando (2) em (1), tem-se:

$$\begin{aligned} \left(k_x \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + k_y \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} + k_z \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} \right) dx dy dz &= \frac{dx dy dz}{1+e} \left(e \frac{\partial S}{\partial t} + S \frac{\partial e}{\partial t} \right) \\ k_x \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + k_y \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} + k_z \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} &= \frac{1}{1+e} \left(e \frac{\partial S}{\partial t} + S \frac{\partial e}{\partial t} \right) \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (3)$$

Esta equação (3) é a equação básica para fluxo laminar tridimensional em solos.

Observando-se os termos e (índice de vazios) e S (grau de saturação) à direita da equação (3), verifica-se que podem ocorrer quatro tipos de fluxo:

solo saturado	fluxo estacionário \Rightarrow	e e S constantes;
	fluxo transiente \Rightarrow	adensamento ou expansão – e variando e S constante;
solo não saturado	fluxo transiente \Rightarrow	<ul style="list-style-type: none"> • drenagem ou inchamento a volume constante - e constante e S variando; • e e S variando • e e S constantes

Fluxo com e e S constante

⇒ considerando-se que o solo esteja saturado e que tanto o esqueleto de partículas sólidas quanto a água contida nos vazios sejam incompressíveis, é o tipo de fluxo denominado estacionário ou permanente ou constante, o qual não varia com o tempo.

Fluxo com S constante e e variável

⇒ corresponde a uma situação de adensamento quando e decresce, e de expansão quando e aumenta.

Fluxo com e constante e S variando

⇒ corresponde a uma situação de drenagem a volume constante quando S diminui, e de embebedimento para S aumentando.

Fluxo com e e S variando

⇒ inclui problemas de compressão e expansão, além de drenagem e embebedimento.

Os casos de fluxo denominados de transiente indicam que a quantidade de água que passa através de uma superfície de um elemento de solo em um tempo unitário (vazão) varia com o tempo.

Esta apostila apresenta aspectos de projeto associados a problemas de fluxo de água sob regime estacionário e em solo saturado.

5. FLUXO BIDIMENSIONAL EM REGIME ESTACIONÁRIO

Considerando-se que haja componentes da vazão de água no subsolo somente nas direções x e z , ou seja, que $q_y = 0$, a equação (3) toma a forma:

$$k_x \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + k_z \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = \frac{1}{1+e} \left(e \frac{\partial S}{\partial t} + S \frac{\partial e}{\partial t} \right) \quad \text{.....} \quad (4)$$

Supondo-se ainda que:

- O fluxo é estacionário;
- O solo está saturado $\rightarrow S=100\% \rightarrow \frac{\partial S}{\partial t} = 0$;
- Efeitos de capilaridade são desprezíveis;
- Tanto o esqueleto de partículas sólidas quanto a água são incompressíveis. Durante o fluxo não ocorre nem compressão nem expansão $\rightarrow e=\text{cte} \rightarrow \frac{\partial e}{\partial t} = 0$

a equação (4) toma a forma:

$$k_x \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + k_z \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = 0 \quad \text{.....} \quad (5)$$

É interessante observar que, para se chegar à equação (5) acima, foram feitas ainda as seguintes hipóteses:

- Solo homogêneo;
- Coeficiente de permeabilidade constante nas direções x e z ;
- Válida a lei de Darcy.

Supondo-se, ainda, que o solo é isotrópico em relação a permeabilidade, ou seja, o coeficiente de permeabilidade é o mesmo em todas as direções, a equação (5) toma a forma:

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = 0 \quad \text{(Equação de Laplace)} \quad \dots\dots\dots (6)$$

Esta equação (6) é uma equação diferencial muito conhecida e estudada. Ela descreve, matematicamente, muitos fenômenos físicos de grande importância prática, entre os quais se encontra o fluxo de água através dos solos. Ela é conhecida como Equação de Laplace, sendo que uma função a satisfaça, tal qual a perda de carga h , é dita ser uma função harmônica.

A equação (6) representa uma condição particular de fluxo bidimensional em um solo isotrópico em relação a permeabilidade. Como é de conhecimento geral, a anisotropia do solo é uma condição encontrada freqüentemente. Entretanto, como será visto posteriormente, existe um artifício matemático que permite estudar-se o fluxo através de um solo anisotrópico como se o mesmo estivesse ocorrendo em um solo isotrópico. Desta forma, a equação de Laplace (6) satisfaz, em um sentido bastante geral, o fluxo de água através de um solo saturado.

A solução geral da equação de Laplace é constituída por dois grupos de funções, as quais podem ser representadas, dentro da zona de fluxo em estudo, por duas famílias de curvas ortogonais entre si. Estas funções definem os termos real e imaginário de uma função analítica complexa (vide Apêndice 1).

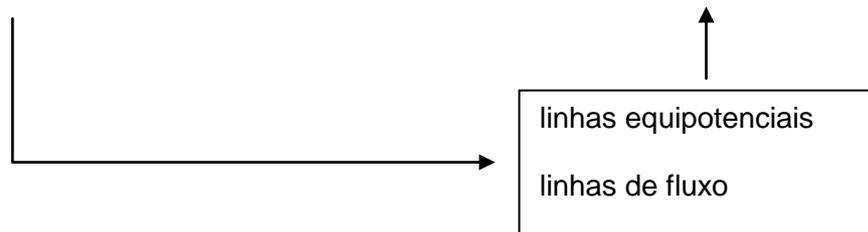
A solução geral que satisfizer as condições de contorno de um problema particular de fluxo constituirá a solução da equação de Laplace para este problema específico.

5.1. Solução da Equação de Laplace

Tendo sido definidos os princípios básicos que governam o fluxo através dos solos, a solução de um problema de fluxo consiste em se determinar o conjunto das linhas equipotenciais e das linhas de fluxo (rede de fluxo).



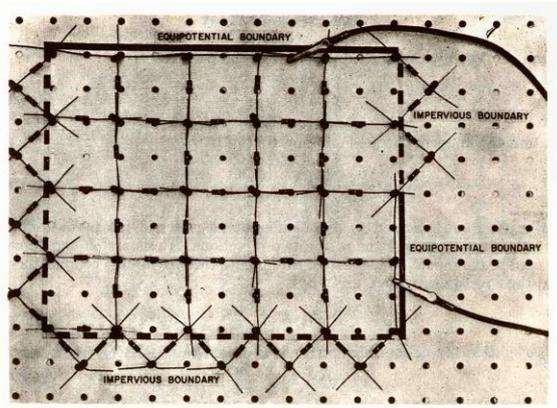
+ condições de contorno



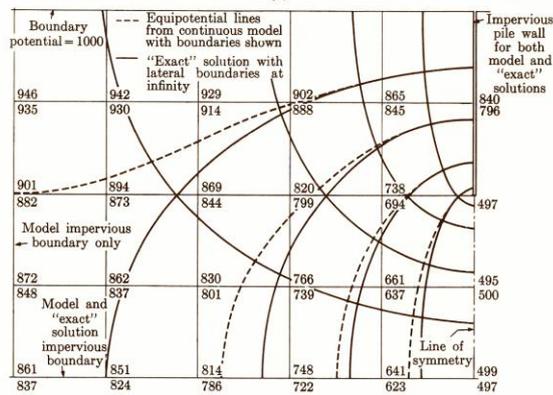
Os métodos mais usuais de solução da equação geral de fluxo podem ser classificados como:

- ✓ *métodos gráficos*
- ✓ *métodos analíticos* ⇒ *exatos*
- ✓ *aproximados* ⇒ *numéricos* (*diferenças finitas / elementos finitos*)
- ✓ *métodos analógicos* ⇒ *elétricos*, *viscosos*, *térmicos*
- ✓ *modelos físicos*

A Figura 52 mostra exemplo de analógico para situação de parede de estacas, mostrada Figura 52b; já a Figura 53 mostra um exemplo de modelo físico.



(a)



(b)

✓

Figura 52 Modelo Analógico elétrico comparado com solução gráfica

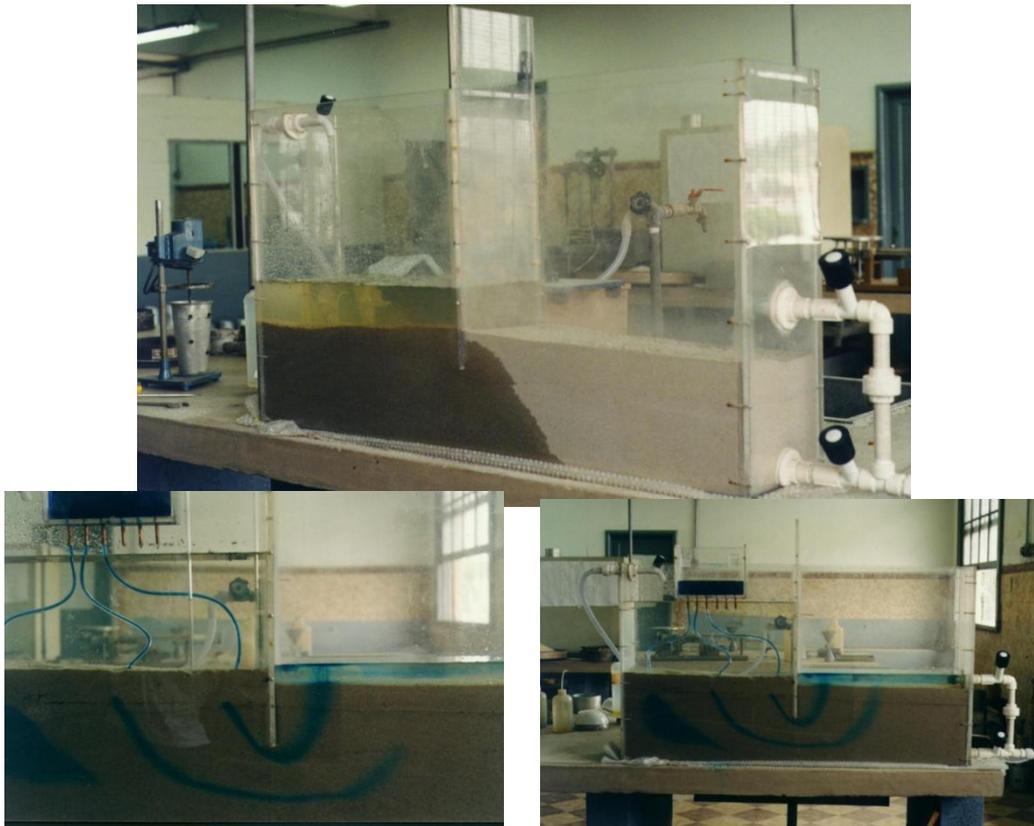


Figura 53. Modelo Físico

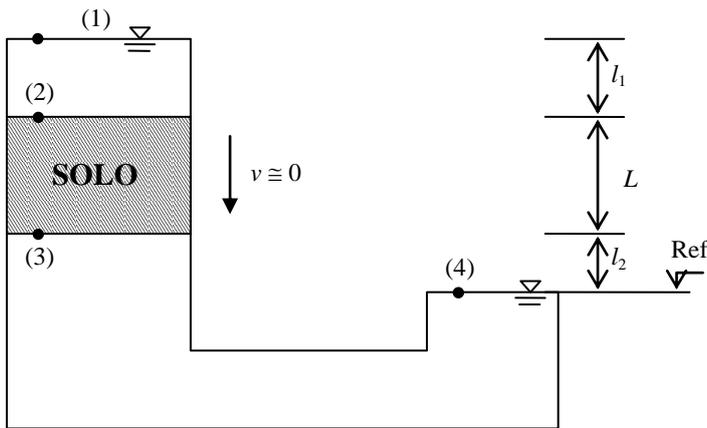
5.1.1. Solução analítica - Fluxo Unidimensional

No caso de fluxo 1D a equação de Laplace reduz-se a

$$\frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = 0$$

cuja solução analítica é dada por uma equação de reta

$$h(z) = Az + B$$



Ponto (2)
 $z = L + l_2$
 $h = A(L + l_2) + B = l_1 + L + l_2$

Ponto (3)
 $z = l_2$
 $h = A(l_2) + B = 0 \Rightarrow B = -A(l_2)$

$A(L + l_2) - A(l_2) = l_1 + L + l_2$
 $A = \frac{l_1 + L + l_2}{L}$

A solução é dada por
 $h(z) = \frac{l_1 + L + l_2}{L} (z - l_2)$

5.1.2. Fluxo Bidimensional

Seja a função $\phi(x, z)$, denominada função potencial de velocidade tal que:

$$\frac{\partial \phi}{\partial x} = v_x = -k \frac{\partial h}{\partial x} \quad \dots\dots\dots (7.1)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial z} = v_z = -k \frac{\partial h}{\partial z} \quad \dots\dots\dots (7.2)$$

onde h = carga total. Levando as equações 7 em 6 verifica-se que:

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 0$$

ou seja, a função $\phi(x, z)$ satisfaz a equação de Laplace.

Integrando-se as equações 7 ter-se-á:

$$\phi(x, z) = -kh(x, z) + C(z)$$

$$\phi(x, z) = -kh(x, z) + C(x)$$

Como x e z são variáveis independentes

$$C(z) = C(x) = C = \text{constante que depende das condições de contorno.}$$

Então: $\phi(x, z) = -kh(x, z) + C$

Supondo-se que $\phi(x, z)$ assuma um valor constante igual a ϕ_1 , por exemplo, ter-se-á:

$$\phi(x, z) = \phi_1$$

$$\phi_1 = -kh(x, z) + C_1 \therefore h(x, z) = \frac{1}{k}(C_1 - \phi_1) = cte$$

Uma função do tipo $\phi(x, z) = cte$ representa uma curva em um plano xz ao longo da qual tem-se que $h(x, z) = cte$ também. Ou seja, numa curva $\phi(x, z) = \phi_1$ todos os pontos terão um mesmo valor de carga total $h(x, z) = h_1$.

Assumindo-se valores para função $\phi(x, z)$ constantes (ϕ_1, ϕ_2, ϕ_3 etc.), define-se uma família de curvas no plano xz ao longo das quais a carga total tem valores constantes iguais, respectivamente, a h_1, h_2, h_3 etc. Devido a isto, tais curvas recebem o nome de linhas equipotenciais.

Seja uma segunda função $\psi(x, z)$, chamada de função fluxo, tal que:

$$-\frac{\partial \psi}{\partial x} = v_z = -k \frac{\partial h}{\partial z} \quad \dots\dots\dots (8.1)$$

$$-\frac{\partial \psi}{\partial z} = v_x = -k \frac{\partial h}{\partial x} \quad \dots\dots\dots (8.2)$$

Levando-se as equações (8) em (6), verifica-se que:

$$\frac{\partial \psi^2}{\partial x^2} + \frac{\partial \psi^2}{\partial z^2} = 0$$

Ou seja, a função $\psi(x, z)$ também satisfaz a Equação de Laplace.

Atribuindo-se uma série de valores constantes ψ_1, ψ_2, ψ_3 etc, à função $\psi(x, z)$, ter-se-á uma outra família de curvas no plano xz.

O diferencial total da função $\psi(x, z)$ é:

$$d\psi = \frac{\partial \psi}{\partial x} dx + \frac{\partial \psi}{\partial z} dz = -v_z dx + v_x dz$$

Se a função $\psi(x, z)$ fornece um valor constante, como ψ_1 p.ex., então $d\psi = 0$ e

$$\left(\frac{dz}{dx} \right) = \frac{v_z}{v_x} \quad (\text{velocidade tangente à curva } \psi) \quad \dots\dots\dots (9)$$

onde $\left(\frac{dz}{dx} \right)$ é a inclinação da tangente à curva $\psi(x, z) = \psi_1$ em um ponto $P(x, z)$.

Por outro lado, desde que v_z e v_x são as componentes da velocidade superficial resultante, nas direções z e x , respectivamente, a razão v_z/v_x fornece a direção da velocidade resultante que ocorre em um ponto $P(x, z)$ da curva $\psi(x, z) = \psi_1$. (ver Figura 54)

Ora, a velocidade superficial v que a água possui em um ponto $P(x, z)$ é, naturalmente, tangente à trajetória seguida pela água. Assim sendo, a curva $\psi(x, z) = \psi_1$ representa a trajetória física real da água através da região de fluxo. Devido a isto, as curvas da família $\psi(x, z) = cte$ são denominadas de linhas de fluxo ou de corrente.

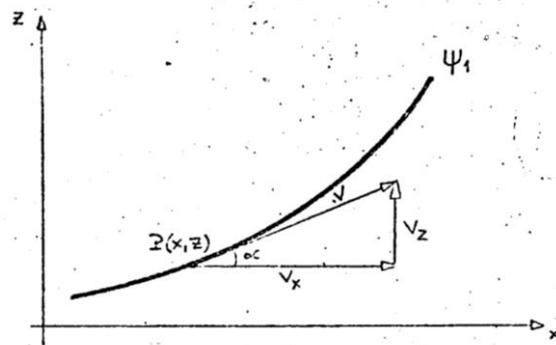


Figura 54. Trajetória de Fluxo

5.1.2.1. Características das funções de fluxo e potencial

i) Ortogonalidade:

Duas funções são ortogonais entre si satisfazem a seguinte condição:

$$\frac{\partial \phi}{\partial x} \frac{\partial \psi}{\partial x} + \frac{\partial \phi}{\partial z} \frac{\partial \psi}{\partial z} = 0$$

Substituindo as derivadas parciais pelos valores definidos nas equações (7) e (8), tem-se:

$$\left(-\frac{k\partial h}{\partial x}\right)\left(\frac{k\partial h}{\partial z}\right) + \left(-\frac{k\partial h}{\partial z}\right)\left(-\frac{k\partial h}{\partial x}\right) = -k^2 \left(\frac{\partial h}{\partial x}\right)\left(\frac{\partial h}{\partial z}\right) + k^2 \left(\frac{\partial h}{\partial x}\right)\left(\frac{\partial h}{\partial z}\right)$$

ou

$$v_x v_z - v_x v_z = 0 \quad \dots\dots\dots (10)$$

ii) vazão em um canal de fluxo:

A vazão q entre duas linhas de fluxo consecutivas quaisquer é constante, sendo igual à diferença entre as duas funções de fluxo. De fato, se:

$$q = \int_{\psi_1}^{\psi_2} v_x dA$$

Considerando a Figura 55 com uma área de fluxo de espessura unitária perpendicular à folha de papel,

$$q = \int_{\psi_1}^{\psi_2} v_x dz \cdot 1$$

Como $v_x = \frac{\partial \psi}{\partial z}$ (eq. 8.2), vem que

$$q = \int_{\psi_1}^{\psi_2} \frac{\partial \psi}{\partial z} dz = \psi_2 - \psi_1 = \Delta \psi \quad \dots\dots\dots (11)$$

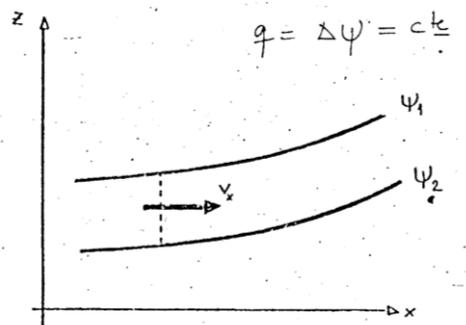


Figura 55. Canal de fluxo

iii) Interceptação

Uma outra característica importante das linhas de fluxo é a de que elas não podem se interceptar dentro da região de fluxo. Se tal ocorresse, no ponto de interseção a área disponível para fluxo seria nula, o que implicaria no não cumprimento de uma das hipóteses da teoria que é a da continuidade da vazão.

As linhas equipotenciais, por sua vez, também não podem nunca se interceptar, desde que cada equipotencial uma pontos de igual carga total e o fluxo se dá dos pontos de maior para os de menor carga total.

5.1.2.2. Condições de Contorno

Para a resolução da equação de Laplace

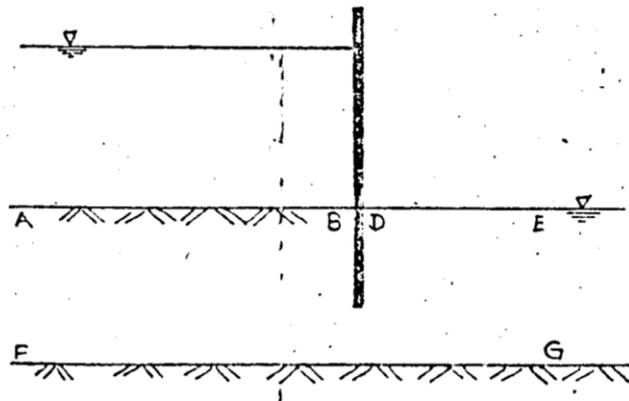
$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} = 0$$

faz-se necessária a determinação das condições de contorno. Essas condições estão diretamente ligadas à geometria do problema. A determinação das fronteiras dos problemas de fluxo é fator preponderante para a definição da rede de fluxo.

Os problemas de fluxo podem ser classificados (em relação às fronteiras) em problemas de fluxo confinado e problemas de fluxo não-confinado.

Fluxo confinado

Neste caso, as fronteiras estão bem definidas.

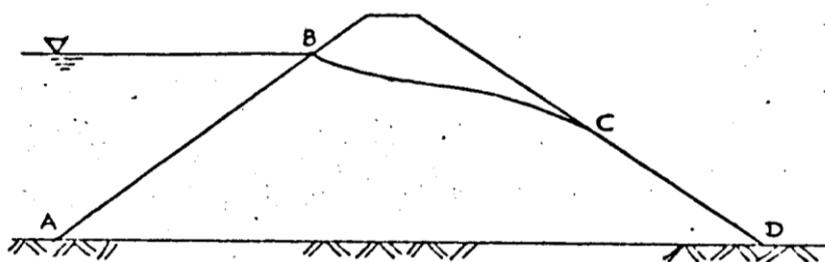


- sabe-se que o fluxo se dará na região ABCDEFG, estando assim as condições de contorno pré-fixadas.

Figura 56. Fluxo confinado

Fluxo não-confinado

Neste caso, as fronteiras não estão bem definidas a priori, existindo uma parte delas que necessita ser pré-determinada de modo a se resolver o problema.



- a linha BCD não é conhecida a priori, devendo assim ser determinada antes da resolução do problema.

Figura 57 Fluxo não confinado

Uma vez definidos os 2 tipos de problema (fluxo confinado e fluxo não-confinado), tem-se 4 tipos de condições de contorno geralmente encontrados:

- ✓ *superfície impermeável*
- ✓ *superfície em contato com o líquido*
- ✓ *superfície livre de fluxo*
- ✓ *linha freática*

Superfície impermeável

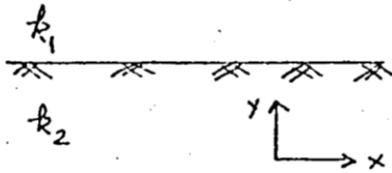


Figura 58

Quando $\frac{k_1 H_2}{k_2 H_1} = 100$, onde H = máximo comprimento de drenagem, cerca de 99% da perda de carga total ocorre na camada + impermeável.

$$\frac{k_1}{k_2} = \infty \Rightarrow \frac{\partial h}{\partial y} = 0 \quad \text{não haverá fluxo na direção } y.$$

Se a fronteira é impermeável, o vetor velocidade de uma partícula do fluido percolante é tangente à fronteira ($v_y = 0$). Isto significa que a própria fronteira já é uma linha de fluxo. Assim, as linhas equipotenciais são perpendiculares à superfície impermeável.

As superfícies normalmente encontradas são aquelas que delimitam os contatos solo-rocha, solo-concreto e solo-metal, além dos contatos entre solos com coeficientes de permeabilidade bastante distintos.

Superfície em contato com o líquido

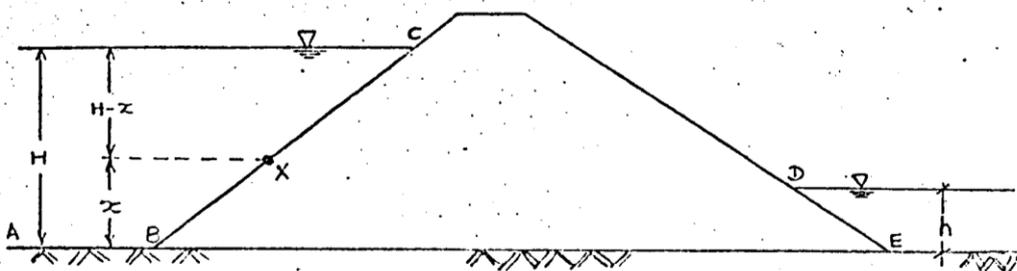


Figura 59

As linhas ABC e DEF definem superfícies em contato com o líquido.

carga total em AB = H

carga de elevação em X = x

carga de pressão em X = H - x

carga total em X = H

Se para qualquer ponto a carga total é a mesma, então ABC é uma equipotencial. O mesmo se aplica para a superfície DEF. Logo, as superfícies em contato com o líquido constituem equipotenciais.

Superfície livre de fluxo

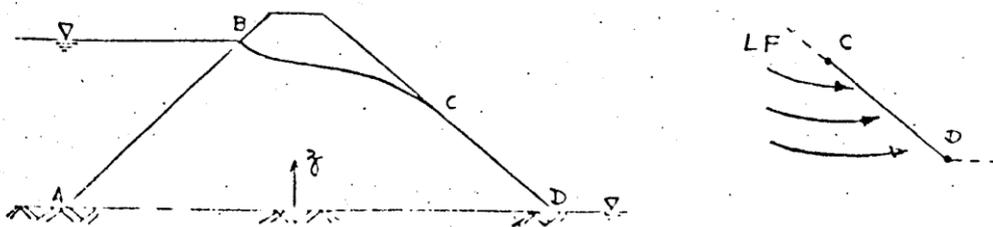


Figura 60

CD define uma superfície livre de fluxo

Ao longo de CD tem-se:

carga de pressão = $p_{atm} = 0$

carga de elevação = z

carga total = z

Dessa forma, a carga total varia linearmente com a altura, donde CD não é uma equipotencial.

Como as linhas de fluxo encontram CD, então CD também não é uma linha de fluxo.

Linha freática

A linha freática é a fronteira superior da região por onde se processa o fluxo. É a linha de fluxo superior do meio, ao longo da qual a carga piezométrica é nula (só existe carga de elevação).

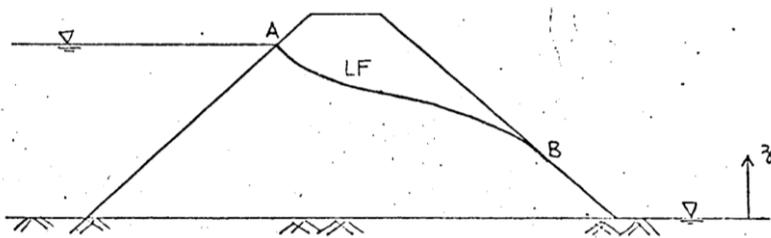


Figura 61

Ao longo de AB:

carga de pressão = 0

carga de elevação = z

carga total = z

5.2. Redes de Fluxo

Como foi visto, a equação de Laplace, que descreve matematicamente o fluxo da água através do solo (isotrópico), representa duas famílias de curvas que se interceptam segundo ângulos retos

Em uma dada região de fluxo, estas duas famílias de curvas, ortogonais entre si, formam um modelo constituído, geralmente, de figuras retangulares ou quadradas retilíneas ou curvilíneas, o qual constitui o que se denomina de rede de fluxo. Desde que as condições de contorno desta determinada região sejam satisfeitas, a rede de fluxo obtida constituirá uma solução particular da equação de Laplace para este problema específico.

A condição fundamental a ser satisfeita em uma rede de fluxo é a de que todas as interseções entre linhas de fluxo e equipotenciais quaisquer ocorram segundo ângulos retos. Além disto, é conveniente que a função de fluxo $\Delta\psi$ tenha o mesmo valor entre duas linhas de fluxo quaisquer adjacentes e que função potencial $\Delta\phi$ tenha também um mesmo valor entre duas linhas equipotenciais quaisquer adjacentes. Como será visto a seguir, para que isto ocorra, basta que a razão entre os lados ou dimensões médias $\Delta l = \Delta d$ dos retângulos ou quadrados retilíneos ou curvilíneos que constituem uma malha de rede de fluxo seja constante.

Sejam duas linhas de fluxo ψ_1 e $(\psi_1 + \Delta\psi)$ separadas pela distância Δd e duas linhas equipotenciais, ortogonais às linhas de fluxo, ϕ_1 e $(\phi_1 + \Delta\phi_1)$ separadas pela distância Δl mostradas na Figura 62. Este conjunto de linhas ortogonais constitui uma malha de rede de fluxo qualquer. As linhas de fluxo e equipotencial fazem um ângulo α com os eixos horizontal (direção x) e vertical (direção z), respectivamente.

No ponto A, a velocidade superficial (na direção l) é igual a v_l . As componentes de v_l nas direções x e z são iguais, respectivamente, a:

$$v_x = v_l \cos \alpha$$

$$v_z = v_l \sin \alpha$$

Ora:

$$\frac{\partial \phi}{\partial l} = \frac{\partial \phi}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial l} + \frac{\partial \phi}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial l}$$

Entretanto:

$$dx = dl \times \cos \alpha$$

$$dz = dl \times \text{sen} \alpha$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial x} = v_x = v_l \cos \alpha$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial z} = v_z = v_l \text{sen} \alpha$$

Então:

$$\frac{\partial \phi}{\partial l} = v_l \cos^2 \alpha + v_l \text{sen}^2 \alpha$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial l} = v_l$$

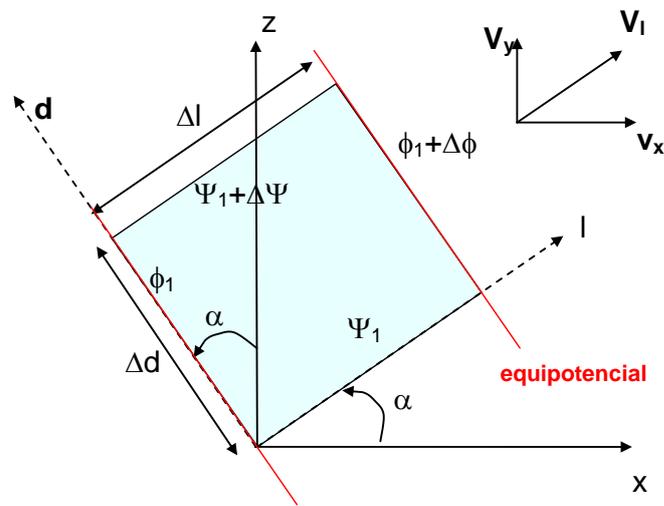


Figura 62

Por outro lado:

$$\frac{\partial \psi}{\partial d} = \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial d} + \frac{\partial \psi}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial d}$$

Analogamente:

$$\frac{\partial x}{\partial d} = \cos \left(\frac{\pi}{2} + \alpha \right) = -\text{sen} \alpha$$

$$\frac{\partial z}{\partial d} = \cos \alpha$$

Tem-se:

$$\frac{\partial \psi}{\partial d} = -v_l \text{sen} \alpha (-\text{sen} \alpha) + v_l \cos^2 \alpha$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial d} = v_l$$

Então:

$$\frac{\partial \psi}{\partial d} = \frac{\partial \phi}{\partial l}$$

Ou, aproximadamente:

$$\frac{\Delta \psi}{\Delta d} = \frac{\Delta \phi}{\Delta l} \quad \dots\dots\dots (12)$$

Como $\Delta \psi = \Delta q$ (eq. 8) e $\Delta \phi = k\Delta h$ (eq. 7), a equação (12) fica:

$$\Delta q = k\Delta h \frac{\Delta d}{\Delta l} \quad \dots\dots\dots (13)$$

Seja, agora, a rede de fluxo esquematizada na fig. 5. As vazões através das malhas (1) e (2) desta rede são, de acordo com a eq. 13, iguais respectivamente a:

$$\Delta q_1 = k\Delta h_1 \frac{\Delta d_1}{\Delta l_1}$$

$$\Delta q_2 = k\Delta h_2 \frac{\Delta d_2}{\Delta l_2}$$

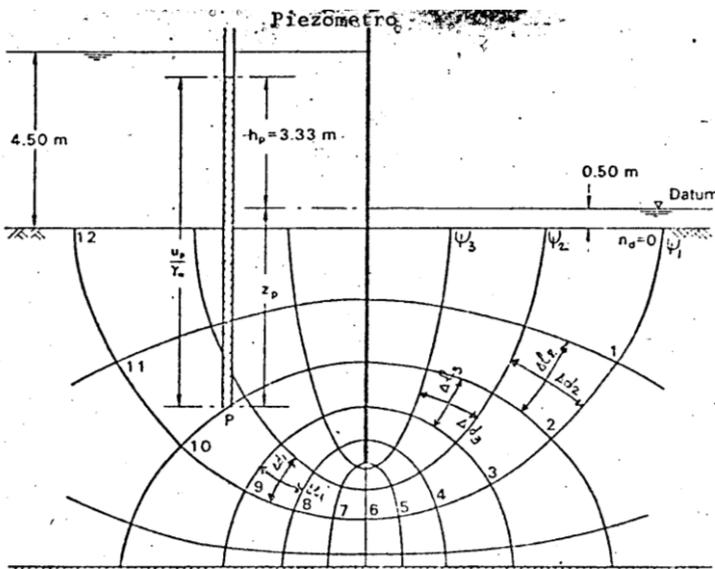
Onde

Δh_1 = perda de carga entre as equipotenciais ϕ_9 e ϕ_8 .

Δh_2 = perda de carga entre as equipotenciais ϕ_2 e ϕ_1 .

Δl_1 e Δd_1 = dimensões médias da malha 1

Δl_2 e Δd_2 = dimensões médias da



malha 2

Figura 63. Exemplo de rede de fluxo

Ora, de acordo com a eq. 11, a vazão constante q_1 entre as linhas de fluxo ψ_2 e ψ_1 é constante, logo:

$$q_1 = \Delta q_1 = \Delta q_2 = k\Delta h_1 \frac{\Delta d_1}{\Delta l_1} = k\Delta h_2 \frac{\Delta d_2}{\Delta l_2}$$

Ou seja:

$$\Delta h_1 \frac{\Delta d_1}{\Delta l_1} = \Delta h_2 \frac{\Delta d_2}{\Delta l_2}$$

Se

$$\frac{\Delta d_1}{\Delta l_1} = \frac{\Delta d_2}{\Delta l_2} = cte$$

$\Delta h_1 = \Delta h_2$, ou seja:

Se a razão entre as dimensões médias das malhas de uma rede de fluxo é constante, a perda de carga entre duas equipotenciais quaisquer, desta rede, também o será.

Seja, agora, a malha 3, cujas dimensões médias são iguais a Δl_3 e Δd_3 . A vazão através desta malha é igual à vazão q_3 entre as linhas de fluxo ψ_2 e ψ_3 e é dada por:

$$q_3 = k\Delta h_3 \frac{\Delta d_3}{\Delta l_3}$$

Comparando-se com a vazão q_1 , tem-se que:

$$\text{Se } \frac{\Delta d_3}{\Delta l_3} = \frac{\Delta d_2}{\Delta l_2} = \frac{\Delta d_1}{\Delta l_1}, \text{ de acordo com o visto acima}$$

$$\Delta h_1 = \Delta h_2 = \Delta h_3 \text{ e, conseqüentemente,}$$

$$q = q_1 = q_3 = k\Delta h \frac{\Delta d}{\Delta l} \quad \dots\dots\dots (14)$$

ou seja:

Se a razão entre as dimensões médias das malhas de uma rede de fluxo for constante, a vazão que ocorre nos vários canais de fluxo desta rede também será constante.

Em geral, as malhas de uma rede de fluxo são traçadas de modo que se tenha $\Delta d_i = \Delta l_i$, ou seja, as malhas ficam com a forma de quadrados retilíneos ou curvilíneos. Assim sendo, numa rede de fluxo formada por quadrados, a vazão através dos canais de fluxo é constante e a perda de carga entre quaisquer duas equipotenciais adjacentes também o é.

5.2.1. Dados Extraídos da Rede de Fluxo

A rede de fluxo permite a estimativa da vazão, poropressões e, conseqüentemente, gradientes hidráulicos. Testes com alunos indicaram que, desde que os erros de construção da rede não sejam grosseiros, as vazões apresentam erros menores que 10%. No entanto as poropressões são muito afetadas pelas incorreções¹¹.

5.2.1.1. Vazão total em uma região de fluxo

Seja a região de fluxo mostrada na Figura 63. A vazão total Q por unidade de comprimento L na direção y (perpendicular a página), será igual a:

$$\frac{Q}{L} = \sum_{i=1}^{n_f} q_i, \text{ onde } q_i = \text{vazão através de cada canal de fluxo}$$

¹¹ Scott – Principles of Soil Mechanics

Ora, considerando-se que a rede de fluxo foi traçada de forma que a razão entre as dimensões médias de suas malhas é constante, a vazão em cada canal de fluxo será constante e igual a q . Desta forma, se a rede possui n_f canais de fluxo, a vazão total será igual a:

$$\frac{Q}{L} = n_f q \quad \dots\dots\dots (15)$$

Por outro lado, se $\Delta d/\Delta l = cte$, a perda de carga entre duas equipotenciais adjacentes será também constante e igual a Δh . Se a perda de carga total que ocorre na região de fluxo é igual a n_q , tem-se que:

$$\Delta h = \frac{h}{n_q} \quad \dots\dots\dots (16)$$

Levando-se (16) em (14) e substituindo-se em (15):

$$\frac{Q}{L} = kh \frac{\Delta d}{\Delta l} \frac{n_f}{n_q} \quad \dots\dots\dots (17)$$

Se a rede é formada por quadrados, $\Delta d = \Delta l$ e:

$$\frac{Q}{L} = kh \frac{n_f}{n_q} \quad \dots\dots\dots (18)$$

As equações (17) e (18) fornecem o valor do volume total de água que passa por unidade de tempo (por unidade de comprimento na direção y) através de uma seção qualquer da região de fluxo em estudo. Esta vazão é função da relação n_f/n_q que é denominada de fator de forma da rede de fluxo e que é independente da permeabilidade do solo e da perda de carga h . É interessante mencionar que tanto n_f quanto n_q não precisam ser, necessariamente, números inteiros.

5.2.1.2. Gradiente hidráulico

O gradiente hidráulico em uma malha qualquer da rede fluxo será igual a:

$$i = \frac{\Delta h}{l} = \frac{\Delta H}{n_q \times l}$$

É interessante notar que quanto menor for a dimensão l maior será o valor do gradiente hidráulico. Ou seja, em redes de fluxo com malhas quadradas o valor do gradiente será tanto maior quanto menor for o tamanho do quadrado.

5.2.1.3. Poropressão

A poropressão u em qualquer ponto de uma região de fluxo será igual a:

$$u = h_p \gamma_w \quad \dots\dots\dots (20)$$

onde

h_p = carga de pressão no ponto considerado

γ_w = peso específico da água

Como

$$h_p = H - h_e$$

onde

H = carga total

h_e = carga de elevação

Para se obter o valor da poropressão em um ponto qualquer basta se conhecer o valor da carga total neste ponto, desde que a carga de elevação é sempre conhecida, já que ela é função do referencial ou datum escolhido arbitrariamente.

Então:

$$u = \gamma_w (H - h_e) \quad \dots\dots\dots (21)$$

O valor da carga total é fornecido pela rede de fluxo.

Se o ponto no qual se quer conhecer a poropressão situa sobre uma equipotencial, o valor da carga total é fornecido diretamente, sendo igual ao valor da carga total desta equipotencial.

Se o ponto se situa entre duas equipotenciais, como, p.ex., o ponto C na Figura 64, a carga total será:

$$\frac{h_A - h_C}{AC} = \frac{h_A - h_B}{AB}$$

$$h_C = h_A - \frac{AC}{AB}(h_A - h_B)$$

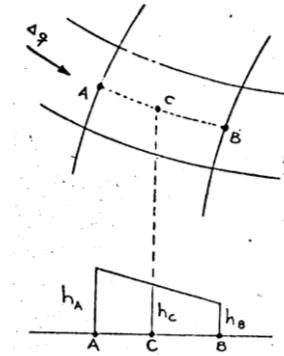


Figura 64

A carga total em cada equipotencial é facilmente determinada, desde que a relação entre as dimensões médias das malhas seja constante, o que implica em uma perda de carga constante. Colocando-se o referencial (datum) numa posição qualquer, a carga total na equipotencial de entrada é obtida, de acordo com as condições de contorno. Os valores das cargas totais nas equipotenciais subseqüentes serão sempre iguais ao valor de carga total anterior menos a perda de carga constante e igual a h/n_q .

5.2.2. Traçado da rede de fluxo

O traçado manual da rede de fluxo baseia-se em tentativas que levam em conta a experiência adquirida pelo projetista, bem como a utilização de comparações de problemas semelhantes já resolvidos por métodos mais exatos.

Transcrevem-se a seguir as recomendações de Casagrande:

- ✓ utilizar toda a oportunidade de estudar a aparência de redes de fluxo bem construídas. Uma vez fixada, tentar desenhar a mesma rede sem consultar a solução adequada; repetir até se alcançar a rede apropriada.
- ✓ 4 ou 5 canais de fluxo são, em geral, suficientes para a primeira tentativa.
- ✓ observar sempre a aparência geral da rede; não tentar ajustar detalhes até que toda a rede esteja aproximadamente correta.

- ✓ geralmente, há regiões na rede nas quais as linhas de fluxo devem ser aproximadamente retas e paralelas; os canais de fluxo devem, então, ter a mesma largura, e os quadrados são uniformes; começando-se o traçado da rede por esta região, pode-se facilitar a solução.
- ✓ a rede de fluxo em áreas confinadas, limitada por contornos paralelos, é simétrica, consistindo de curvas de formas elípticas.
- ✓ o iniciante geralmente comete o erro de desenhar transições marcantes entre as seções retas e curvas das linhas de fluxo e/ou equipotenciais; todas as transições devem ser suaves, de forma elíptica ou parabólica; o tamanho dos quadrados em cada canal vai variar gradualmente.
- ✓ em geral, a primeira tentativa de desenhar os canais de fluxos não resultará numa rede com elementos quadrados. Caso não se obtenham, quadrados perfeitos, é possível usar a relação entre os lados do retângulo para estabelecer um número fracionário que estará associado a uma relação entre o número de canais de fluxo e/ou quedas de potencial não inteira.
- ✓ Caso se deseje resolver toda a área por elementos quadrados, torna-se necessário modificar o número de canais de fluxo, ou por interpolação ou por reinício. Não se deve tentar a modificação para quadrados em áreas vizinhas, a menos que a correção seja muito pequena.
- ✓ notar que as condições de contorno podem introduzir peculiaridades na rede de fluxo.
- ✓ numa superfície livre de fluxo, os quadrados são incompletos; deve ser mantida a condição de iguais quedas de carga entre pontos de interseção de equipotenciais.
- ✓ inicialmente, deve ser assumida a superfície livre de fluxo e então determinar as posições dos pontos limítrofes do fluxo.

5.2.3. Exemplos: fluxo confinado

Exemplo 1:

Seja a rede de fluxo traçada através da fundação da barragem de concreto (vertedouro) mostrada na figura E1. A montante e a jusante foram cravadas duas séries de estacas-prancha, as quais são consideradas ser impermeáveis. Pede-se:

Determinar qual a vazão através da fundação por unidade de comprimento longitudinal da barragem.

Qual o valor do gradiente hidráulico no quadrado X.

Qual o valor da propressão nos pontos A, B e C.

Sabe-se que o coeficiente de permeabilidade do solo da fundação é igual a 10^{-3} cm/s.

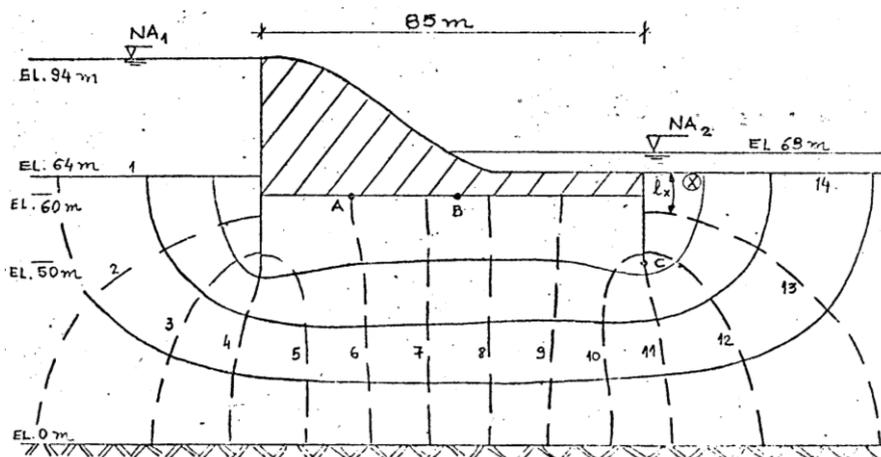


Figura 65

Solução:

Considerando-se o referencial ou datum localizado na EL. 0:

- Carga total na elevação 64 a montante: $H_{64M} = 94m$

- Carga total na elevação 64 a jusante: $H_{64J} = 68m$

- Perda de carga total na região de fluxo: $h = H_{64M} - H_{64J} = 94 - 68 = 26,00m$

- Número de quedas de potencial n_q : $n_q = 13$

- Número de canais de fluxo n_f : $n_f = 4$

- Perda de carga entre duas equipotenciais quaisquer:

$$\Delta h = \frac{h}{n_q} \quad \Delta h = \frac{26}{13} = 2m$$

- Valor da carga total nas equipotenciais:

Equipotencial	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Carga Total (m)	94	92	90	88	86	84	82	80	78	76	74	72	70	68

a) Vazão total:

$$Q = kh \frac{n_f}{n_q} = 10^{-5} \times 26 \times \frac{4}{13} \therefore Q = 8 \times 10^{-5} \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$$

b) Gradiente hidráulico no quadrado X:

$$i = \frac{\Delta h}{l_x} \therefore i = \frac{2}{9 \times 5} \therefore i = 0,21$$

c) Pressões neutras em A, B e C:

- Cargas em A: $H_A = 84m$ (Equipotencial 6)

$$h_{eA} = 60m \text{ (EL.60)}$$

$$h_{pA} = 24m$$

Logo: $u_A = \gamma_w h_{pA} \therefore u_A = 1 \times 24 \therefore u_A = 24 t/m^2$

- Cargas em B: $H_B = 81m$ (Interpolando entre as equipotenciais 7 e 8)

$$h_{eB} = 60m$$

$$h_{pB} = 21m$$

$$u_B = 21 t/m^2$$

- Cargas em A: $H_C = 74m$ (Equipotencial 11)

$$h_{eC} = 50m \text{ (EL.50)}$$

$$h_{pC} = 24m$$

$$u_C = 24 t/m^2$$

Exemplo 2:

Uma seção através de uma cortina de estaca prancha ao longo de um cais marítimo é mostrada na Figura 66. Na maré baixa a espessura da lâmina de água em frente à cortina é de 4,00m enquanto que o nível d'água atrás da cortina fica 2,50m acima do nível da baixa-mar. Plote a distribuição de poropressão atuante sobre a cortina.

Solução:

A rede de fluxo está mostrada na figura. O nível d'água em frente da cortina é selecionado como datum. A carga total no nível do lençol d'água (equipotencial de entrada, à direita) é 2,50m (carga de pressão zero; carga de elevação + 2,50).

A carga total na superfície do solo em frente à cortina (equipotencial de saída, à esquerda) é zero (carga de pressão 4,00m; carga de elevação – 4,00m). Há 12 quedas de potencial na rede de fluxo.

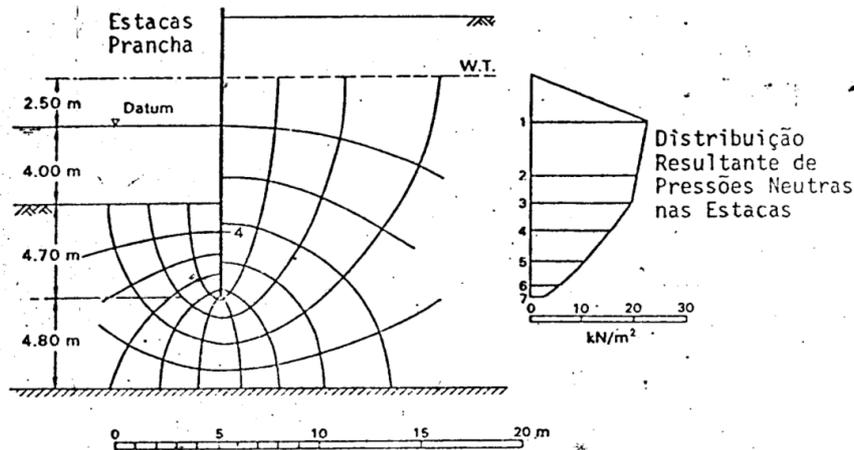


Figura 66

As pressões neutras são calculadas em ambos os lados da cortina em níveis seleccionados numerados de 1 a 7. Por exemplo, no nível 4 a carga total atrás da cortina é:

$$h_a = \frac{8,8}{12} \times 2,50 = 1,83m$$

e a carga total na frente da cortina é:

$$h_f = \frac{1}{12} \times 2,50 = 0,21m$$

A carga de elevação no nível 4 é igual a -5,5m.

Desta forma, a pressão líquida que atua na parte de trás da cortina, é:

$$u_a - u_f = 9,8(1,83 + 5,5) - 9,8(0,21 + 5,5)$$

$$= 9,8(7,33 - 5,71)$$

$$= 15,9 \text{ kN/m}^2$$

Os cálculos para os pontos selecionados estão tabelados abaixo e o diagrama de pressões líquidas está plotado à direita da fig.E2.

Nível	h_e (m)	h_a (m)	u_a / γ_w (m)	h_f (m)	u_f / γ_w (m)	$u_a - u_f$ (kgf/m ²)
1	0	2,30	2,30	0	0	22,6
2	-2,70	2,10	4,80	0	2,70	20,6
3	-4,00	2,00	6,00	0	4,00	19,6
4	-5,50	1,83	7,33	0,21	5,71	15,9
5	-7,10	1,68	8,78	0,50	7,60	11,6
6	-8,30	1,51	9,81	0,84	9,14	6,6
7	-8,70	1,25	9,95	1,04	9,74	2,1

Exemplo 3:

A seção transversal de uma barragem está mostrada na Figura 67. Determinar a vazão sob a barragem e plotar a distribuição da subpressão na base da mesma. O coeficiente de permeabilidade do solo da fundação é $2,5 \times 10^{-5} \text{ m/s}$.

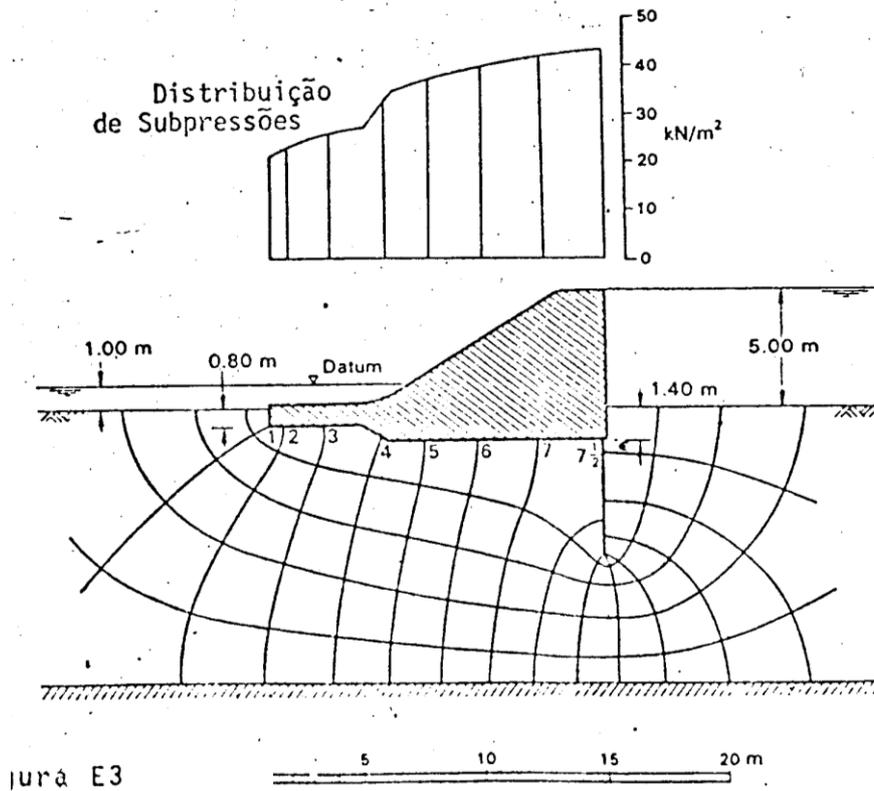


Figura 67

Solução:

A rede de fluxo está mostrada na figura. O nível d'água a jusante é tomado como referencial (datum). Entre as equipotenciais de entrada (montante) e de saída (jusante) a perda de carga total é de 4,00m. Na rede de fluxo há 4,7 canais de fluxo e 15 quedas de potencial.

A vazão é dada por:

$$\begin{aligned}
 q &= kh \frac{n_f}{n_q} \\
 &= 2,5 \times 10^{-5} \times 4,00 \times \frac{4,7}{15} \\
 &= 3,1 \times 10^{-5} \text{ m}^3/\text{s} \quad (\text{por m de barragem})
 \end{aligned}$$

A poropressão é calculada nos pontos de interseção das equipotenciais com a base da barragem. A carga total em cada ponto é obtida da rede de fluxo e a de elevação a partir da seção. Os cálculos estão tabelados abaixo e o diagrama de pressões está plotado na fig.E3.

Ponto	H (m)	H_e (m)	H_p (m)	$u_a - u_f$ (kN/m ²)
1	0,27	-1,80	2,07	20,3
2	0,53	-1,80	2,33	22,9
3	0,80	-1,80	2,60	25,5
4	1,07	-2,10	3,17	31,1
5	1,33	-2,40	3,73	36,6
6	1,60	-2,40	4,00	39,2
7	1,87	-2,40	4,27	41,9
7 1/2	2,00	-2,40	4,40	43,1

Exemplo 4:

O leito de um rio é constituído por uma camada de areia de 8,25m de espessura sobreposta a uma rocha impermeável. A lâmina d'água tem uma espessura de 2,50m. Uma ensecadeira extensa de 5,50m de largura é formada pela cravação de duas linhas de estacas prancha a uma profundidade de 6,00m abaixo do nível do leito do rio. O nível d'água no interior da ensecadeira é mantido no nível da escavação por bombeamento. Se a vazão no interior da ensecadeira é de 0,25m³/h por unidade de comprimento, qual é o coeficiente de permeabilidade da areia? Qual o valor do gradiente hidráulico imediatamente abaixo da superfície escavada?

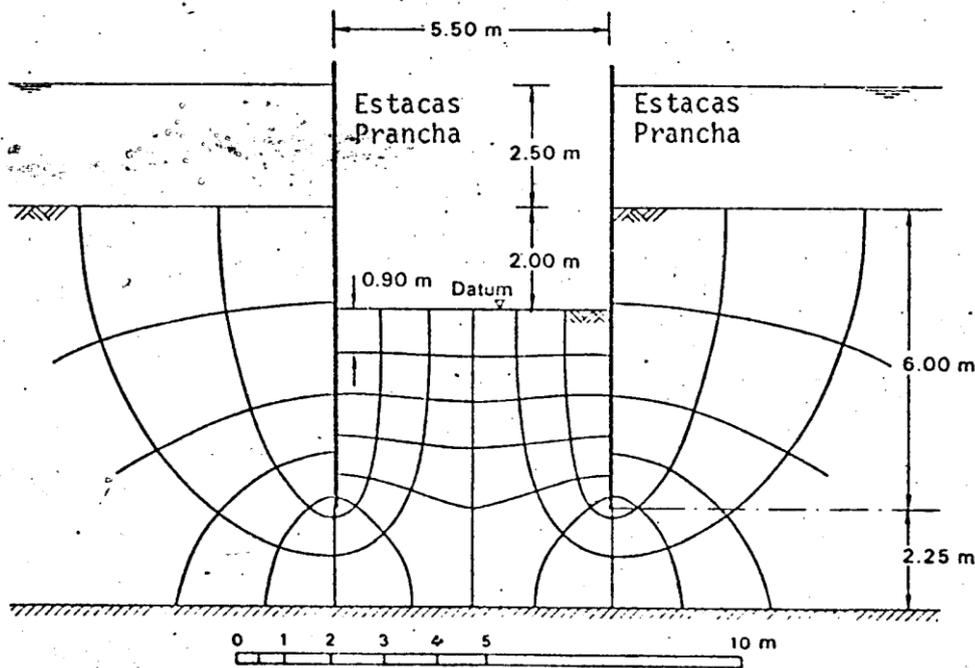


Figura 68

Solução:

A seção e a rede de fluxo estão mostradas na Figura 68. Na rede de fluxo há 6,0 canais de fluxo e 11 quedas de potencial. A perda de carga total é de 4,50m. O coeficiente de permeabilidade é dado por:

$$K = \frac{q}{h \frac{n_f}{n_q}}$$

$$= \frac{0,25}{4,50 \frac{6 \times 60^2}{11}} = 2,80 \times 10^{-5} \text{ m/s}$$

A distância (Δl) entre as duas últimas equipotenciais é medida, sendo igual a 0,90m. O gradiente hidráulico é dado por:

$$i = \frac{\Delta h}{\Delta l}$$

$$= \frac{4,50}{11 \times 0,9} = 0,45$$

5.2.4. Fluxo Não Confinado

Neste caso, o problema principal consiste na determinação das condições de contorno. E dentre as condições de contorno, a de mais difícil determinação é a linha freática.

A linha freática é uma linha de fluxo onde a pressão é atmosférica, ou seja, só há carga altimétrica.

Já foi demonstrado que numa rede de fluxo com $\frac{b}{l} = cte$, tem-se que $\Delta h = cte$. Sendo a carga total igual à carga de elevação, tem-se:

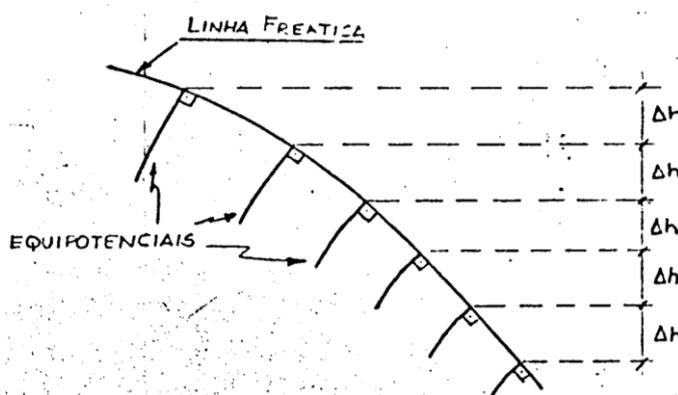


Figura 69

Quando o talude de montante é uma linha equipotencial, a linha freática l_{he} é perpendicular.

A rede de fluxo no caso de fluxo não-confinado é traçada utilizando-se estas características da linha freática e, em geral, segue-se os seguintes passos:

- ✓ Adota-se uma determinada linha freática (com forma geralmente parabólica).

- ✓ Traça-se as equipotenciais (linhas aproximadamente parabólicas) de modo a se ter perda de carga constante entre as mesmas.
- ✓ Traça-se as linhas de fluxo procurando-se formar os quadrados ou retângulos curvilíneos.
- ✓ Caso não se consiga uma boa conformação, modifica-se a linha freática e reinicia-se o traçado de acordo com as etapas anteriores.

Para determinados problemas particulares, como por exemplo, no caso de barragens de terra homogêneas com filtro horizontal e cuja fundação é impermeável (Figura 70) existem soluções analíticas exatas.

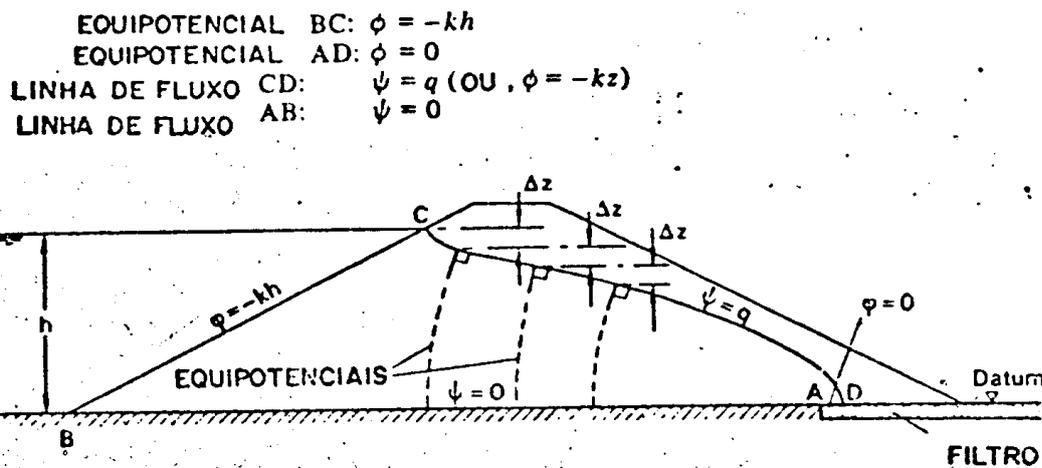


Figura 70

Utilizando-se a teoria de variáveis complexas verifica-se que a solução da equação de Laplace para este tipo de problema é constituída por duas famílias de parábolas confocais conjugadas.

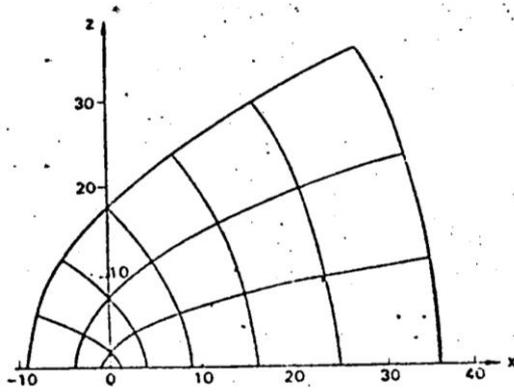


Figura 71

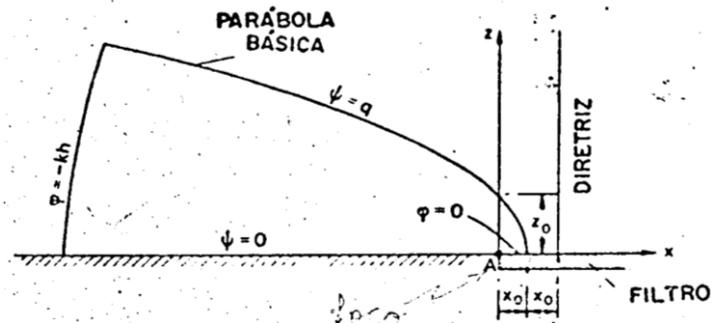


Figura 72

A linha freática fica então determinada pela equação.

$$x = \frac{1}{2} \left(\frac{q}{k} - \frac{k}{q} z^2 \right) \quad \dots \dots \dots (22)$$

conhecida como parábola básica de Kozeny, cuja origem e foco estão definidas no ponto A (figura 10).

Na equação 22, quando $z = 0$, o valor de x é dado por:

$$x = x_0 = \frac{q}{2k} \therefore q = 2kx_0 \quad \dots \dots \dots (23)$$

onde $2x_0$ é a distância da diretriz da parábola. Quando $x = 0$, o valor de z é dado por:

$$z_0 = \frac{q}{k} = 2x_0$$

substituindo (23) em (22), tem-se:

$$x = x_0 - \frac{z^2}{4x_0} \quad (24)$$

A parábola básica pode ser determinada analiticamente usando-se a equação 24, desde que se conheça as coordenadas de um ponto da mesma.

A linha $\phi = -kh$, que representa a equipotencial de entrada nas Figura 70 e Figura 72 é parabólica, enquanto que, na barragem, o talude de montante é retilíneo. Com base em inúmeros estudos de problemas de barragens de terra, Casagrande recomendou que dever-se-ia tomar o ponto G (fig. 11) como sendo o inicial da parábola. Substituindo-se as coordenadas de G na equação 24, pode-se, então, traçar a parábola básica. Como a linha freática deve interceptar o talude de montante (equipotencial) segundo um ângulo reto, deve-se processar uma correção CJ, usando-se bom senso, na parábola básica.

Tendo-se determinado a linha freática, a rede de fluxo pode então ser completada (Figura 73).

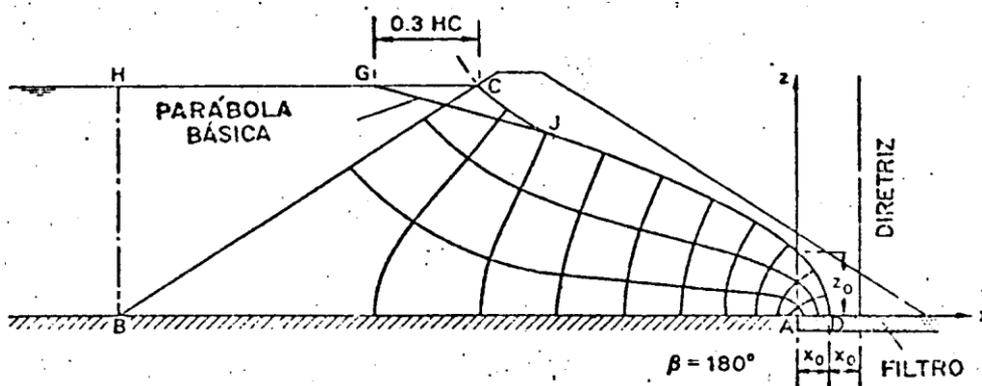


Figura 73

A parábola básica de Kozeny pode, também, ser determinada graficamente utilizando-se a propriedade do foco: a distância de qualquer ponto da parábola ao foco é igual a distância deste ponto à diretriz (fig. 12).

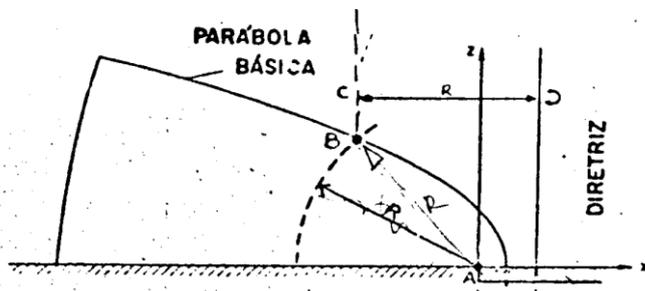


Figura 12

Figura 74

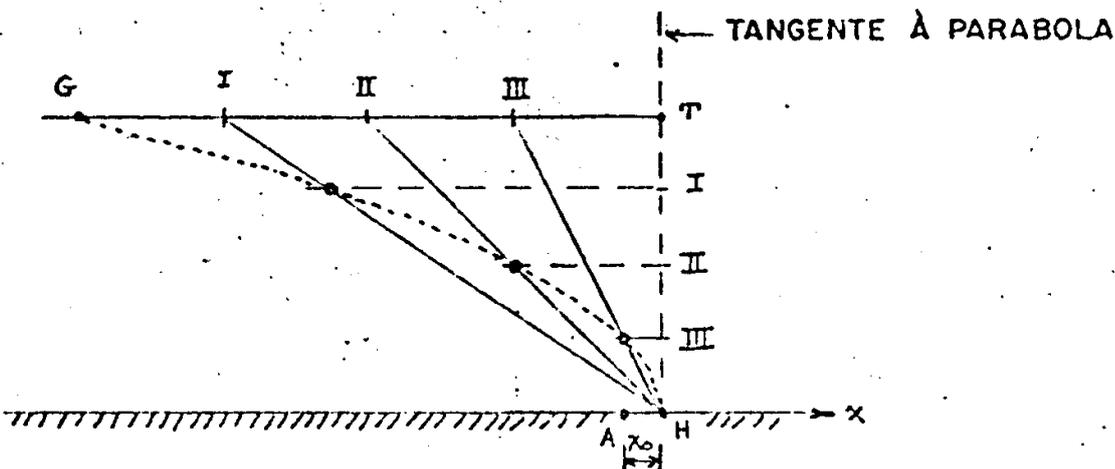


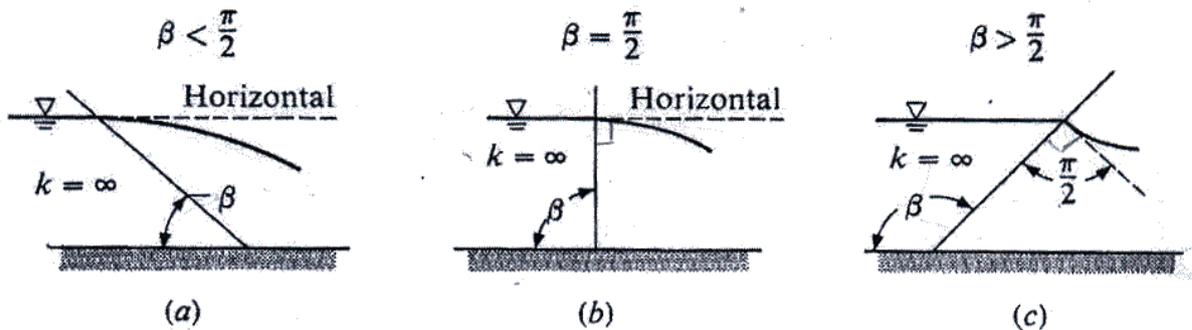
Figura 75

- pelo ponto G traça-se uma reta horizontal,
- pelo ponto H traça-se a tangente à parábola (reta vertical),
- subdividir as retas \overline{GT} e \overline{TH} em intervalos iguais,

- unir os pontos definidos em \overline{GT} ao ponto H,
- a interseção dessas retas com retas horizontais passando pelos pontos definidos em \overline{TH} definem os pontos da parábola.

Obs.: A tangente à linha freática em $x = 0, z = z_0$ é inclinada de 45° .¹²

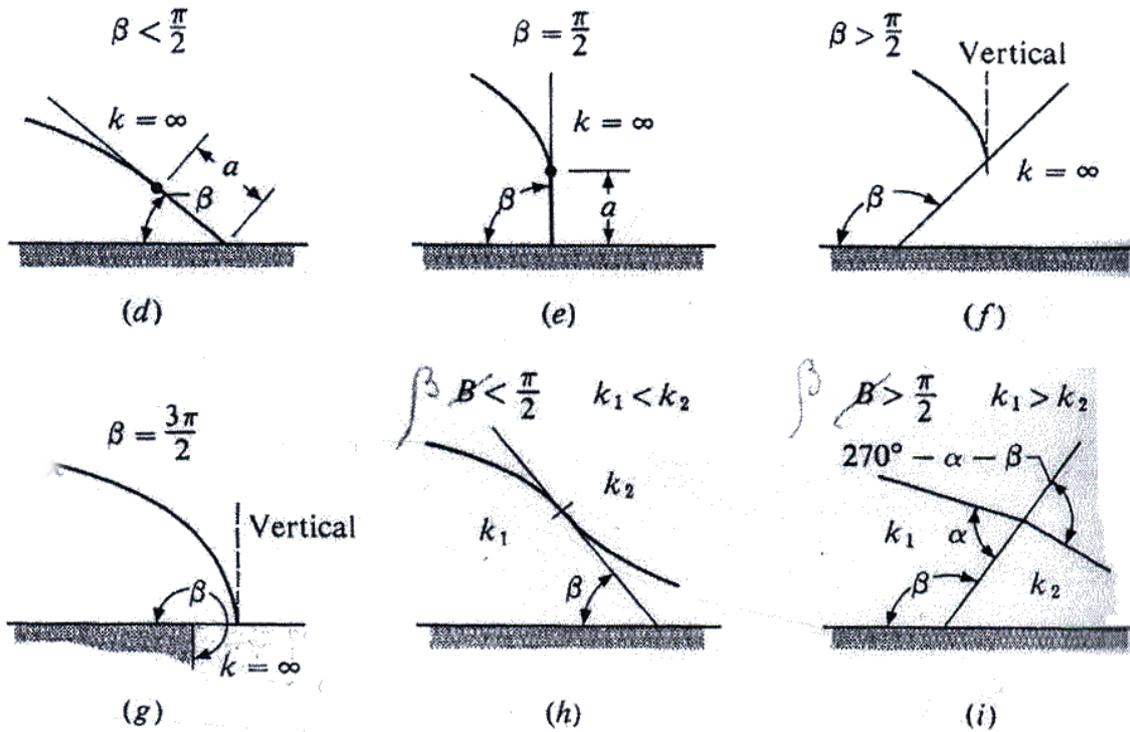
Após o traçado da parábola básica de Kozeny, deve-se corrigir o traçado da linha freática em função das condições de contorno. As condições de entrada e descarga da linha freática que devem ser atendidas estão apresentadas na figura abaixo.



(a) condição de entrada

$$x = x_0 - \frac{z^2}{4x_0} \rightarrow \frac{dx}{dz} = -\frac{2z}{4x_0} = -\frac{z}{2x_0} \rightarrow \text{Para } z = z_0 = 2x_0$$

$$\frac{dx}{dz} = -\frac{z_0}{2x_0} = -1$$



(b) condição de descarga

Figura 76

Para casos em que a superfície de descarga (filtros) não é horizontal, Casagrande recomendou que se processasse a seguinte correção:

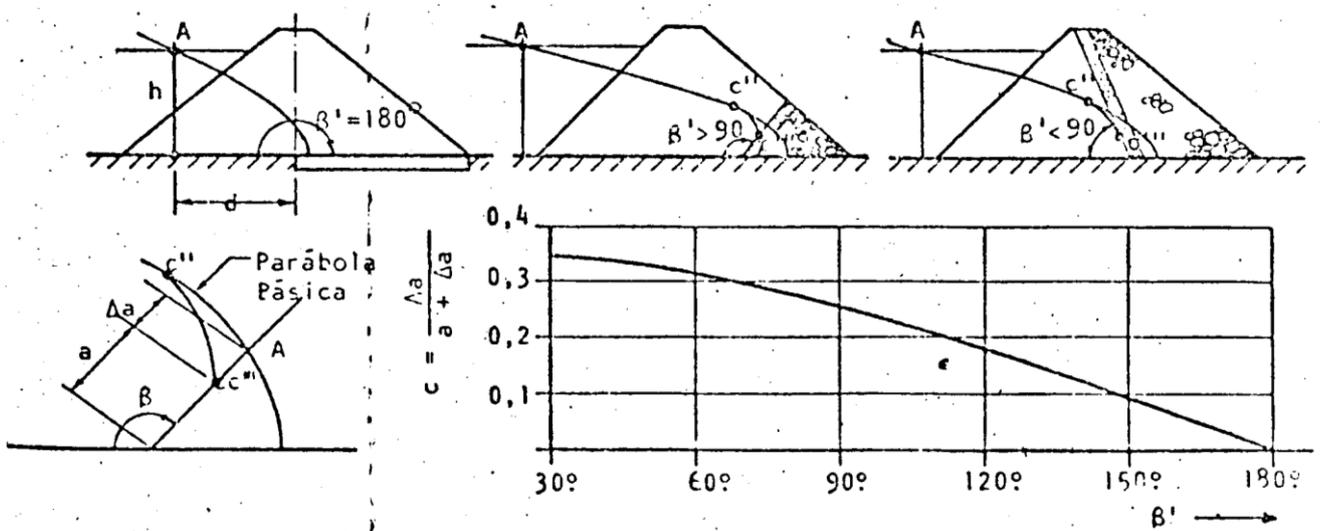


Figura 77

Quando o ângulo $\beta < 30^\circ$ o valor de a pode se calculado diretamente:

$$a = \frac{d}{\cos \beta} - \sqrt{\frac{d^2}{\cos^2 \beta} - \frac{h^2}{\sin^2 \beta}}$$

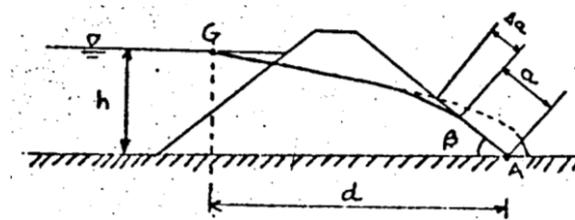


Figura 78

A Figura 79 apresenta quatro soluções de projeto para barragens homogêneas, sendo (a) sem filtro, com a linha freática saindo no talude de jusante, (b) com filtro de pé, (c) com filtro horizontal, tipo tapete, e (d) com filtro chaminé interceptando o filtro horizontal. Com auxílio da bibliografia recomendada, apresentar uma discussão explicando por que o tipo (d) é o mais seguro e a seção do tipo (a) geralmente é contra-indicada.

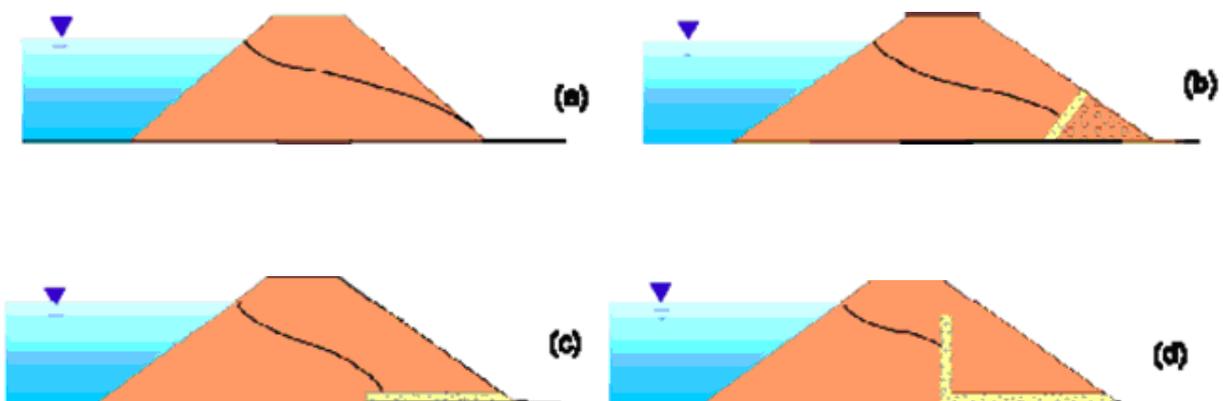


Figura 79¹³

Exemplo 5

Dado: Rede de fluxo através do corpo da barragem na Figura 80

$$k = 5 \times 10^{-4} \text{ m/s}$$

Encontrar: Vazão através da barragem, gradiente hidráulico no quadrado I, pressões neutras ao longo da superfície de ruptura ED.

Solução: A vazão através do corpo da barragem é:

$$\begin{aligned} \frac{Q}{L} &= kh \frac{n_f}{n_q} \\ &= 5 \times 10^{-4} \times 40 \times \frac{2,65}{9} \\ &= 5,9 \times 10^{-5} \text{ m}^3/\text{s}/\text{m} \end{aligned}$$

O gradiente no quadrado I é: $i_1 = \frac{\Delta h}{l_1} = \frac{40/9}{11,2} = 0,40$

¹³ Ortigao (2007) Mecânica dos Solos dos Estados Críticos

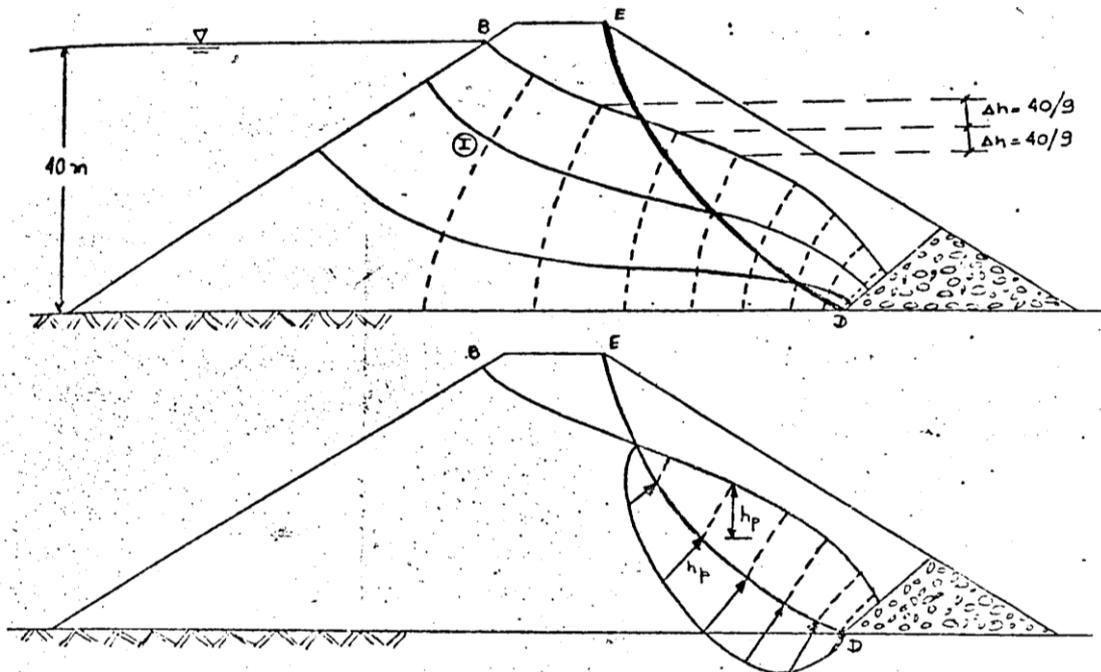


Figura 80

5.3. Casos Particulares

5.3.1. Fluxo em solos heterogêneos

Muitos problemas práticos de percolação e drenagem podem ser estudados construindo-se redes de fluxo para seções tendo uma permeabilidade única. Por exemplo, quando o núcleo de uma barragem tem coeficiente de permeabilidade muitas vezes menor que das outras seções, basta, em geral, analisar as condições de percolação através do núcleo, somente. Entretanto, muitas vezes, torna-se necessário o estudo do modelo de fluxo através de seções com solos de diferentes permeabilidades. O estudo de seções compostas (várias permeabilidades) é uma das mais valiosas aplicações de redes de fluxo. A construção de redes de fluxo por seções com mais de uma permeabilidade pode parecer muito complicado, entretanto, desde que se observem atentamente as condições de contorno entre os solos com diferentes permeabilidades, tal construção torna-se bastante facilitada.

Quando a água flui através de uma fronteira entre dois solos diferentes, as linhas de fluxo mudam de direção (Figura 81). Esta variação na direção ocorre segundo ângulos muito maiores que os encontrados quando raios de luz sofrem deflexão ao passar do ar para a água ou do ar para o vidro. Pela lei de conservação de energia, todos os fenômenos naturais são forçados a seguir as

linhas de menor resistência. Assim sendo, quando a água flui de um solo de alta permeabilidade para um de baixa permeabilidade, o modelo de fluxo desenvolve-se de tal forma que o fluxo permanece no material mais permeável na maior distância possível. Por outro lado, se o fluxo vai de um material de menor para um de maior permeabilidade, ele deflete o mais rápido possível para dentro do material mais permeável. Para conservar energia, a água procura seguir as trajetórias de percolação mais fáceis.

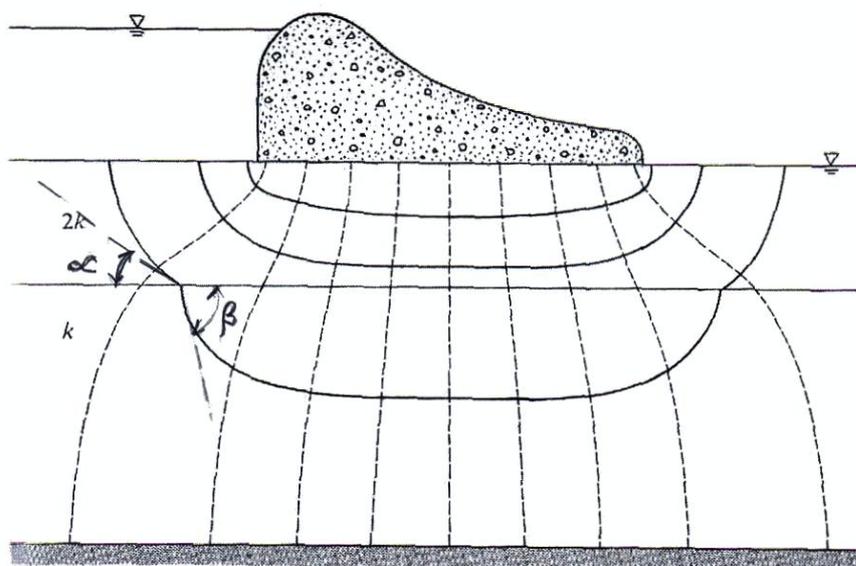


Figura 81. Fundação Heterogênea

Um outro modo de se visualizar o comportamento da percolação em seções com mais de uma permeabilidade encontra-se no conceito de que, considerando-se os demais fatores iguais (h e q), quanto maior a permeabilidade, menor a área requerida para passar um dado volume de água. Por outro lado, quanto menor a permeabilidade, maior a área requerida.

Com relação à quantidade de energia necessária para forçar a água através de um meio poroso, quanto maior k , menor a energia necessária e vice-versa. Em problemas de fluxo, a razão ou perda de energia ou carga é medida pela inclinação do gradiente hidráulico. Assim sendo, em zonas de baixa permeabilidade, é de se esperar a ocorrência de gradiente com inclinação acentuada e, em zonas de alta permeabilidade, gradientes com inclinações suaves.

A Figura 82 mostra o modo como as linhas de fluxo defletem quando elas atravessam o limite entre solos com permeabilidades diferentes. Simultaneamente, as áreas formadas pelas linhas que se interceptam encurtam ou alongam-se, dependendo da razão entre as permeabilidades.

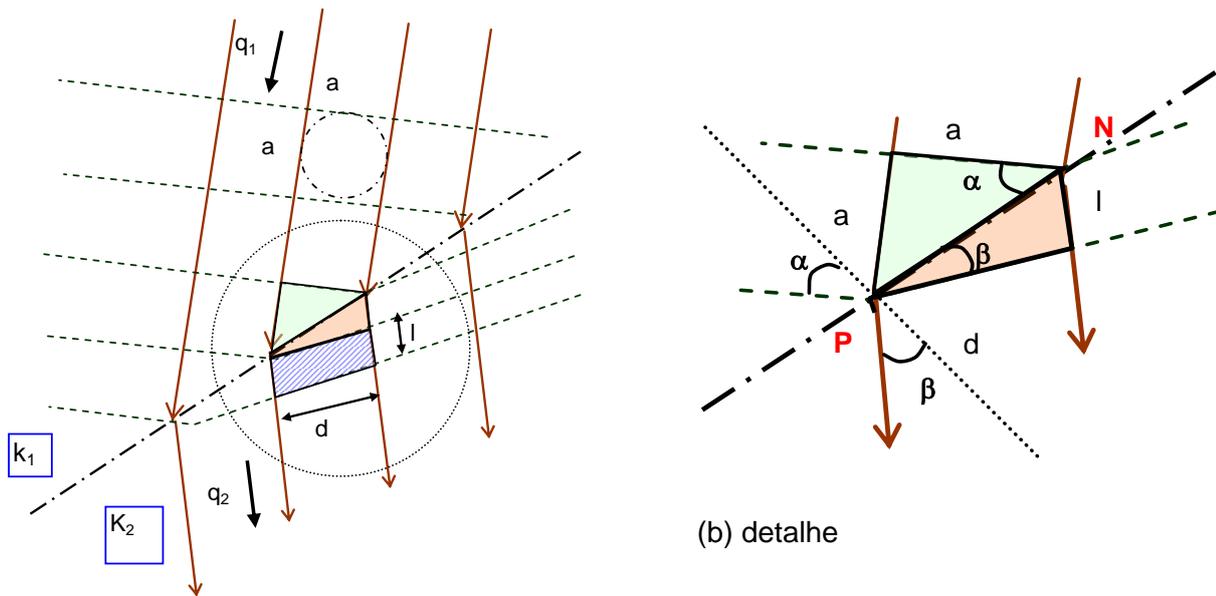


Figura 82

$q_1 = q_2$ $k_1 \frac{\Delta h}{a} a = k_2 \frac{\Delta h}{l} d$	$\frac{k_1}{k_2} = \frac{d}{l} = \frac{\operatorname{tg} \beta}{\operatorname{tg} \alpha}$
---	--

Por outro lado:

$$\overline{PN} \times \operatorname{sen} \beta = l$$

$$\overline{PN} \times \cos \beta = d$$

$$\overline{PN} \times \operatorname{sen} \alpha = a \quad \Rightarrow \quad \overline{PN} = \frac{l}{\operatorname{sen} \beta} = \frac{a}{\operatorname{sen} \alpha}$$

$$\overline{PN} \times \cos \alpha = a \quad \Rightarrow \quad \overline{PN} = \frac{a}{\cos \alpha} = \frac{d}{\cos \beta}$$

$$\Rightarrow \frac{l}{d} = \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} \beta}$$

Para determinar intuitivamente se a malha se alonga ou encurta, basta pensar em termos de energia requerida para forçar água a atravessar o solo. Quando a água flui de um solo de baixa permeabilidade para um de k maior, os retângulos devem se alongar, desde que se necessitará de menores áreas para acomodar a mesma quantidade de água, e menores serão os gradientes necessários. Se o fluxo vai de um solo de maior para um com menor permeabilidade, os “quadrados” devem se encurtar, desde que se requer gradientes com maiores inclinações, e áreas relativamente maiores são necessárias para acomodar o fluxo.

Quando a seção transversal contém duas zonas, sendo uma muito mais permeável que a outra, a rede de fluxo é traçada somente no material de baixa permeabilidade, uma vez que a queda de potencial ocorrerá basicamente nesta região. A fronteira de montante entre os dois materiais (Figura 83) deve ser visualizada como uma entrada livre e a linha de contato AB será uma equipotencial. Pelo contrário, na saída do núcleo para o material grosso de jusante, como $k_2 \gg k_1$, a linha de fluxo deve atingir tangencialmente a superfície CD. Portanto, em barragens zonadas, basta traçar a rede de fluxo no núcleo, como se a seção da barragem se constituísse somente no núcleo.

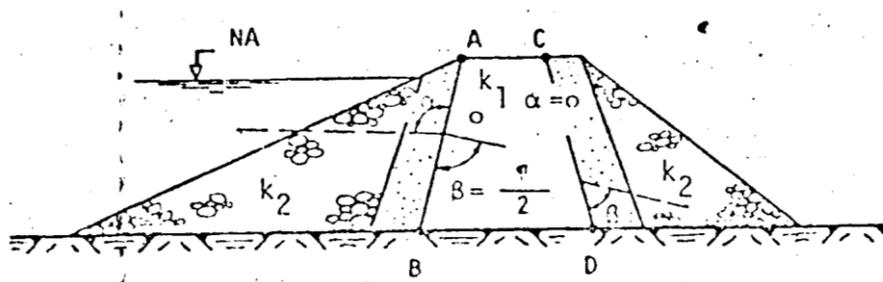


Figura 83

As condições de transferência da livre freática devem ser satisfeitas conforme a figura abaixo:

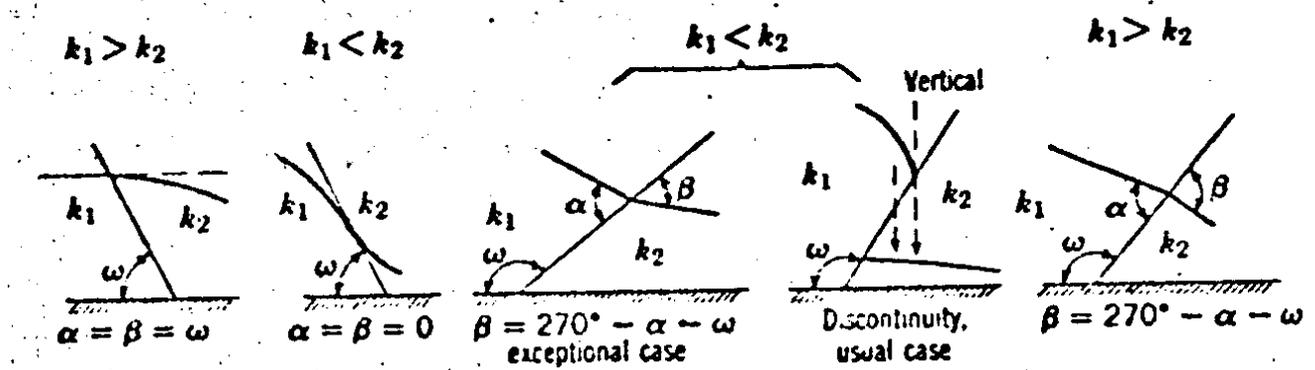


Figura 84

Exemplo 6:

Desenhar a rede de fluxo na barragem de terra heterogênea cuja seção está mostrada na Figura 85, e calcular a vazão através da barragem. As zonas 1 e 2 são isotrópicas e têm, respectivamente, coeficientes de permeabilidade iguais a $1 \times 10^{-7} \text{ m/s}$ e $4 \times 10^{-7} \text{ m/s}$.

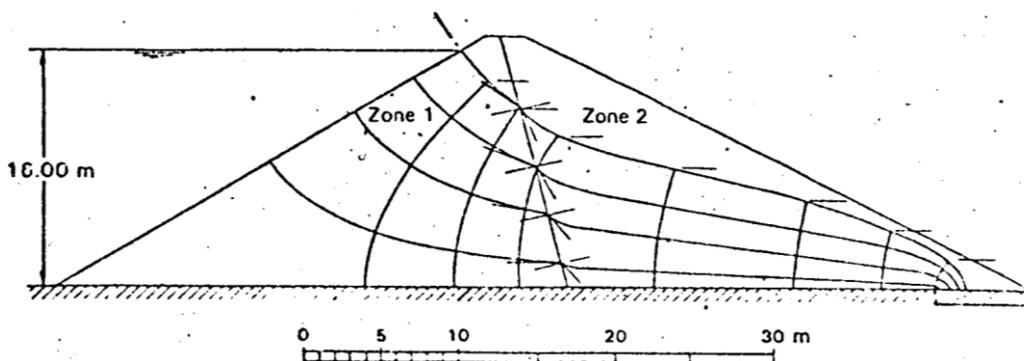


Figura 85

Solução:

A razão $k_2/k_1 = 4$. A parábola básica não é aplicável neste caso, já que esta foi desenvolvida para barragens homogêneas, com filtro horizontal e fundação impermeável. Três condições fundamentais devem ser satisfeitas na rede de fluxo.

Os pontos de interseção das equipotenciais com a linha freática devem ser igualmente espaçados.

Se a rede de fluxo na zona 1 for constituída por quadrados, então, na zona 2, ela deverá ser formada por retângulos curvilíneos tendo uma razão comprimento / largura igual a 4.

Para cada linha de fluxo a condição de transferência deve ser satisfeita na fronteira entre as duas zonas.

A rede de fluxo está mostrada na Figura 85. Nela ocorrem 3,6 canais de fluxo e 8 quedas de potencial. A vazão, por unidade de comprimento longitudinal, será:

$$q = k_1 h \frac{n_f}{n_q}$$
$$= 1 \times 10^{-7} \times 16 \times \frac{3,6}{8} = 7,2 \times 10^{-7} \text{ m}^3/\text{s}$$

5.3.2. Meio Anisotrópico

Muitos solos naturais, assim como solos compactados, têm o coeficiente de permeabilidade na direção horizontal (k_x) maior que o na direção vertical (k_z). Esta anisotropia em relação à permeabilidade se deve à ocorrência de estratificações, e consequente alinhamento de partículas do solo, na direção horizontal durante o processo de formação ou de compactação do material.

Para se resolver problemas de fluxo estacionário sob condições de anisotropia utiliza-se o artifício descrito a seguir.

A equação de continuidade (eq.5) para fluxo bidimensional estacionário pode ser reescrita da forma:

$$\frac{\partial^2 h}{\left(\frac{k_z}{k_x}\right) \partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = 0 \quad \dots\dots\dots (25)$$

Fazendo-se

$$X_T = x \sqrt{\frac{k_z}{k_x}} \quad \dots\dots\dots (26)$$

Vem que

$$\frac{\partial X_T}{\partial x} = \sqrt{\frac{k_z}{k_x}} \quad \dots\dots\dots (27)$$

Por outro lado,

$$\frac{\partial h}{\partial x} = \frac{\partial h}{\partial X_T} \frac{\partial X_T}{\partial x}$$

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial h}{\partial X_T} \right) \frac{\partial X_T}{\partial x} \quad \dots\dots\dots (28)$$

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 h}{\partial X_T^2} \left(\frac{\partial X_T}{\partial x} \right)^2 \quad \dots\dots\dots (29)$$

Substituindo-se (27) em (28) e levando-se em conta em (22)

$$\frac{\partial^2 h}{\partial X_T^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = 0$$

Esta equação é a de Laplace em um plano X_T, z .

Assim sendo, a equação 26 define uma fator de escala X_T que, ao ser aplicado na direção x , transforma uma região de fluxo anisotrópico na qual a Equação de Laplace é válida.

Para se solucionar um problema de fluxo em um meio anisotrópico basta, então, redesenhar-se a seção em estudo em uma escala transformada, e traçar-se a rede de fluxo da forma usual.

Se k_z for menor que k_x , que é o caso mais comum, as dimensões horizontais, na escala transformada, diminuem quando comparadas com a escala natural. Se k_z for maior que k_x , as dimensões horizontais aumentam.

A rede de fluxo desenhada na seção transformada pode ser revertida para a seção natural, bastando, para tal, aplicar-se o inverso do fator escala, ou seja, multiplicar-se X_T por $\sqrt{k_x/k_z}$. Na seção natural as linhas de fluxo e equipotenciais não serão, agora, ortogonais entre si, e as malhas da rede não formarão quadrados ou retângulos curvilíneos, como pode ver-se na fig.21.

Da seção transformada, pode-se obter diretamente a vazão usando-se a equação 18 e substituindo-se o coeficiente de permeabilidade k por um coeficiente de permeabilidade equivalente isotrópico \bar{k} dado por:

$$\bar{k} = \sqrt{k_x k_z} \quad \dots\dots\dots (30)$$

De fato, considerando-se a Figura 86, a velocidade de descarga v_x pode ser expressa tanto em termos de \bar{k} (seção transformada) ou k_x (seção natural), ou seja:

$$v_x = -k_x \frac{\partial h}{\partial x} = -\bar{k} \frac{\partial h}{\partial X_T} \quad \dots\dots\dots (31)$$

Por outro lado,

$$-k_x \frac{\partial h}{\partial x} = -k_x \frac{\partial h}{\partial X_T} \frac{\partial X_T}{\partial x} = -k_x \sqrt{\frac{k_z}{k_x}} \frac{\partial h}{\partial X_T} \quad \dots\dots\dots (32)$$

Comparando-se (30) e (31), verifica-se a validade da equação (29).

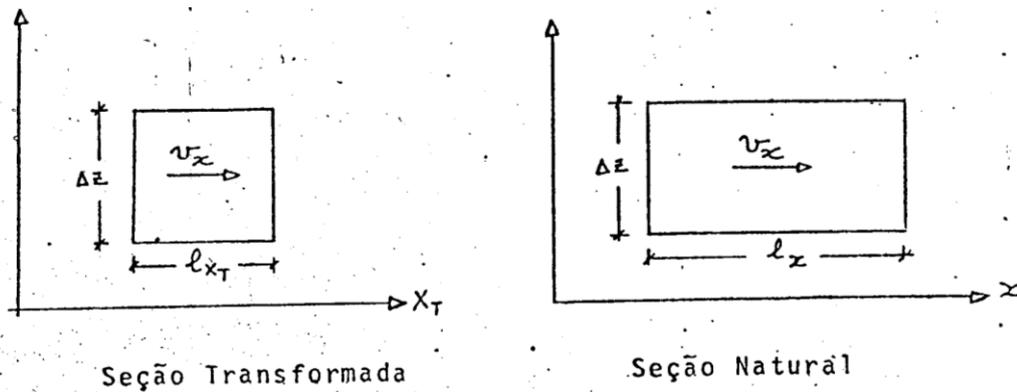


Figura 86

Valores de carga de pressão podem ser retirados também, diretamente da seção transformada. Entretanto, para a determinação de gradientes hidráulicos, deve-se utilizar a escala natural, desde que o caminho de percolação entre duas equipotenciais quaisquer na escala transformada não representa a distância real em que uma dada carga total é perdida. Assim sendo,

$$i = \frac{\Delta h}{l_x} \quad \text{ou} \quad i = \frac{\Delta h}{l_{x_T} \sqrt{\frac{k_x}{k_z}}}$$

É interessante observar que a transformação de escala necessária para se solucionar um problema de fluxo em um meio anisotrópico pode ser processada também na direção z . Entretanto, é mais comum a transformação modificando-se a direção horizontal (x).

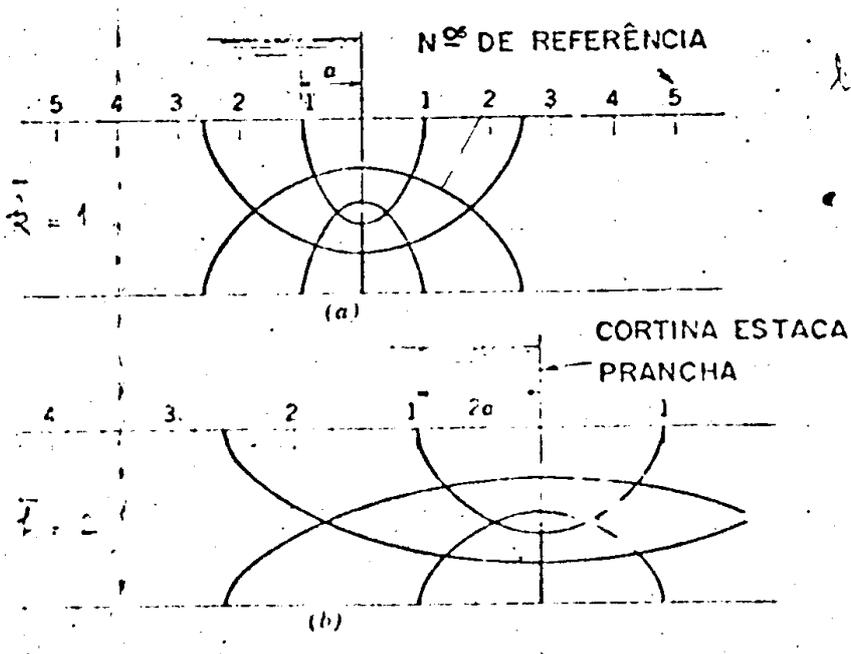


Figura 87

Exemplo 7:

Uma barragem de terra homogênea e anisotrópica, cuja seção está mostrada na fig.E7, tem coeficientes de permeabilidade nas direções horizontal e vertical iguais a $4,5 \times 10^{-8} \text{ m/s}$ e $1,6 \times 10^{-8} \text{ m/s}$, respectivamente. Construir a rede de fluxo e determinar a vazão através da barragem. Qual é a proressão no ponto P?

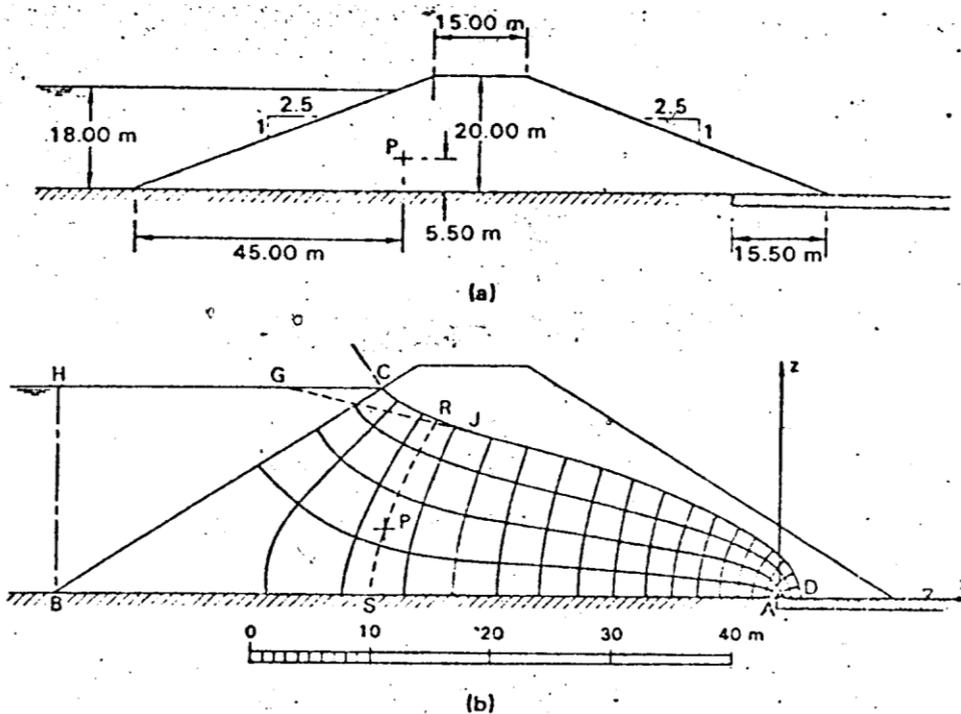


Figura 88

O fator escala para a transformação na direção x é:

$$\sqrt{\frac{k_z}{k_x}} = \frac{1,6}{4,5} = 0,60$$

A permeabilidade equivalente é:

$$\bar{k} = \sqrt{k_x k_z} = \sqrt{4,5 \times 1,6} \times 10^{-8} = 2,7 \times 10^{-8} \text{ m/s}$$

Desenha-se a seção na escala transformada (Figura 88-b).

O foco da parábola básica é em A. A parábola passa pelo ponto G sendo que:

$$GC = 0,3 HC = 0,3 \times 27 = 8,10 \text{ m}$$

Logo, as coordenadas de G são:

$$x = 40,80; z = + 18,00$$

Substituindo estas coordenadas na equação 24

$$-40,80 = x_0 - \frac{18,00^2}{4x_0}$$

Daí:

$$x_0 = 1,90 \text{ m}$$

Usando-se a equação 24, calcula-se as coordenadas de uma série de pontos da parábola básica.

x	1,9	0	-5,00	-10,00	-20,00	-30,00
z	0	3,80	7,24	9,51	12,90	15,57

A parábola básica está plotada na Figura 88b. A correção à montante é feita e completa-se a rede de fluxo, assegurando-se que hajam iguais intervalos verticais entre os pontos de interseção de equipotenciais consecutivas com a linha freática.

Na rede de fluxo ocorrem 3,8 canais de fluxo e 18 quedas de potencial. A vazão (por unidade de comprimento longitudinal da barragem) é:

$$Q = \bar{k}h \frac{n_f}{n_q}$$

$$= 2,7 \times 10^{-8} \times 18 \times \frac{3,8}{18} = 1,0 \times 10^{-7} \text{ m}^3/\text{s}$$

A vazão pode ser calculada, também, a partir da equação 23 (sem ser necessário construir-se a rede de fluxo):

$$q = 2\bar{k}x_0$$

$$= 2 \times 2,7 \times 10^{-8} \times 1,90 = 1,0 \times 10^{-7} \text{ m}^3/\text{s}$$

O nível AB é selecionado como datum. Desenha-se a equipotencial RS através do ponto P. A carga total em P é de 15,60 m. Em P, a carga de elevação é 5,50 m. Logo, a carga de pressão é 10,10 m e a poropressão é:

$$u_p = 9,8 \times 10,10 = 99 \text{ kN/m}^2$$

Alternativamente, a carga de pressão em P é dada diretamente pela distância vertical entre o ponto P e a interseção R da equipotencial RS com a linha freática.

5.4. Exemplos de Redes de Fluxo

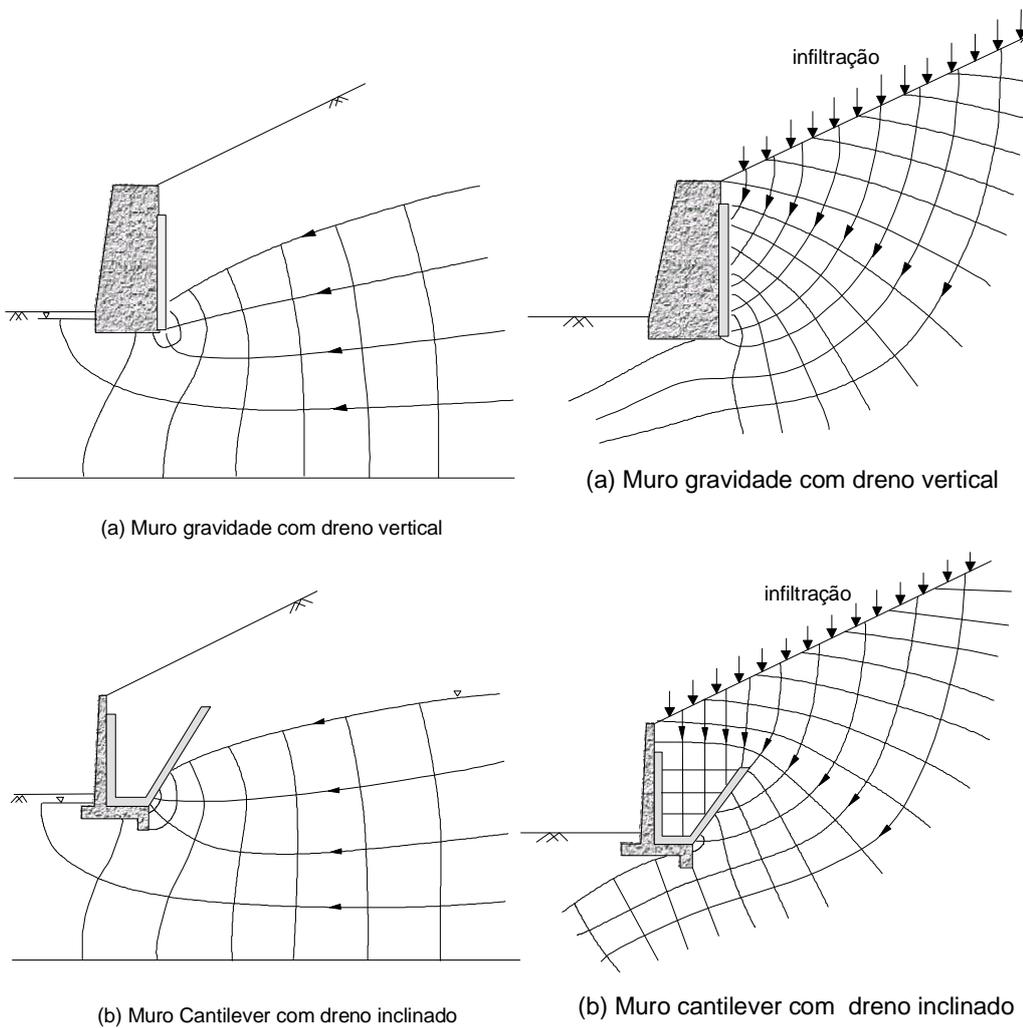
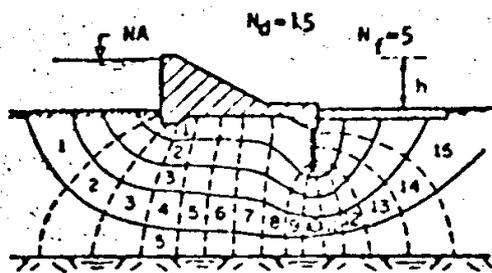
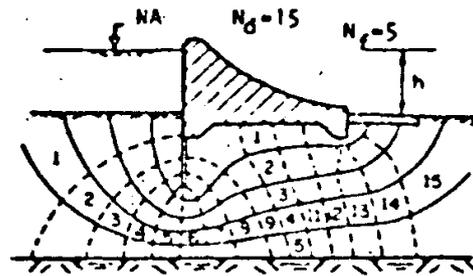


Figura 89. Redes de fluxo em muros

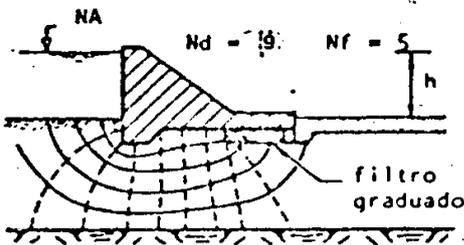


a) Barragem Vertedouro

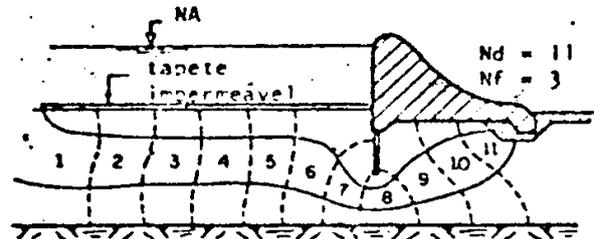


b) Barragem Vertedouro

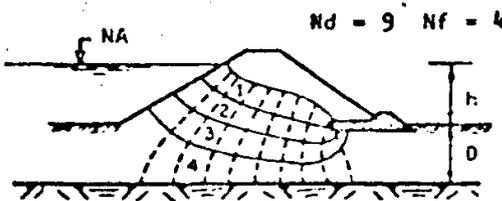
Subsolo
Impermeável



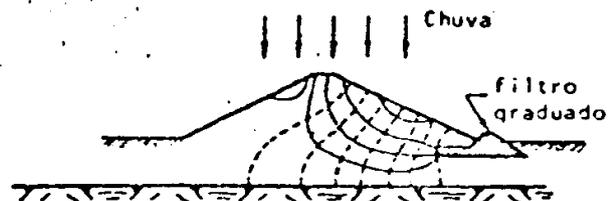
c) Barragem de Gravidade



d) Barragem com Tapete Impermeabilizante



e) Barragem de Terra



f) Barragem de Terra sob Chuvas Copiosas

Figura 90 – Fluxo Confinado¹⁴

¹⁴ Cedergreen

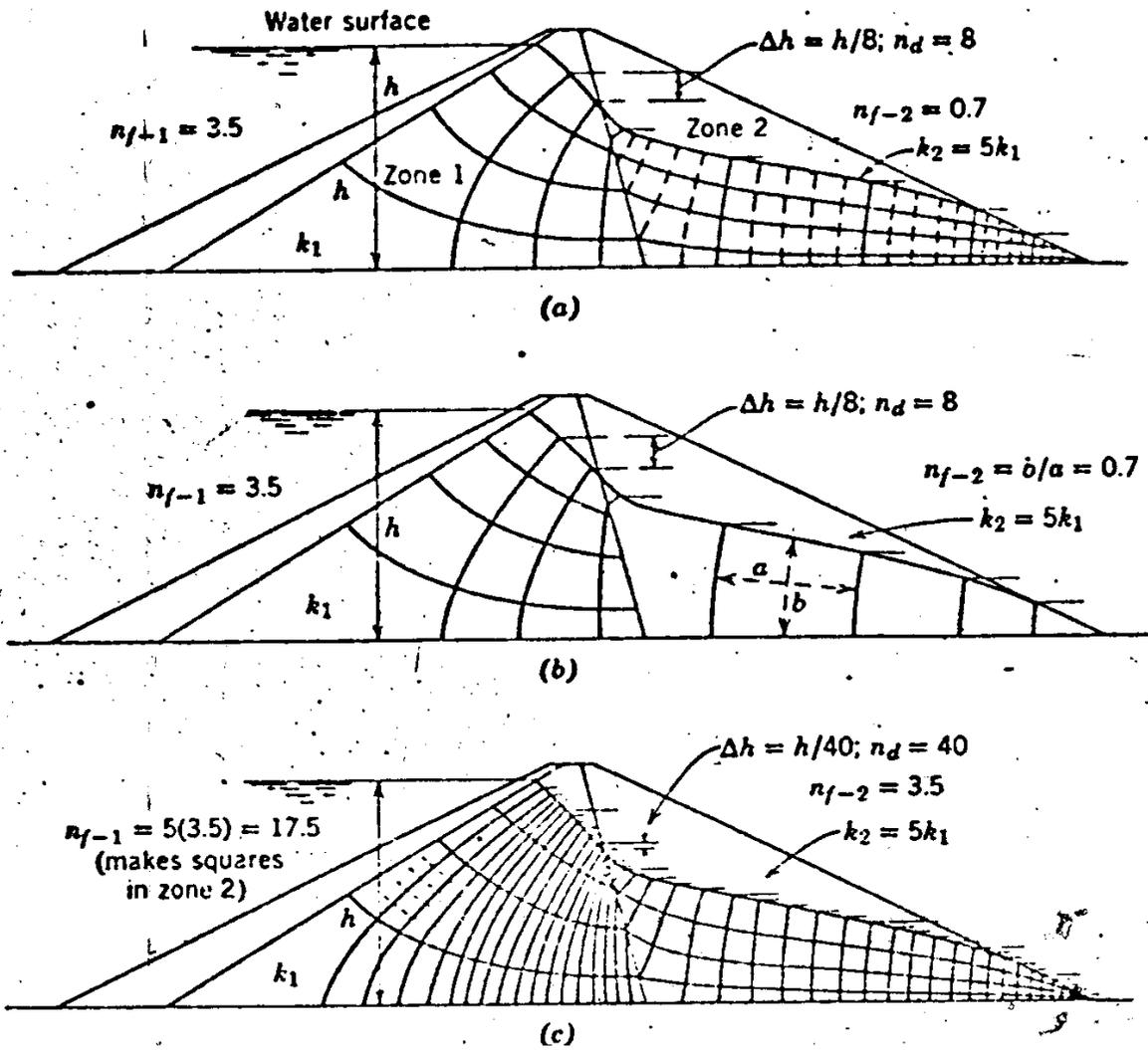


Figura 91 – Three forms of one flow net

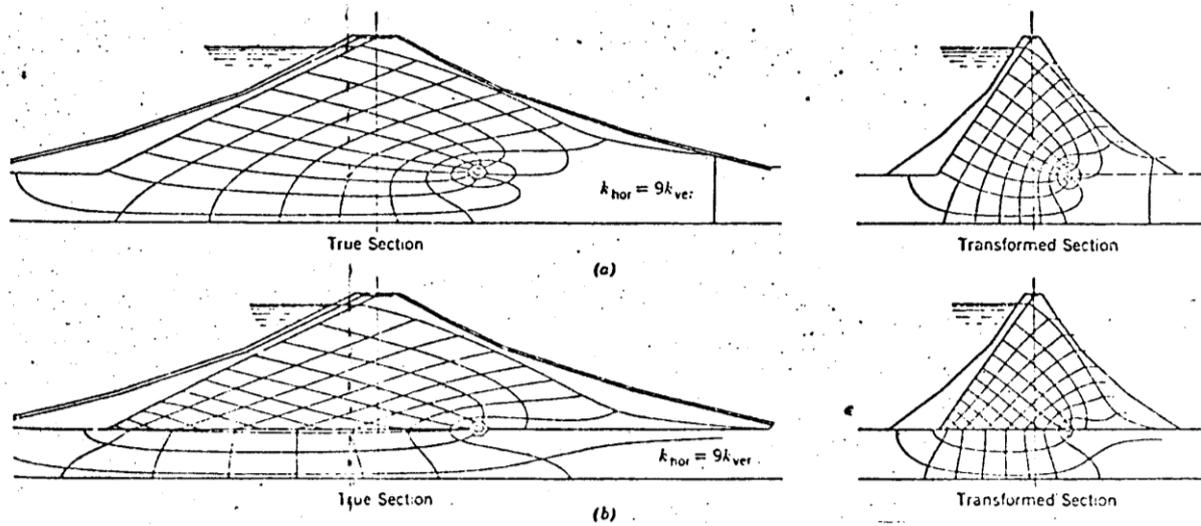


Figura 92 – Typical flow nets through anisotropic embankment and foundations (after Cedergren, Ref.214). (a) Foundation permeability equal to embankment permeability. (b) Foundation permeability 30 times embankment permeability.

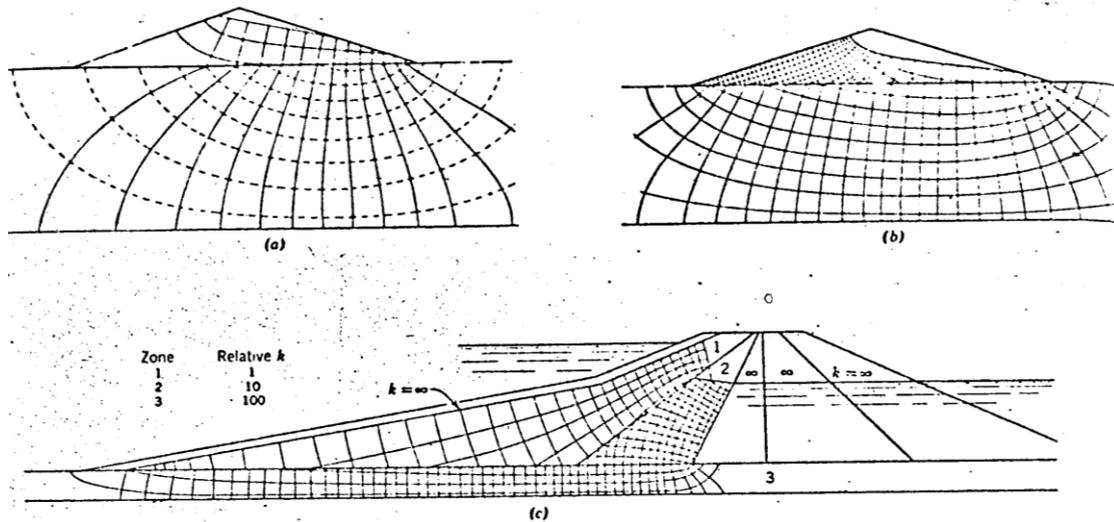


Figura 93 – Typical flow nets through dams of different permeability (after Cedergren, Ref.214). (a) Permeability of embankment 10 times the permeability of foundation. (b) Permeability of embankment 0,1 times the permeability of foundation.

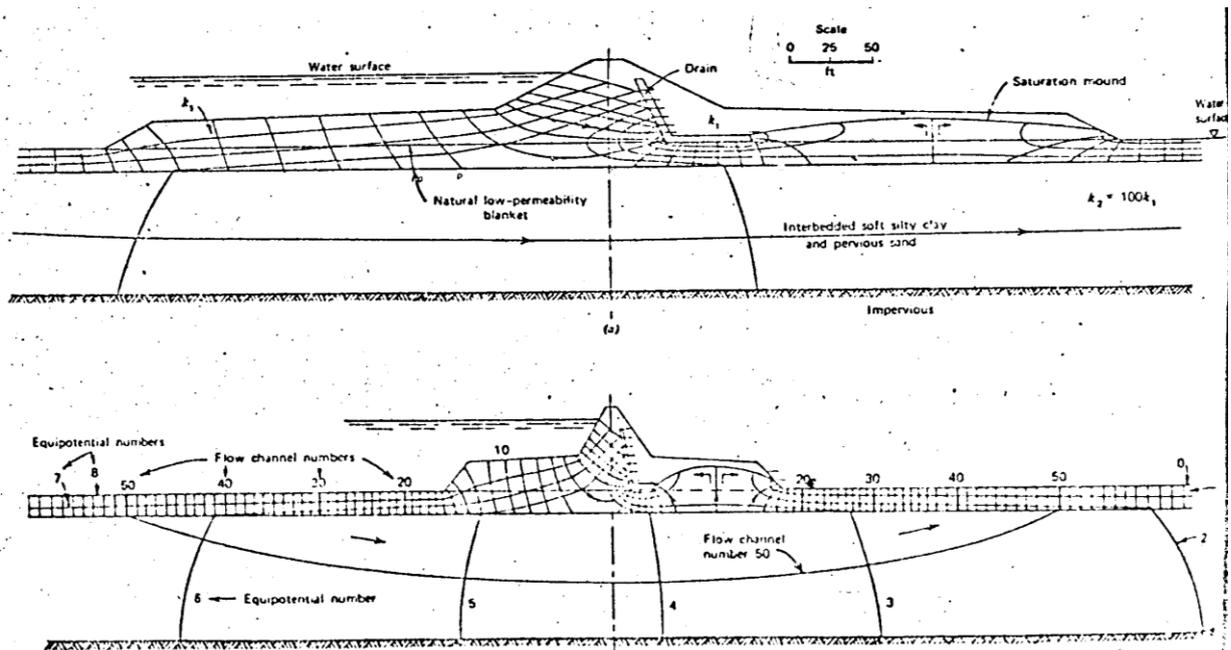


Figura 94 – Flow net study for na earth dam on a layered foundations. (a) True section ($k_A = 9k_C$). (From Embankment-Dam Engineering-Casagrande Volume, Wiley, New York, 1973, chapter 3, “Seepage Control in Earth Dams.” Harry B. Cedergren, p.43)

5.5. Critérios de Filtro¹⁵

Durante o fluxo as partículas tendem a se movimentar em direção às camadas mais permeáveis. Em obras de terra, por exemplo, quando a água aflora diretamente no talude há que se prever um sistema de drenagem (filtro) para evitar o desenvolvimento de processos erosivos a jusante.

O projeto da camada filtrante consiste na definição da espessura do filtro e seleção do material tal que satisfaçam os seguintes critérios:

- ✓ *Permeabilidade: Os poros devem ser grandes o suficiente para permitir a drenagem livre (papel do dreno)*
- ✓ *Piping: o espaço entre grãos deve ser pequeno o suficiente para evitar carreamento de partículas (papel do filtro)*

Quando as quantidades de água são pequenas, uma única camada de um solo bem graduado, com permeabilidade moderada, é suficiente desde que atenda aos critérios acima; nestes casos a camada a camada atua tanto como dreno quanto como filtro . Se grandes quantidades de fluxo

¹⁵ Cedergren, H (1977) Seepage Drainage and Flow Nets, John Wiley & Sons

são previstas é razoável haver uma camada de filtro para evitar o carreamento e outra para atuar como dreno

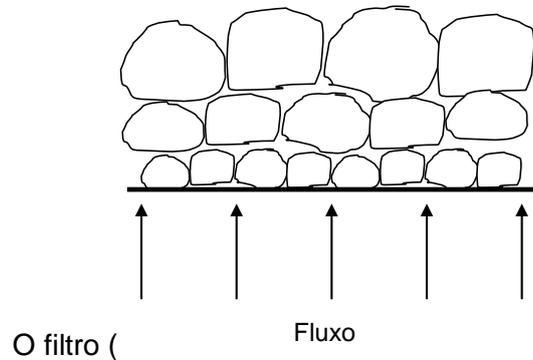


Figura 95) consiste, portanto, de camadas de material granular (em geral, 3 camadas) sendo a granulometria mais fina colocada na base. Com isso evita-se que as partículas menores sejam carreadas.

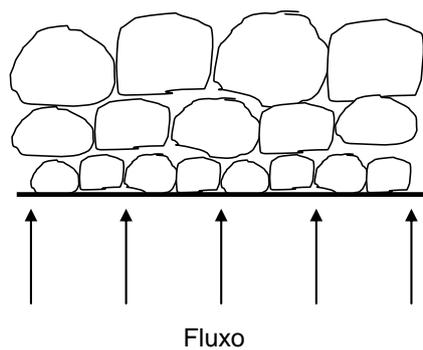


Figura 95. Esquema de filtro

Para atender ao critério de filtro o U.S Army Corps of Engineers (1955)¹⁶ e U.S. Army et al (1971)¹⁷ propuseram os criterios abaixo, valido para todos os solos com exceção das argilas plásticas sem fração areia ou silte.

$$\frac{D_{15} \text{ Filtro}}{D_{85} \text{ Solo a ser protegido}} \leq 5$$

$$\frac{D_{50} \text{ Filtro}}{D_{50} \text{ Solo a ser protegido}} \leq 25$$

¹⁶ U.S Army Corps of Engineers (1955) Guide Specifications for Plastic Filter cloth. CW 02215 pp i-iv.

¹⁷ U.S. Army et al (1971) Dewatering and Groundwater control for Deep Excavation. TM 5-818, NAVFAC P-418, AFM 88-5, CAP. 6, P.39.

Quando tubos plásticos são colocados no interior de drenos e/ou filtros. Nestes casos para evitar processos de piping; isto é, que aberturas dos tubos sejam colmatadas, recomenda-se

Dutos ranhurados (Figura 96)	$\frac{D_{85} \text{ do material do filtro}}{\text{largura ranhura}} > 1.2$
Dutos com furos	$\frac{D_{85} \text{ do material do filtro}}{\text{diâmetro furo}} > 1.0$

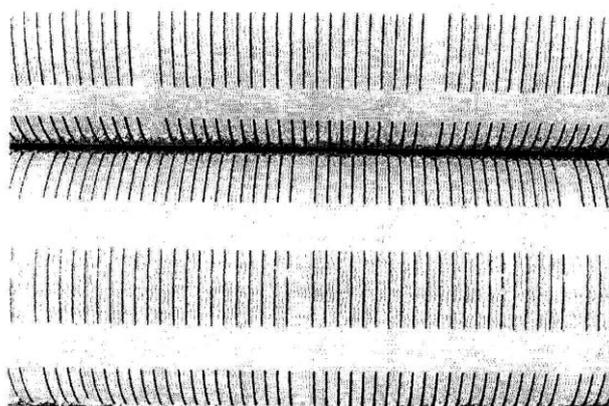


Figura 96. Dutos ranhurados

O uso de rede de fluxo para compor o projeto de dreno em inclinado esta mostrado na Figura 97, onde a espessura (T) e a altura (H) do filtro dependem da inclinação do talude (S) e das relações entre a permeabilidade do filtro (k_f) e do solo (k_s).. Uma vez esquematizadas as redes de fluxo, as características de refração determinam a permeabilidade necessária do dreno (ver capítulo de solo heterogêneos).

A Figura 97.c, mostra um gráfico em que após o estudo de diferentes contrastes de permeabilidade e inclinação do talude chegou-se a uma sugestão de projeto para definição da espessura do dreno inclinado

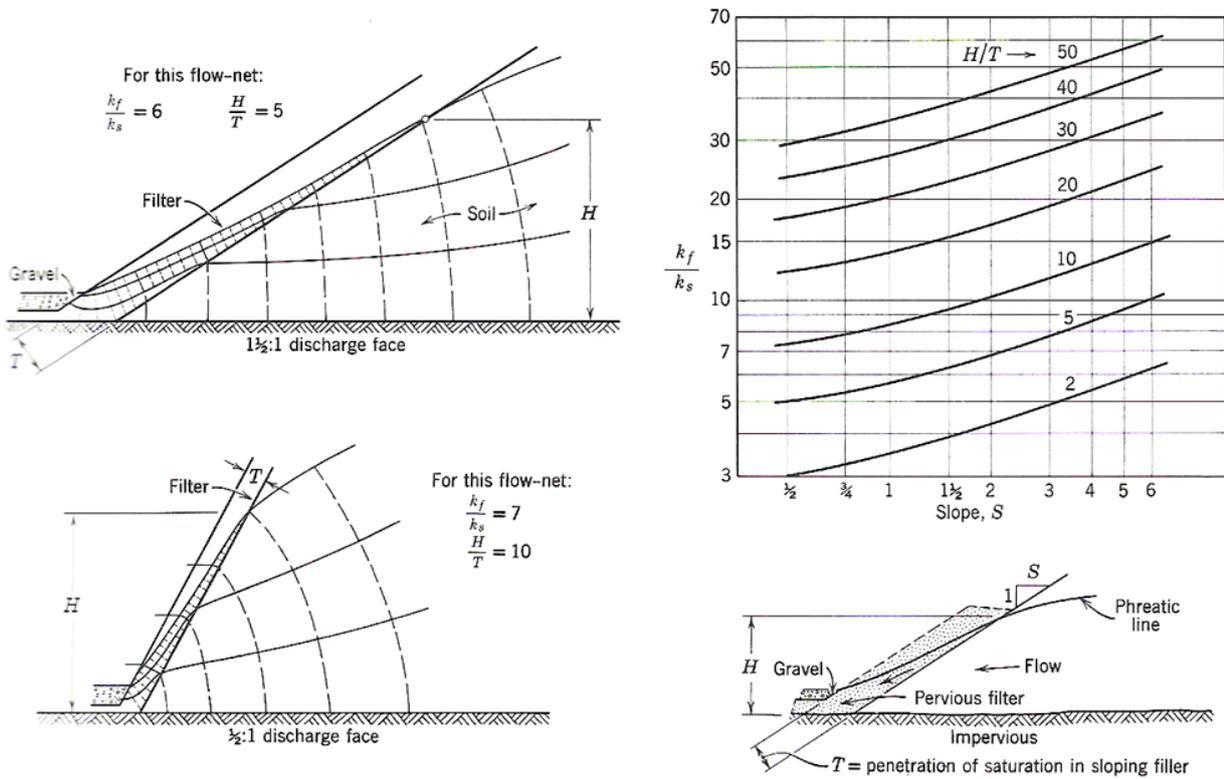


Figura 97. Projeto de Filtro – Dreno inclinado¹⁸

No caso de dreno horizontal, pode-se realizar estudo semelhante, como mostra a Figura 98

¹⁸ Cedergreen, H (1977) Seepage Drainage and Flow Nets, John Wiley & Sons

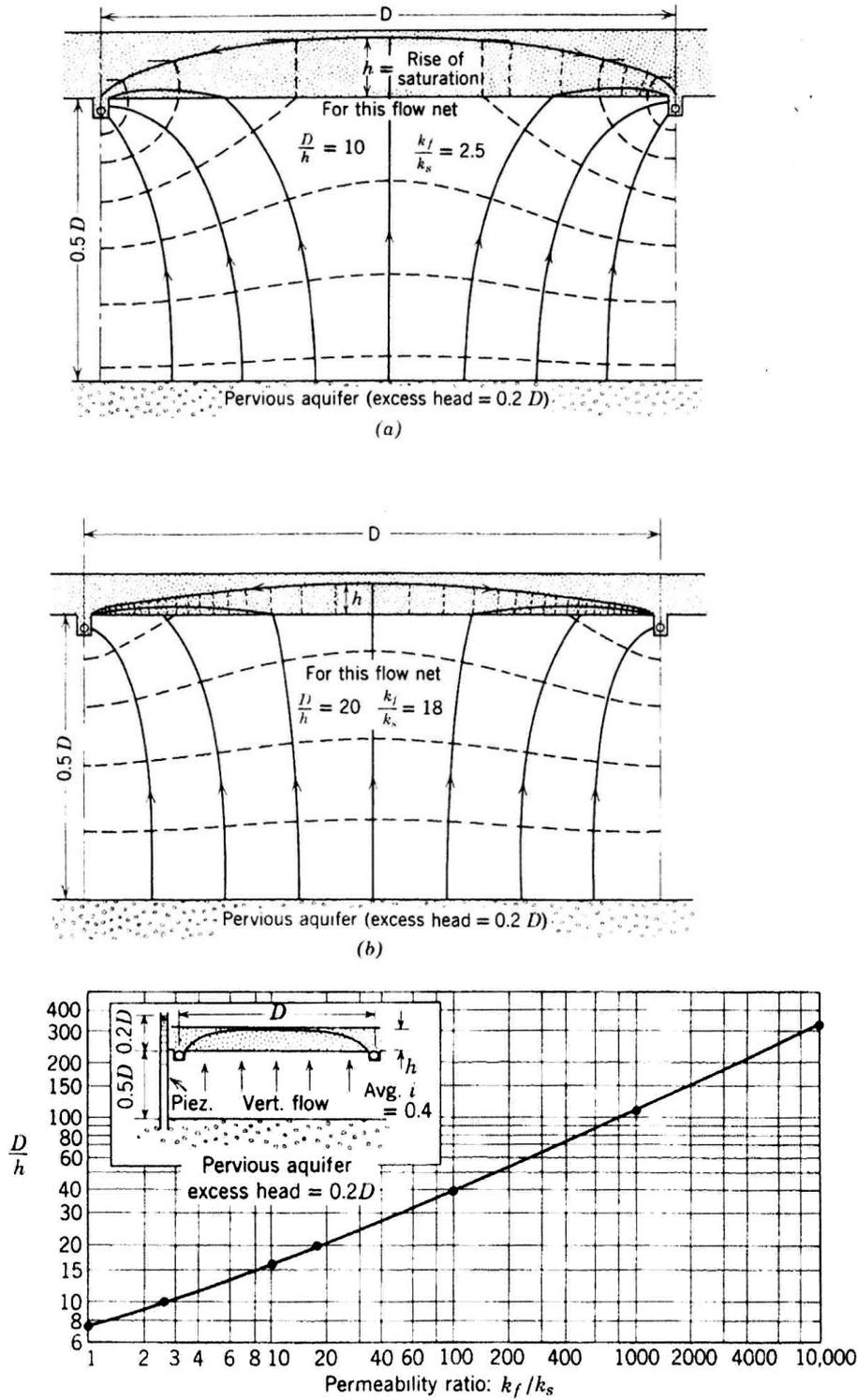


Figura 98. Projeto de Filtro – Dreno horizontal¹⁹

¹⁹ Cedergreen H (1977) Seepage Drainage and Flow Nets, John Wiley & Sons

Exemplo

Na construção de uma estrada será necessária a execução de um corte em uma área com elevado grau de saturação. Para evitar que a área crie poças de água durante a época chuvosa, causando deteriorização no pavimento, será executado um filtro como mostra a Figura 99. A camada de granulação grossa (Curva 3) garante a drenagem superficial face a sua alta permeabilidade. Avalie se o filtro (Curva 2) apresenta granulometria satisfatória

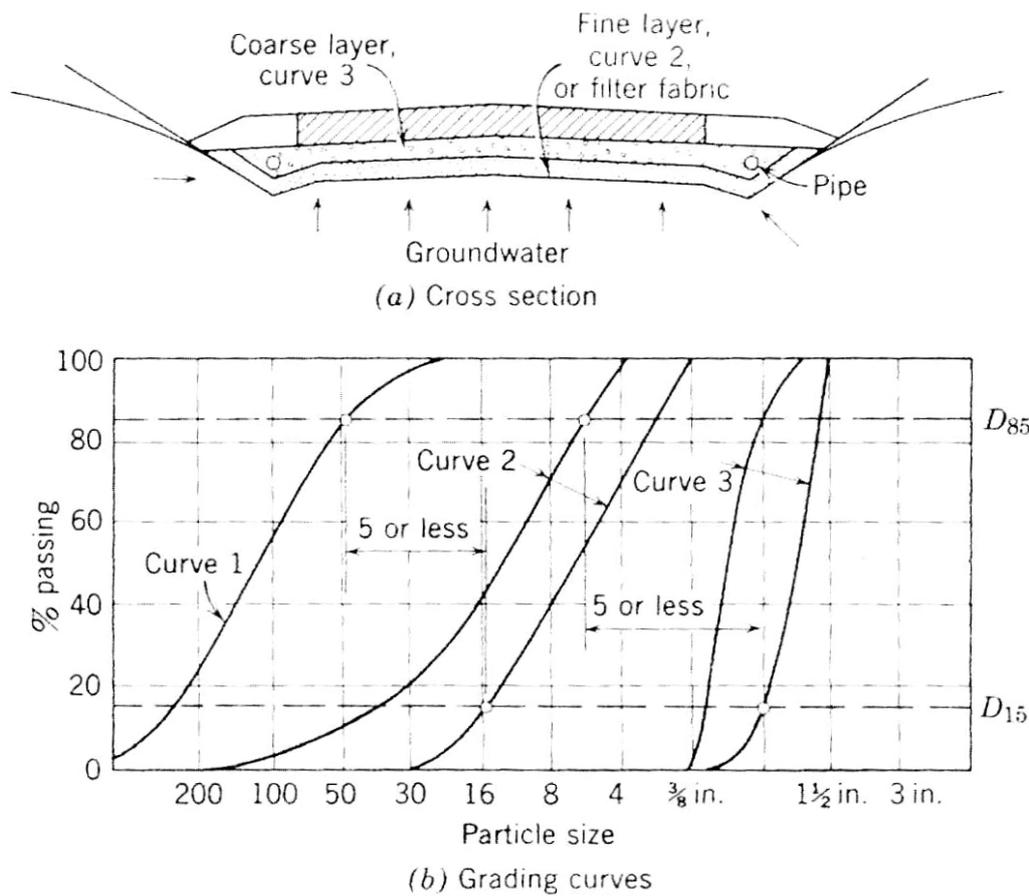


Figura 99. Exemplo de Projeto de Filtro²⁰

²⁰ Cedergren H (1977) Seepage Drainage and Flow Nets, John Wiley & Sons

6. ANÁLISE NUMÉRICA – MÉTODO DAS DIFERENÇAS FINITAS

Equação de Laplace ²¹

$$k_x \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + k_y \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} = 0$$

(1)

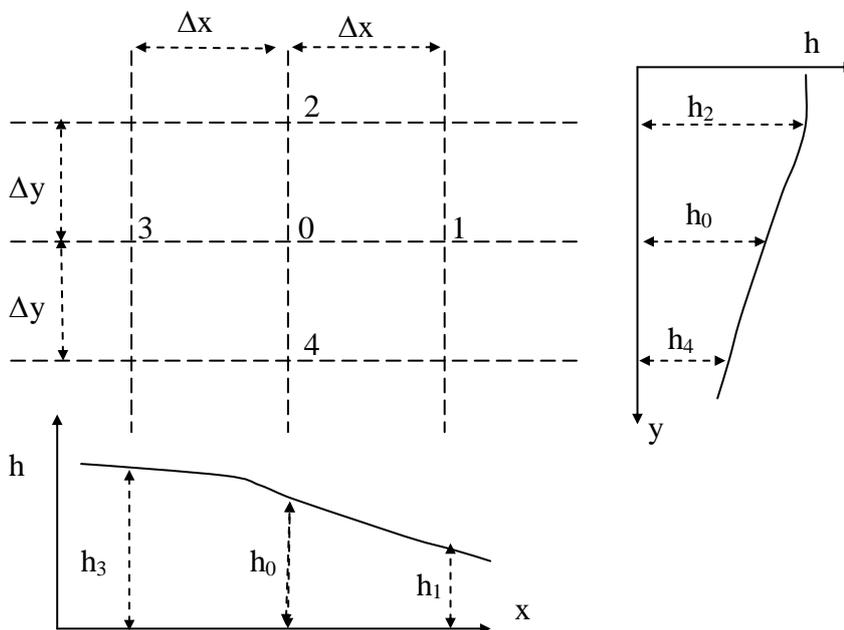


Figura 100

Usando o Teorema de Taylor (série de Taylor)

eixo X:

$$h_1 = h_0 + \Delta x \left(\frac{\partial h}{\partial x} \right)_0 + \frac{\Delta x^2}{2!} \left(\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} \right)_0 + \frac{\Delta x^3}{3!} \left(\frac{\partial^3 h}{\partial x^3} \right)_0 + \dots$$

²¹ Scott, R.F. (1963) – “Principles of Soil Mechanics” – Addison-Wesley Publishing Company, Inc, pp 134-156.

+

$$h_3 = h_o - \Delta x \left(\frac{\partial h}{\partial x} \right)_o + \frac{\Delta x^2}{2!} \left(\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} \right)_o - \frac{\Delta x^3}{3!} \left(\frac{\partial^3 h}{\partial x^3} \right)_o + \dots$$

$$h_1 + h_3 = 2h_o + 2 \frac{\Delta x^2}{2!} \left(\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} \right)_o + \underbrace{2 \frac{\Delta x^4}{4!} \left(\frac{\partial^4 h}{\partial x^4} \right)_o + \dots}_{\text{aproximadamente zero desde que } \Delta x \approx \text{pequeno}}$$

$$\Rightarrow h_1 + h_3 \cong 2h_o + 2 \frac{\Delta x^2}{2!} \left(\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} \right)_o \Rightarrow \boxed{\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} = \frac{h_1 + h_3 - 2h_o}{\Delta x^2}} \quad (2)$$

eixo y:

$$h_2 = h_o + \Delta y \left(\frac{\partial h}{\partial y} \right)_o + \frac{\Delta y^2}{2!} \left(\frac{\partial^2 h}{\partial y^2} \right)_o + \frac{\Delta y^3}{3!} \left(\frac{\partial^3 h}{\partial y^3} \right)_o + \dots$$

+

$$h_4 = h_o - \Delta y \left(\frac{\partial h}{\partial y} \right)_o + \frac{\Delta y^2}{2!} \left(\frac{\partial^2 h}{\partial y^2} \right)_o - \frac{\Delta y^3}{3!} \left(\frac{\partial^3 h}{\partial y^3} \right)_o + \dots$$

$$h_2 + h_4 = 2h_o + 2 \frac{\Delta y^2}{2!} \left(\frac{\partial^2 h}{\partial y^2} \right)_o + \underbrace{2 \frac{\Delta y^4}{4!} \left(\frac{\partial^4 h}{\partial y^4} \right)_o + \dots}_{\text{aproximadamente zero desde que } \Delta x \approx \text{pequeno}}$$

$$\Rightarrow h_2 + h_4 \cong 2h_o + 2 \frac{\Delta y^2}{2!} \left(\frac{\partial^2 h}{\partial y^2} \right)_o \Rightarrow \boxed{\frac{\partial^2 h}{\partial y^2} = \frac{h_2 + h_4 - 2h_o}{\Delta y^2}} \quad (3)$$

Substituindo eq. (2) e (3) em na equação de Laplace eq. (1), tem-se

$$k_x \frac{h_1 + h_3 - 2h_o}{\Delta x^2} + k_y \frac{h_2 + h_4 - 2h_o}{\Delta y^2} = 0$$

Fazendo que

$$\frac{k_x}{\Delta x^2} = \frac{k_y}{\Delta y^2} \quad \text{ou} \quad \Delta x = \sqrt{\frac{k_x}{k_y}} \Delta y$$

isto é, **fixando uma malha retangular**, conforme a relação acima, ou redesenhando a geometria do problema a partir da transformação geométrica, tem-se

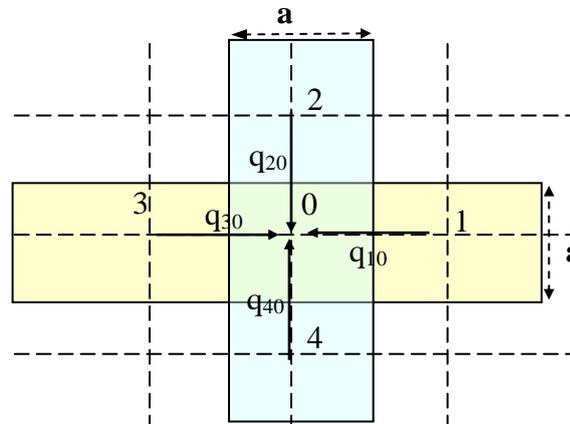
$$h_1 + h_2 + h_3 + h_4 = 4h_o \quad (5)$$

Em outras palavras, a eq (5) mostra que a carga total em um nó central é equivalente a media da soma das cargas totais nos nós circundantes; isto é

$$h_o = \frac{1}{4} [h_1 + h_2 + h_3 + h_4] \quad (6)$$

Fisicamente este equilíbrio pode ser interpretado em termos de continuidade de vazão; isto é ,

$$q_{entra} - q_{sai} = 0$$



Então

$$q_{10} + q_{20} + q_{30} + q_{40} = 0$$

$$q_{10} = k \frac{h_1 - h_o}{a} a \times 1$$

$$q_{20} = k \frac{h_2 - h_o}{a} a \times 1$$

$$q_{30} = k \frac{h_3 - h_o}{a} a \times 1$$

$$+ q_{40} = k \frac{h_4 - h_o}{a} a \times 1$$

$$\sum q_{i0} = k(h_1 + h_2 + h_3 + h_4 - 4h_o) = 0$$

ou

$$h_o = \frac{1}{4} [h_1 + h_2 + h_3 + h_4]$$

6.1. Condições especiais

6.1.1. Superfície impermeável

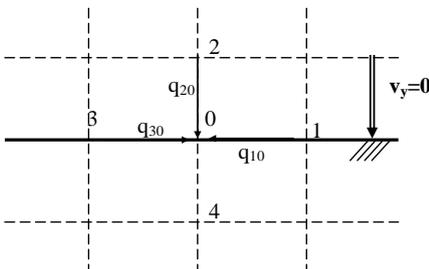
$$v_y = k \frac{\partial h}{\partial y} = 0 \Rightarrow \frac{\partial h}{\partial y} = 0$$

Assim sendo, no eixo y:

$$h_2 = h_o + \Delta y \left(\frac{\partial h}{\partial y} \right)_o + \frac{\Delta y^2}{2!} \left(\frac{\partial^2 h}{\partial y^2} \right)_o + \frac{\Delta y^3}{3!} \left(\frac{\partial^3 h}{\partial y^3} \right)_o + \dots$$

-

$$h_4 = h_o - \Delta y \left(\frac{\partial h}{\partial y} \right)_o + \frac{\Delta y^2}{2!} \left(\frac{\partial^2 h}{\partial y^2} \right)_o - \frac{\Delta y^3}{3!} \left(\frac{\partial^3 h}{\partial y^3} \right)_o + \dots$$



$$h_2 - h_4 = 2\Delta y \left(\frac{\partial h}{\partial y} \right)_o + \underbrace{2 \frac{\Delta y^3}{3!} \left(\frac{\partial^3 h}{\partial y^3} \right)_o}_{\text{aproximadamente zero desde que } \Delta x \approx \text{pequeno}} + \dots$$

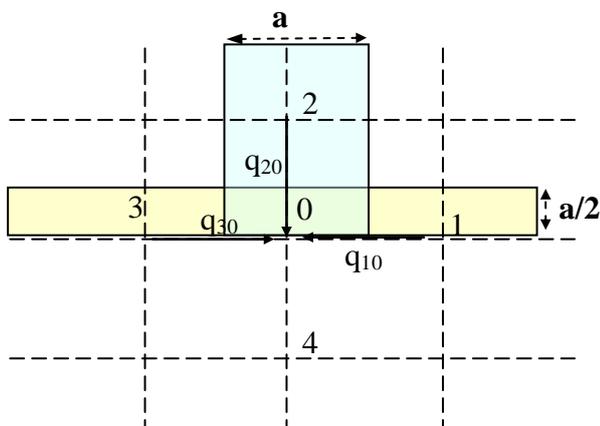
$$\Rightarrow h_2 - h_4 \cong 2\Delta y \left(\frac{\partial h}{\partial y} \right)_o$$

$$\Rightarrow \frac{\partial h}{\partial y} = \frac{h_2 - h_4}{2\Delta y} = 0 \Rightarrow \boxed{h_2 = h_4}$$

Neste caso, a carga no ponto central fica definida como:

$$h_o = \frac{1}{4} [h_1 + 2h_2 + h_3]$$

Em termos de vazão:



$$q_{10} + q_{20} + q_{30} = 0$$

$$q_{10} = k \frac{h_1 - h_o}{a} \frac{a}{2} \times 1$$

$$q_{20} = k \frac{h_2 - h_o}{a} a \times 1$$

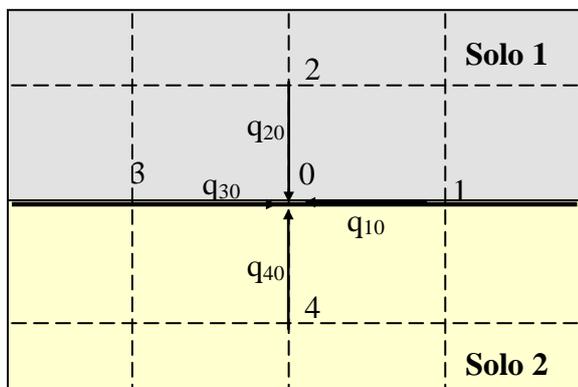
$$+ q_{30} = k \frac{h_3 - h_o}{a} \frac{a}{2} \times 1$$

$$\sum q_{i0} = k \left(\frac{h_1 - h_o}{2} + h_2 - h_o + \frac{h_3 - h_o}{2} \right) = 0$$

ou

$$h_o = \frac{1}{4} [h_1 + 2h_2 + h_3]$$

6.1.2. Diferentes materiais



$$q_{10} + q_{20} + q_{30} + q_{40} = 0$$

$$q_{10} = k_1 \frac{h_1 - h_o}{a} \frac{a}{2} \times 1 + k_2 \frac{h_1 - h_o}{a} \frac{a}{2} \times 1$$

$$q_{20} = k_1 \frac{h_2 - h_o}{a} a \times 1$$

$$q_{30} = k_1 \frac{h_3 - h_o}{a} \frac{a}{2} \times 1 + k_2 \frac{h_3 - h_o}{a} \frac{a}{2} \times 1$$

$$+ q_{40} = k_2 \frac{h_4 - h_o}{a} a \times 1$$

$$\sum q_{i0} = \frac{k_1}{2}(h_1 - h_0) + \frac{k_2}{2}(h_1 - h_0) + k_1(h_2 - h_0) + \frac{k_1}{2}(h_3 - h_0) + \frac{k_2}{2}(h_3 - h_0) + k_2(h_4 - h_0) = 0$$

$$\sum q_{i0} = \frac{k_1}{2}(h_1 + h_3 - 2h_0) + \frac{k_2}{2}(h_1 + h_3 - 2h_0) + k_1(h_2 - h_0) + k_2(h_4 - h_0) = 0$$

$$\sum q_{i0} = k_1(h_1 + h_3 - 2h_0) + k_2(h_1 + h_3 - 2h_0) + 2k_1(h_2 - h_0) + 2k_2(h_4 - h_0) = 0$$

$$\sum q_{i0} = h_1(k_1 + k_2) + h_3(k_1 + k_2) - 4h_0(k_1 + k_2) + 2k_1h_2 + 2k_2h_4 = 0$$

ou

$$4h_0 = h_1 + h_3 + \frac{2k_1}{(k_1 + k_2)}h_2 + \frac{2k_2}{(k_1 + k_2)}h_4$$

6.2. Aplicação

O método consiste em subdividir a geometria do problema em nós com espaçamento (os nós são internos à malha):

$$\Delta x = \sqrt{\frac{k_x}{k_y}} \Delta y$$

Alternativamente, pode-se alterar a escala do problema e permanecer usando malha quadrada, desde que na seção transformada:

$$x_T = \sqrt{\frac{k_y}{k_x}} x$$

- ✓
- ✓ Se a carga h_0 é corrigida para zerar o resíduo R_0 , esta correção equivale a alterar $h_0 = (1/4) R_0$. Recomenda-se usar o **Fator de distribuição** de $-1/4$; isto é se $R_0 = -10$ e for adicionado ao nó (+10) a carga final será:

$$h_{i+1} = h_i + \left(-\frac{1}{4}\right) \times (10) \quad \text{ou} \quad h_{i+1} = h_i + \left(-\frac{1}{4}\right) \times (-R_0) = h_i + \frac{R_0}{4}$$

- ✓ E é transmitida aos outros nós. Este fator é denominado de **Fator de distribuição** e deve ser aplicado à correção do nó, para que o erro seja transferido para os outros nós.

✓

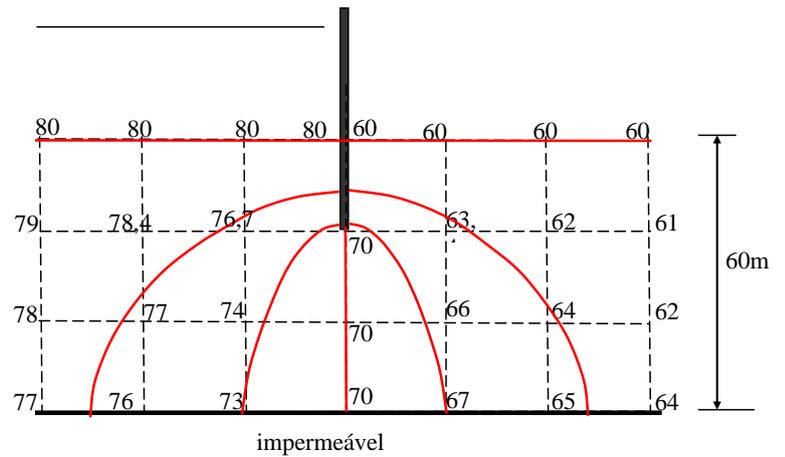
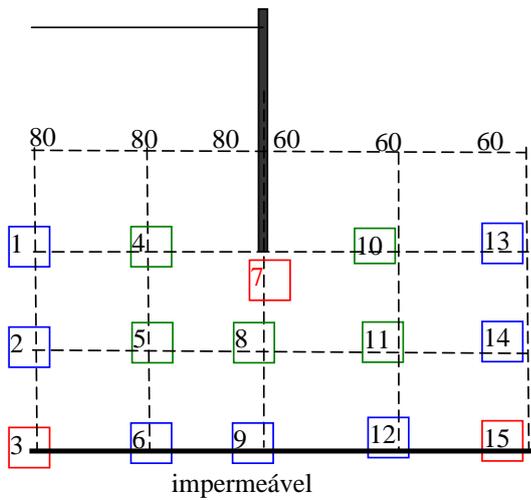
	<p>Ponto central</p> $h_0 = \frac{1}{4} [h_1 + h_2 + h_3 + h_4]$ <p>Fator de distribuição = 1/4</p>
	<p>Superfície impermeável (eixo y)</p> $h_0 = \frac{1}{4} [h_1 + 2h_2 + h_3]$ <p>Fator de distribuição = 1/4</p>
	<p>Superfície impermeável (eixos x e y)</p> $h_0 = \frac{1}{4} [2h_1 + 2h_2]$ <p>Fator de distribuição = 1/4</p>

	<p>Diferentes materiais</p> $h_o = \frac{1}{4} \left[h_1 + h_3 + \frac{2k_1}{(k_1 + k_2)} h_2 + \frac{2k_2}{(k_1 + k_2)} h_4 \right]$ <p>Fator de distribuição = 1/4</p>
	<p>Parede impermeável</p> $h_o = \frac{1}{4} \left[h_1 + h_3 + h_4 + \frac{h_2 + h_5}{2} \right]$ <p>Fator de distribuição = 1/4</p>

A convergência do resíduo é função dos valores calculados; isto é, se a soma dos resíduos é nula, o processo converge. Caso contrário não há convergência.

É importante observar que o **Erro é proporcional ao quadrado da discretização**. Portanto, quanto menor a discretização, menor será o erro.

1.1.1 Exemplo



Equações:

$$\text{Nós 1, 2, 6, 9, 12, 13, 14:} \Rightarrow [h_1 + 2h_2 + h_3] - 4h_o = R_o$$

$$\text{Nós 3, 15:} \Rightarrow [2h_1 + 2h_2] - 4h_o = R_o$$

$$\text{Nós 4, 5, 8, 10, 11:} \Rightarrow [h_1 + h_2 + h_3 + h_4] - 4h_o = R_o$$

$$\text{Nós 7:} \Rightarrow h_o = \frac{1}{4} \left[h_1 + h_3 + h_4 + \frac{80(h_2) + 60(h_5)}{2} \right] - 4h_o = R_o$$

Iteracao 1			
Ponto	Carga Inicial	Residuo	Carga Final
1	79,0	-1,2	78,7
2	78,0	-2,0	77,5
3	77,0	0,0	77,0
4	78,4	-7,6	76,5
5	77,0	-5,6	75,6
6	76,0	-3,0	75,3
7	70,0	0,4	70,1
8	70,0	0,0	70,0
9	70,0	3,0	70,8
10	62,0	7,0	63,8
11	63,0	10,0	65,5
12	67,0	-5,0	65,8
13	62,0	-1,0	61,8
14	63,0	3,0	63,8
15	67,0	-8,0	65,0
	SOMA	-10,0	

Iteracao 2		
Carga Inicial	Residuo	Carga Final
78,7	-4,3	77,6
77,5	-3,1	76,7
77,0	-2,5	76,4
76,5	-1,6	76,1
75,6	-3,1	74,8
75,3	-2,1	74,7
70,1	-0,1	70,1
70,0	1,9	70,5
70,8	-2,0	70,3
63,8	2,4	64,3
65,5	1,3	65,8
65,8	3,8	66,7
61,8	4,3	62,8
63,8	2,8	64,4
65,0	-1,0	64,8
SOMA	-3,6	

Iteracao 3		
Carga Inicial	Residuo	Carga Final
77,6	-1,6	77,2
76,7	-3,3	75,9
76,4	-2,6	75,7
76,1	-1,9	75,6
74,8	-1,2	74,5
74,7	-2,7	74,1
70,1	0,7	70,2
70,5	-1,0	70,2
70,3	1,4	70,6
64,3	1,3	64,7
65,8	2,7	66,5
66,7	-0,1	66,7
62,8	1,9	63,3
64,4	1,4	64,8
64,8	3,3	65,6
SOMA	-1,7	

Iteracao 4		
Carga Inicial	Residuo	Carga Final
77,2	-1,8	76,8
75,9	-1,6	75,5
75,7	-3,0	75,0
75,6	-0,5	75,5
74,5	-2,2	74,0
74,1	-0,9	73,8
70,2	-0,4	70,1
70,2	0,9	70,5
70,6	-1,2	70,3
64,7	1,3	65,0
66,5	0,4	66,6
66,7	2,5	67,3
63,3	1,0	63,5
64,8	2,6	65,5
65,6	0,7	65,7
SOMA	-2,2	

Iteracao 5		
Carga Inicial	Residuo	Carga Final
76,8	-0,7	76,6
75,5	-2,3	74,9
75,0	-1,3	74,7
75,5	-1,1	75,2
74,0	-0,5	73,8
73,8	-2,2	73,3
70,1	0,4	70,2
70,5	-0,9	70,2
70,3	0,9	70,5
65,0	0,3	65,1
66,6	1,8	67,0
67,3	0,1	67,3
63,5	1,3	63,9
65,5	0,6	65,6
65,7	2,6	66,4
SOMA	-0,9	

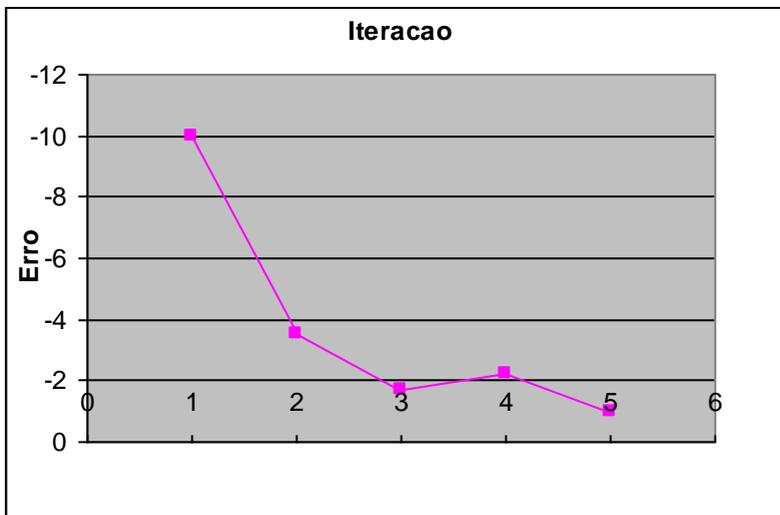


Figura 101. Evolução do Erro

Solução C: Montagem da matriz

A montagem da matriz é feita escrevendo as equações de equilíbrio conforme mostra o exemplo abaixo

No	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	Carga
(1)	$-4h_1$	h_2		$2h_4$						80
(2)	h_1	$-4h_2$	h_3		$2h_5$					
(3)		$2h_2$	$-4h_3$			$2h_6$				
(4)	h_1			$-4h_4$	h_5		h_7			80
(5)		h_2		h_4	$-4h_5$	h_6		h_8		
(6)			h_3		$2h_5$	$-4h_6$			h_9	
(7)*				h_4			$-4h_7$	h_8		$(80 + 60)/2$
(8)					h_5		h_7	$-4h_8$	h_9	
(9)*						h_6		$2h_8$	$-4h_9$	

Nota: * a tabela esta incompleta

Matriz [R]

-4	1	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
----	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

1	-4	1	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	2	-4	0	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	-4	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	0	1	-4	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	2	-4	0	0	1	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	2	-4	1	0	1	0	0	0	0	0
0	0	0	0	1	0	0	-4	1	0	1	0	0	0	0
0	0	0	0	0	1	0	2	-4	1		1	0	0	0
0	0	0	0	0	0	1	0	0	-4			2	0	0
0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	-4	2		2	0
0	0	0	0	0	0	0	0	1	0		-4			2
0	0	0	0	0	0	0	0	0	1			-4	1	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1		1	-4	1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	2	-4

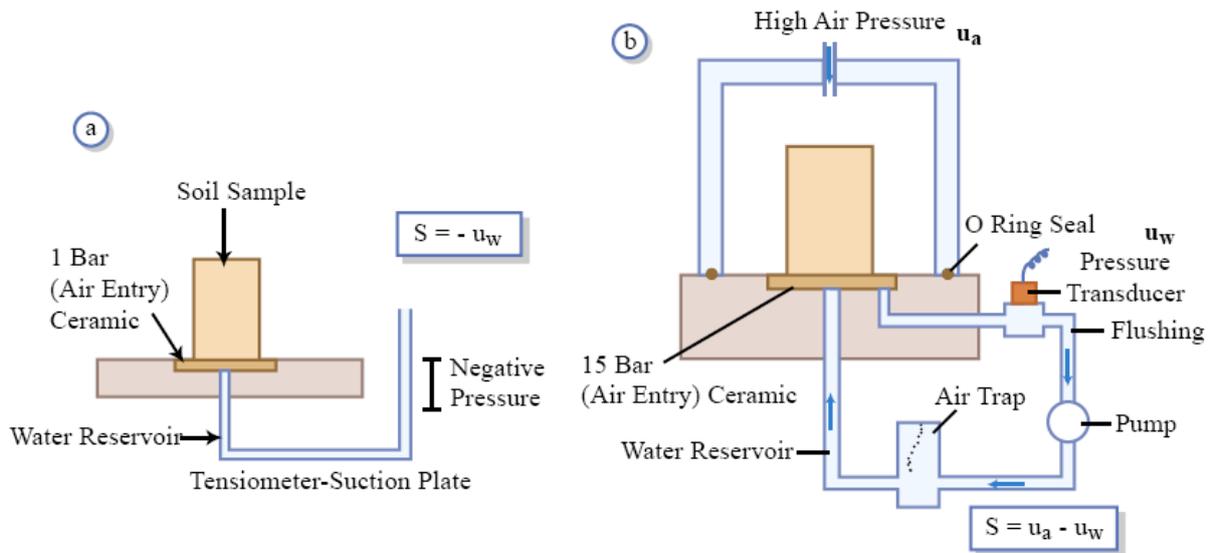
$$[R] \begin{Bmatrix} h_1 \\ h_2 \\ h_3 \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ h_{15} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -80 \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ -60 \\ \vdots \\ \vdots \end{Bmatrix}$$

7. APÊNDICE 1. MEDIDA DE SUCCAO EM LABORATORIO

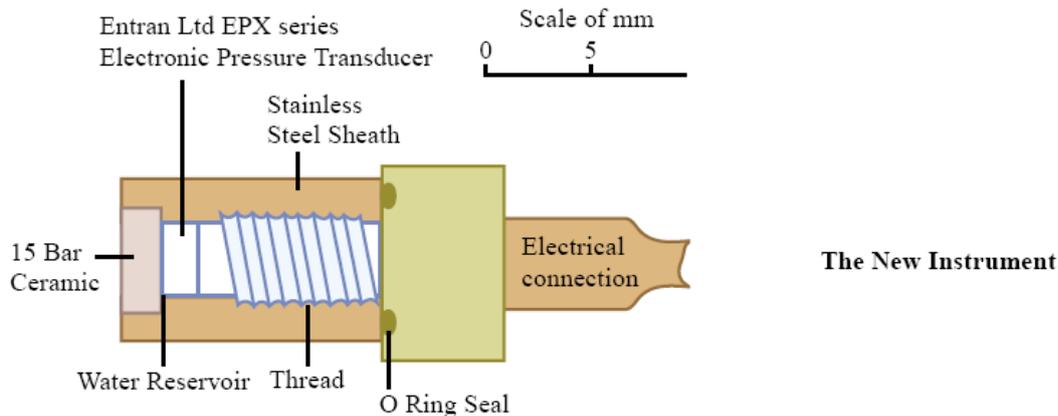
Suction Measurement Techniques

	Suction Value [#]	Principal Usage	Direct/ Indirect	Range: kPa	Equilibrium Time
Vacuum Desiccator	Total	Lab.	Indirect	10^3-10^6	Months
Psychrometer	Total	Field	Indirect	300-7000	Months
Filter Paper	Total	Field	Indirect	1000-30000	Weeks
	Matrix	Lab.	Indirect	30-30000	1 week
Porous Block	Matrix	Field	Indirect	30-3000	Weeks
Thermal Block	Matrix	Field	Indirect	0-175	Days
Suction Plate	Matrix	Lab.	Direct	0-90	Hours
Tensiometer	Matrix	Field	Direct	0-90	Hours
Pressure Plate	Matrix	Lab.	Direct	0-5000	Hours
Osmotic Tensiometer	Matrix	Field	Direct	0-1500	Days

As defined by Aitchison and Richards (1965).



Direct Measurement of Soil Suction: a) Tensiometer; b) Pressure Plate Apparatus



The New Instrument

A sucção (ψ) corresponde à energia livre da água e tem dois componentes: mátrico ($u_a - u_w$) e sucção osmótica (π)

$$\psi = (u_a - u_w) + \pi$$

A sucção mátrica é comumente associada ao fenômeno capilar, que é um resultado de forças intermoleculares agindo em moléculas da superfície da água

Os poros de água contém substâncias dissolvidas. Essas substâncias causam uma redução na energia da água do solo quando comparado com o correspondente energia de água pura. Esta diferença é designada sucção osmótica.

Os testes laboratoriais demonstraram que sucção osmótica não é sensível às mudanças na umidade do solo (Krahn e Fredlund, 1972)²². Consequentemente, qualquer variação no teor de umidade afeta apenas sucção mátrica, e esta relação é comumente denominada como a curva característica d água do solo

A maioria dos problemas de engenharia civil provoca variação do teor de água. Nestes casos, as alterações em relação ao total de sucção são principalmente causadas por alterações de sucção mátrica.

Vários dispositivos comumente utilizados para a medição total, e sucção mátrica estão listados na Tabela 1 e serão descritos abaixo.

Table 1. Dispositivos para medição de sucção do solo e seus componentes (modificada a partir de Fredlund e Rahardjo, 1993)²³

Name	Suction Component	Measurement category	Test	Range (kPa)
Psychrometer	Total	Direct	Lab.	100 - 8000
Filter paper	Total or Matric	Indirect	Lab.	Entire
Tensiometer	Total or Matric	Direct	Lab. / Field	0 - 90
Pressure air chamber (null-type axis translation technique)	Matric	Direct	Lab.	0 - 1500
Porous block sensor	Matric	Indirect	Lab. / Field	0 - 400
Pore fluid squeezer	Osmotic	Indirect	Lab.	Entire

²² Krahn, J. and Fredlund, D.G. (1972) *On total matric and Osmotic Suction*, Journal of Soil Science, vol.114, no. 5, pp339-348.

²³ Fredlund, D.G. and Rahardjo, H. (1993) *Soil Mechanics for Unsaturated Soils*, John Wiley & Sons, Inc., New York, 517pp

7.1. Psicrometro

Thermocouple psicrometro consiste de uma sonda elétrica que as medidas totais de sucção (ψ) o através da medição da umidade relativa do ar (UR) do ar na fase de poros do solo. A relação entre ambos os parâmetros é definida por::

$$\psi = -\frac{RT\rho_w}{\omega_v} \ln(RH)$$

onde R = constante universal do gas (8,31432 J/(mol K)); T = temperature absoluta (T = 273.16 + t); t = temperatura (°C); ρ_w = densidade da agua (998kg/m³ at 20°C); ω_v = massa molecular do vapor d'água (18.016 kg/kmol)

O sistema funciona com base nas medições de diferença de temperatura entre uma superfície seca (ou seja, bulbo seco) e uma superfície de evaporação (ou seja, bulbo molhado). A diferença de temperatura entre essas superfícies está relacionada com a umidade relativa.

Uma pequena corrente elétrica atravessa o termopar causando a condensação de um minuto quantidade de água (Fig. 1). A corrente elétrica é desligada e a variação da temperatura do bulbo molhado é medida enquanto a água evapora. A temperatura redução é função da taxa de evaporação, que, por sua vez, afetada pela pressão de vapor d'água na atmosfera. A sucção total é calculada mediante a utilização de uma curva de calibração.

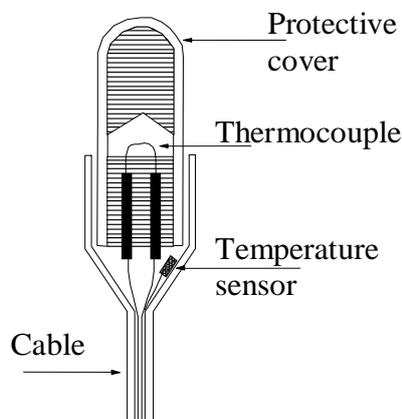


Fig. 1. Esquema de um psicrometro

A calibração de um psicrometro consiste em determinar a relação entre as saídas do termopar, em microvolt, e um conhecimento da sucção total. Isto é em geral obtido suspendendo-se o psicrometro sobre uma solução salina, com uma sucção osmótica conhecida, sob condições controladas de temperatura. A calibração é realizada em uma câmara selada. Sob condição de equilíbrio isotérmico, a pressão de vapor d'água ou umidade relativa do ar na câmara corresponde à sucção osmótica da solução salina.

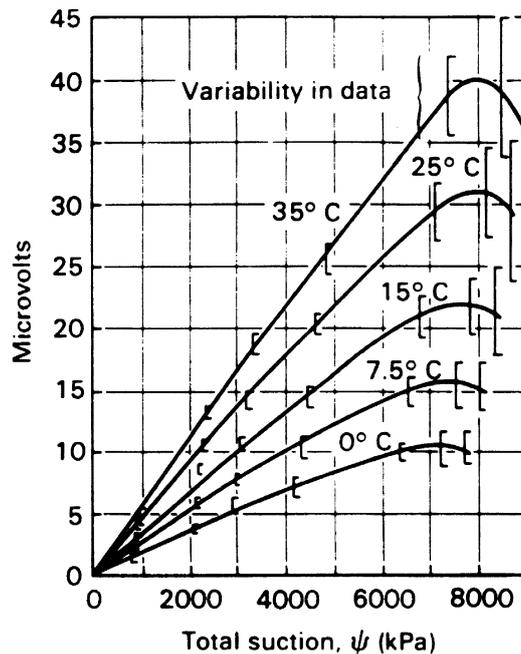


Figure 4.15 Psychrometer calibration curves at various temperatures (from Brown and Cartos, 1982).

As medições são realizadas por uma suspensão psicrometro em uma câmara fechada contendo solo é exemplar. A umidade relativa é medida após o equilíbrio é alcançado entre o ar perto do termopar eo ar nos poros do solo. Isothermal condições entre a temperatura do solo, do ar e do psicrometro devem ser previamente alcançados antes das medições. Krahn e Fredlund (1972) sugerem um 0.001°C a fim de medir total de sucção para \pm ambiente de temperatura controlada 10kPa . \pm uma precisão de

O tempo de resposta de um psicrometro pode ser bastante longo, em função da sua capa protetora (taça de cerâmica, aço inoxidável ou uma tela de aço inoxidável ou teflon tubulação, com uma tela final janela) e magnitude do total de sucção a ser medido. A equalização tempo pode variar de algumas horas, em valores muito elevados de sucção, a cerca de duas semanas em baixa sucção valores. O copo de cerâmica também parece causar mais equilíbrio vezes (e Rarhjardo Fredlund, 1993).

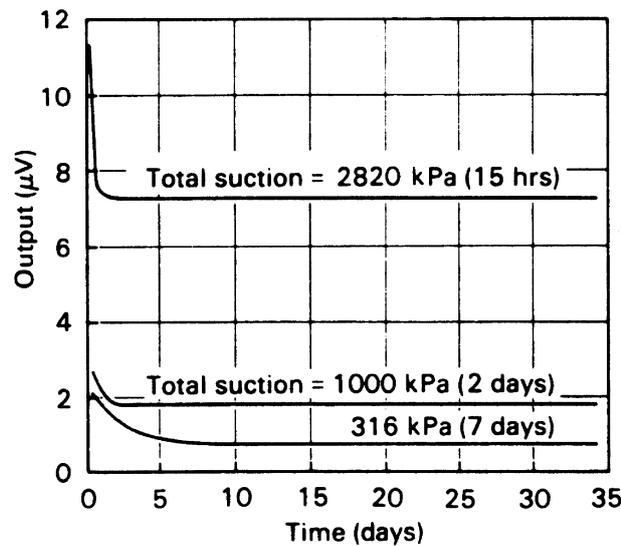


Figure 4.16 Response times for laboratory psychrometers (from Richards, 1974).

Os psicrometros são úteis para medir succoes elevadas nos solos em laboratório, uma vez que a temperatura ambiente pode ser controlada. A variação significativa temperatura que pode ocorrer no campo restringe a utilização deste dispositivo para medições in situ. O psicrometros não são recomendados quando o solo está relativamente seco ou quase saturado. Em solos relativamente secos é impossível condensar uma gota de água. Em solos com elevado teor de água²⁴, a diferença da temperatura do bulbo seco e molhado pode ser negligenciável.

7.2. Filter paper

O método do papel filtro foi proposto por Gardner, em 1937, e inicialmente usado por pesquisadores das áreas de ciência dos solos e agronomia.

O método é classificado como indireto e consiste em colocar um papel filtro em contato com o solo e aguardar até este atinja umidade de equilíbrio, sem permitir evaporação. A sucção do solo é determinada, indiretamente, através de uma curva de calibração adequada (Chandler e Gutierrez, 1986)²⁵.

De um ponto de vista teórico, o papel de filtro pode medir o total ou matricial sucção. Quando a seca papel é colocado em contacto directo com o solo, presume-se que a água flui a

²⁴ Gardner, W.R. (1937- A Method of Measuring the Capillary Tension of Soil Moisture over a Wide Moisture Range.- Soil Science Journal, no. 43, pp 277-283.

²⁵ Chandler, R.J. e Gutierrez, C.L. (1986) - *The Filter-Paper Method of Suction Measurement*. Water Resources Research, pp265-268

partir do solo para o papel até equilíbrio seja alcançado. Neste caso, o teor de água papel filtro permite a determinação da sucção matricial do solo. Por outro lado, se o papel está posicionado acima do solo espécime (colocá-lo em um disco perfurado que está sentado no topo da amostra), e não há nenhum contato direto, o fluxo de vapor de água irá ocorrer a partir do solo para o papel, até equilíbrio seja alcançado. Neste caso, o teor de água papel filtro fornece total de sucção do solo.

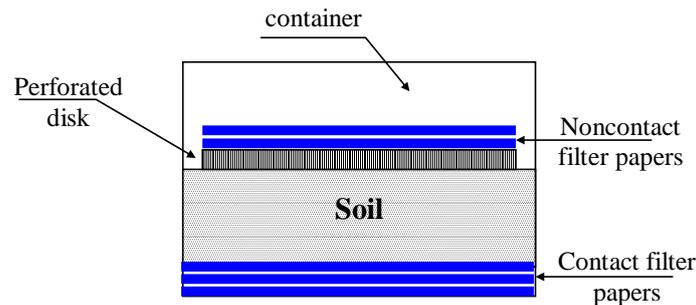
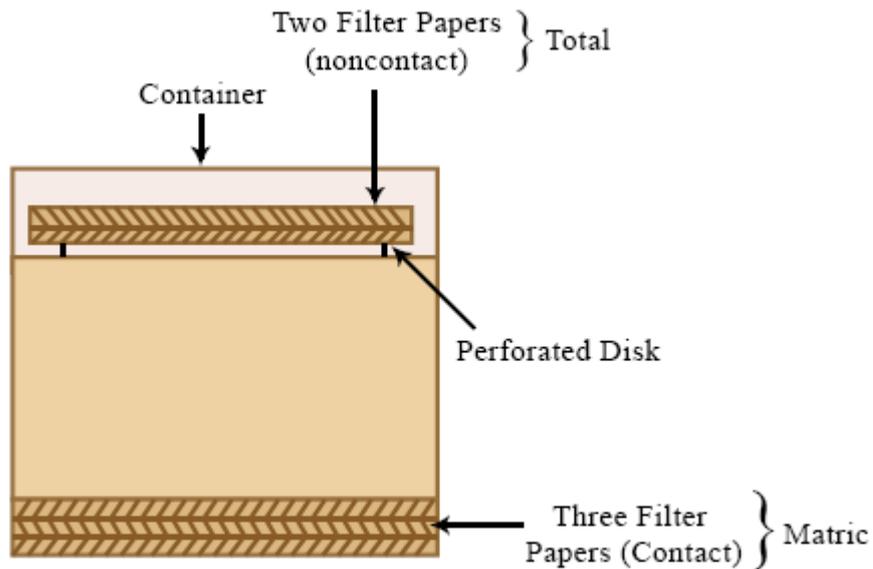


Fig. 2. Esquema do método de filtro de papel

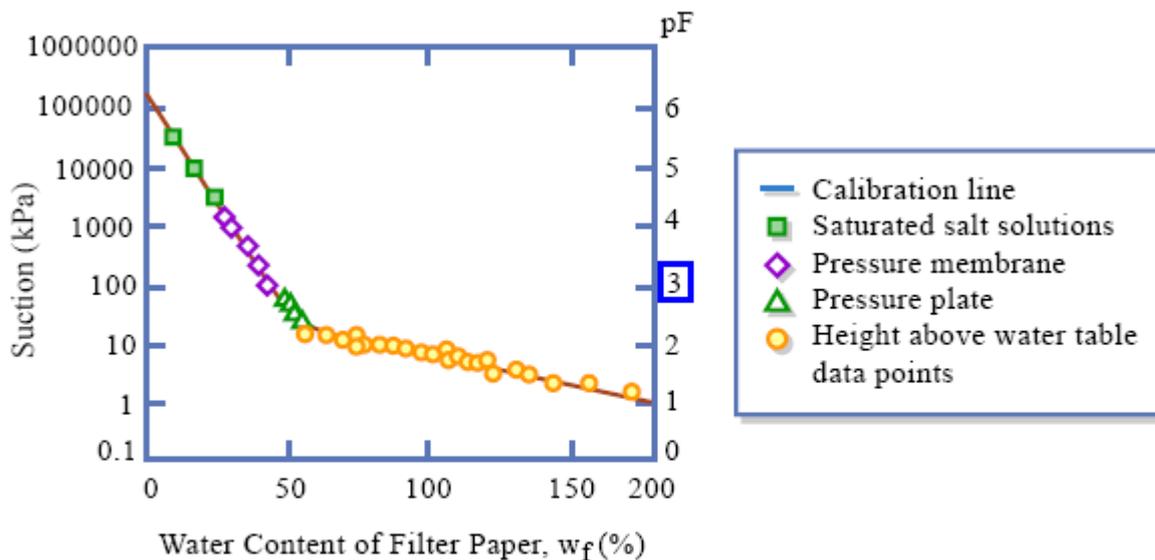
O filtro de papel é normalmente circular com 55 milímetros de diâmetro. Alguns pesquisadores sugerem que o papel de filtro deve ser quimicamente tratados antes da sua utilização, a fim de impedir o crescimento bacteriano e fúngico. No entanto, alguns estudos têm indicado insignificantes diferenças nos resultados obtidos a partir de pré-filtros em papel e não tratados (e Rarhardo Fredlund, 1993).

O conteúdo de água é obtido calculando o papel de filtro pesos após equilíbrio (estado molhado) e, após secagem em estufa a uma temperatura de $110 \pm 5^\circ\text{C}$. Extremo cuidado deve ser exercido para evitar perdas ou ganhos de água entre o filtro de papel e da atmosfera. A prática comum é ter o papel de filtro seco inicialmente, e depois deixe-a absorver água do espécime

A curva de calibração é estabelecida através da medição da umidade do papel filtro em equilíbrio com solução salina ter conhecido o osmóticos sucção. É comumente observado uma curva bilinear tendência. A mesma curva é usada para ambos total e sucção matricial medição procedimentos. As curvas apresentam comportamento histeretico quando secar e molhar caminhos são utilizados.



Contact and noncontact filter paper methods for measuring matric and total suction, respectively.



A typical calibration curve showing measured filter paper water contents for applied suctions.

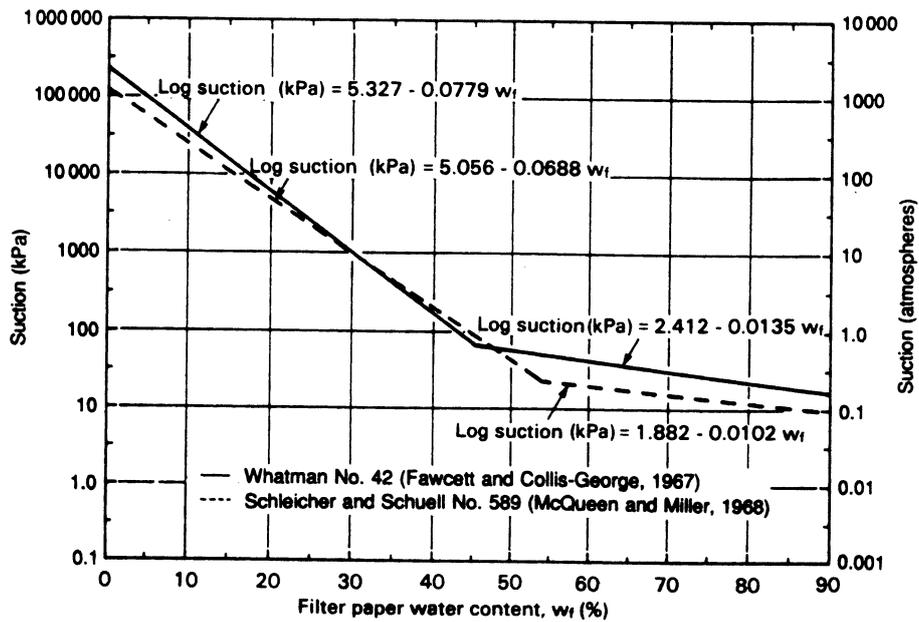
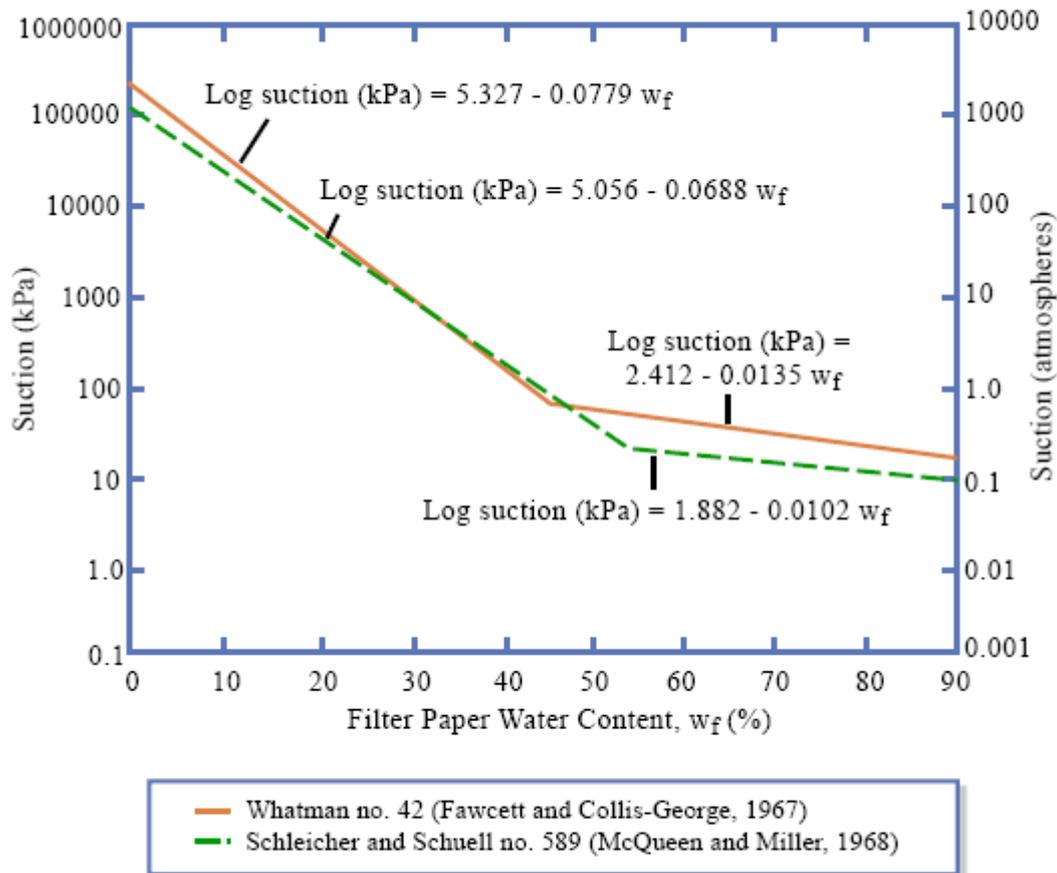


Figure 4.27 Calibration curves for two types of filter paper.



Calibration Curves for Two Types of Filter Paper

O tempo de resposta do filtro de papel para atingir equilíbrio é, no mínimo, sete dias e que exige um controle de temperatura ambiente.

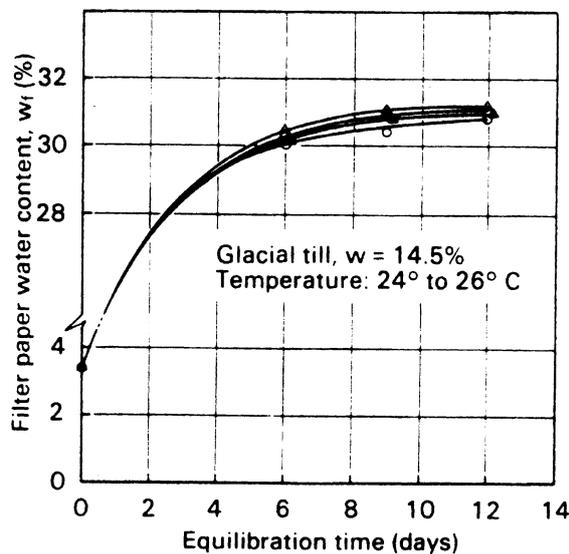


Figure 4.26 Increasing water content of the initially dry filter paper during the equilibration period (from Tang, 1978).

Deve-se ressaltar que o papel de filtro técnica é altamente dependente usuário, e muito cuidado deve ser tomado ao medir a quantidade de água no papel. O saldo precisão deve ser capaz de peso 0.0001g. A seca papel pesos em torno de 0, .52 g e com um teor de água de 30% da massa de água é de cerca de 0.16g.

O desempenho do filtro de papel foi comparado com psychrometer medições. Os resultados demonstraram que o papel filtro noncontact (total sucção medição) apresenta um razoável acordo com psychrometer resultados. As diferenças observadas contato com papel filtro (sucção matricial medição) foram atribuídos ao mau contacto entre o papel de filtro e solo espécime.

Papel de filtro parece ter uma ampla gama de medição da capacidade total correspondente às condutas de aspiração quilopascal poucos a vários cem mil quilopascal.

Fredlund (1989)²⁶ propôs um sistema de medição de sucção total in situ. O autor recomenda que os filtros de papel deve ser deixada em renda para cerca de 1 semana, e depois

²⁶ Fredlund, D.G. (1989). *Soil suction monitoring for roads and airfields*. Symposium on the State-of-the-Art of Pavement Response Monitoring Systems for Roads and Airfields. Sponsored by U.S. Army Corps of Engineers (Hannover, NH), March, pp.6-9.

removido para medir seu conteúdo de água. Novos filtros foi instalada uma galinha permitido para equalizar a outro 1 semana

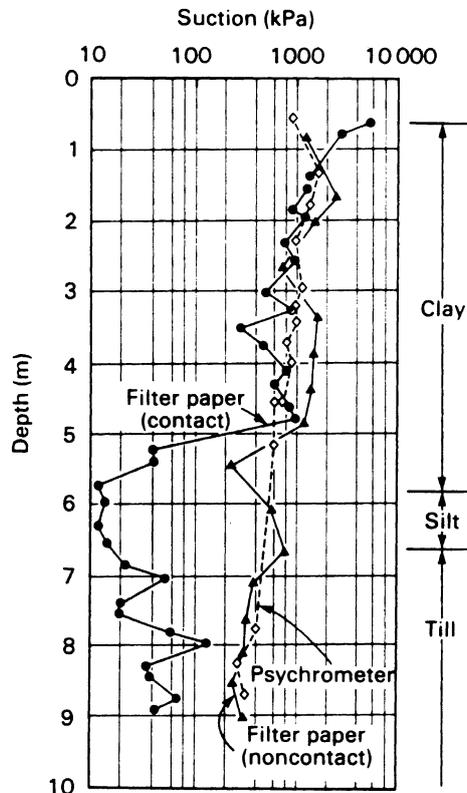


Figure 4.21 Suction profile versus depth obtained using thermocouple psychrometers and the filter paper method (from van der Raadt et al., 1987).

7.3. Tensiometers

Tensiômetro medidos a negativa de poro-pressão de água em laboratório ou no campo. Quando a poro-pressão do ar atmosférico é a negativa de poro-pressão de água é igual à sucção matricial. No entanto, quando a poro-pressão do ar é diferente da atmosférica, o seu valor deve ser adicionado para dar mátrico sucção.

O tensiômetro consiste de uma grande entrada do ar taça de cerâmica porosa ligada a um dispositivo de medida através de um pequeno tubo aborrecido. O copo é inserido em um buraco e predrilled deve haver um bom contato entre o copo de cerâmica e do entorno do solo. O tubo e da taça são enchidos com água deaired. Quando a pressão de equilíbrio é atingido pela negativa poro-pressão de água em torno do solo é medido

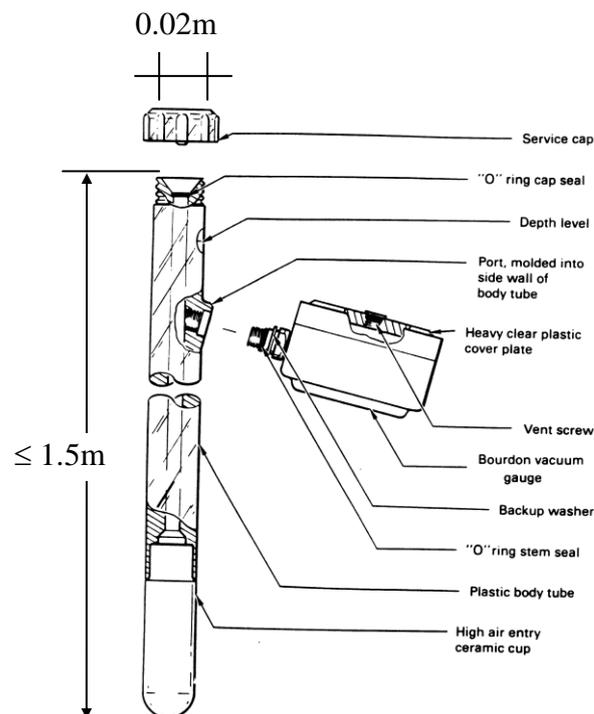


Figure 4.37 Conventional tensiometer from Soilmoisture Equipment Corporation.

A pressão negativa, que pode ser medida é limitado a cerca de 90kPa, devido à possibilidade de cavitação da água no tensiômetro. A sucção matricial medido também não deve exceder o valor da entrada do ar cerâmica taça.

Existem vários dispositivos para medir a pressão de água (manômetro de mercúrio, Bourdon vácuo bitola, transdutor de pressão). O tempo de resposta do tensiômetro é inversamente proporcional à sensibilidade do dispositivo de medição. Além disso, uma maior permeabilidade cerâmica taça resultará também em um menor tempo de resposta.

A pressão negativa registada na superfície do solo deve ser corrigido para a elevação correspondente a cabeça da coluna de água no tubo tensiômetro.

Tensiômetros não medem a sucção osmótica desde sais solúveis são livres para mover através dos poros taça.

O tempo de resposta de um tensiômetro é normalmente inferior a 5 min. Este tempo pode ser verificada anteriormente, aplicando uma pressão de água e negativos do que a taça imersão na água. Maior resposta vezes pode indicar obtura poroso chávena, entrapped ar no sistema ou uma falha manométrica,

Após a instalação, as bolhas de ar podem desenvolver dentro do tensiômetro devido a: dissolução do ar que sai da solução, o ar, no solo que podem difundir através da água no copo de cerâmica, etc

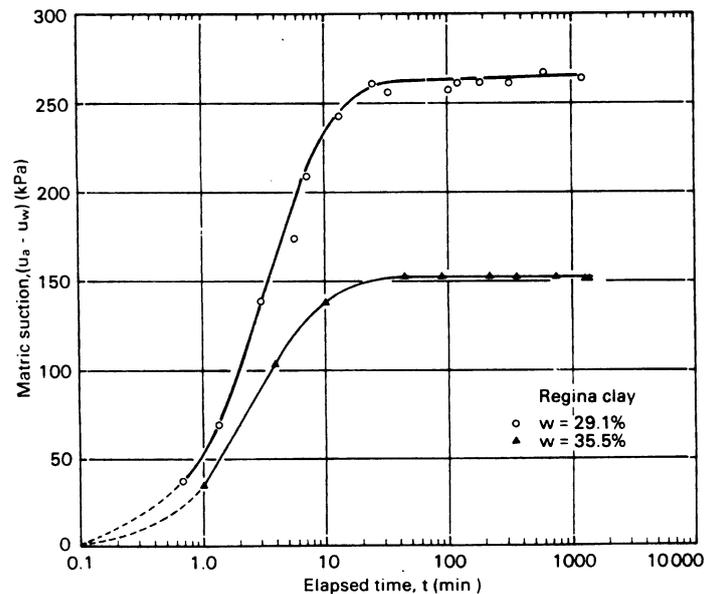


Figure 4.61 Response versus time for matric suction measurements on Regina clay using the axis-translation technique (from Filson, 1980).

Em geral, esta técnica pode ser utilizada para medir sucção matricial no laboratório, com razoável sucesso e precisão. Em teoria, esta técnica é mais adequada para solos com um ar contínua fase; a presença de bolhas de ar ocluída pode resultar em uma superestimação da sucção matricial.

7.5. Porous block sensor

Porous bloco sensores são usados como uma técnica indireta para medição de sucção matricial.

O bloco poroso é colocada em contacto com o solo, e, pelo equilíbrio, a sucção matricial no bloco e no solo é igual. O material poroso (nylon, fibra de vidro, cerâmica argila, etc) deve ser previamente examinado pela sua característica relação solo-água, a fim de selecionar o material mais adequado para fazer um sensor. A sucção matricial, portanto, é inferida a partir do teor de água do bloco.

O teor de água do bloco pode ser determinada pela medição da eléctrica ou térmica propriedades. No entanto, as medições sensor baseado em propriedades eléctricas têm-se mostrado sensível à presença de sais dissolvidos no poro-água.

O sensor térmico dispositivo consiste de um bloco poroso contendo um sensor de temperatura e aquecedor miniatura (Fig. 3). As medições são feitas através da inserção do sensor no predrilled um buraco, e permitindo que o teor de água no sensor para entrar em equilíbrio com o teor de água do solo.

A condutividade térmica varia com o teor de água do bloco. O sensor térmico é colocado no solo, e, após o equilíbrio, a condutividade térmica medições são realizadas por gravação dissipação de calor dentro poroso bloco. A quantidade controlada de calor é gerado pelo aquecedor dentro do bloco. Uma parte dessa verba vai ser dissipada ao longo de todo o bloco. A quantidade de calor é controlada pela água no interior do bloco. O calor undissipated irá resultar em um aumento da temperatura no centro do bloco. Esta temperatura é medida pelo sensor elemento após um determinado intervalo de tempo. Sua magnitude é inversamente proporcional ao teor de água do bloco poroso

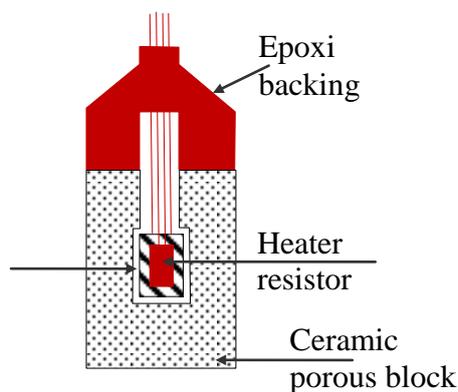


Fig. 3. Esquema de um sensor condutividade térmica

A calibração é feita através da aplicação de uma gama de valores de sucção matricial no sensor embutido no solo. Este procedimento pode ser realizado utilizando uma pressão placa aparelho. A alteração na tensão de saída é gravado periodicamente até equilíbrio é alcançado. Este procedimento é repetido para diferentes valores de sucção, a fim de obter a sua curva de calibração). Diferentes solos exigem diferentes calibrações a fim de relacionar a condutividade térmica teor de água dos solos.

Mais de 100 sensores (AGWA-II) foram calibrados na Universidade de Saskatchewan (Fredlund e Rahrjardo, 1993). XXX figura mostra uma típica curva de calibração. Bilineares A resposta foi atribuído ao poroso distribuição do tamanho da cerâmica bloco, e ponto de ruptura é geralmente em torno de 175kPa.

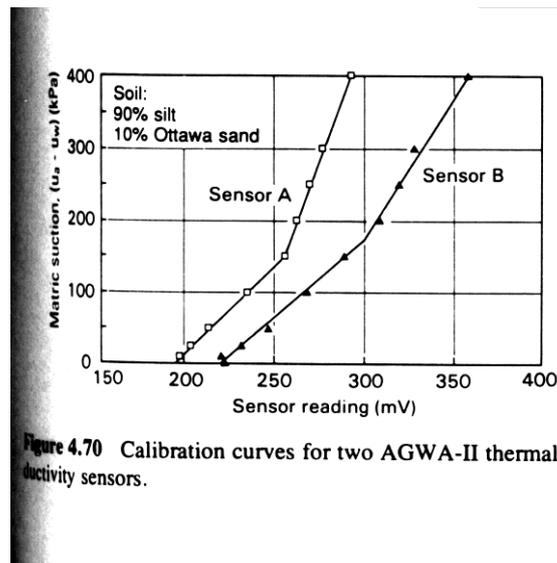


Figure 4.70 Calibration curves for two AGWA-II thermal conductivity sensors.

O tempo de resposta durante o processo de calibração é mostrada na FIG XXX. É observado um aumento do tempo de resposta com o aumento da sucção aplicada matricial. A permeabilidade e espessura de ambos os solos e calibração elevado ar entrada disco, utilizados na pressão placa aparelhos, interferir no tempo de resposta.

As experiências laboratoriais, em diferentes solos, têm mostrado que, inicialmente seca sensores têm menor equalização vezes. (Fredlund e Rahardjo, 1993)

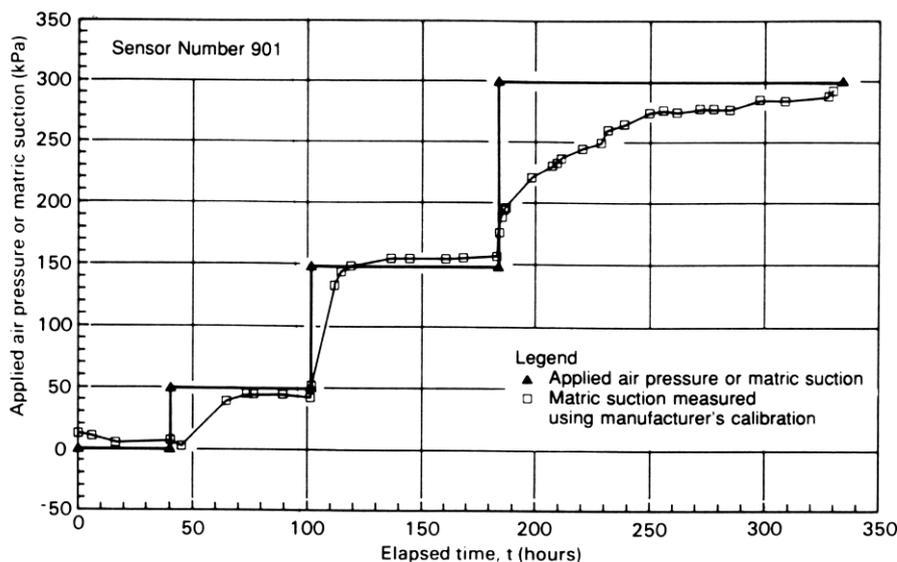


Figure 4.69 Time response curves for a thermal conductivity sensor (AGWA-II) subjected to changes in applied air pressure (or matric suction).

Fredlund e Rahrjardo (1993) observaram uma coerente, estável e reprodutível desempenho da condutividade térmica sensor. Além disso, este dispositivo é sensível a resposta

hysteretic processos de umedecimento e secagem. No entanto, quando submetido a pressão positiva poros de água, a umidade que entram em contacto com os componentes eletrônicos resultou em uma resposta fiável. Resultados semelhantes quanto ao desempenho estável do bloco cerâmico sensor tem sido observado por Phene et al (1971a, 1971b, 1987)²⁸.

A fragilidade do bloco poroso requer um maior cuidado no manuseamento e durante a instalação. Devem também ser tomadas para garantir um bom contacto entre o bloco e poroso do solo; pobres contactos provocar alta sucção medições.

A condutividade térmica sensores podem ser utilizados, seja em laboratório ou no campo, com uma resposta razoável, desde que seja realizada uma boa calibração para cada sensor e do solo material. A relativamente pequena dimensão do bloco sensor permite a utilização de amostras indeformadas extraídas do Shelby tubos, e, portanto, a determinação da sucção matricial em diferentes profundidades do solo dentro de um perfil (Sattler e Fredlund, 1989)²⁹.

7.6. Pore fluid squeezer

O fluido dos poros espremedor é uma técnica de medição de sucção osmótica, com base na relação entre a condutividade elétrica da água dos poros-osmótica e sucção. A água pura tem baixa condutividade elétrica, em comparação com poros de água que contém sais dissolvidos.

O fluido dos poros espremedor é constituído por um cilindro e um pesado murado pistão espremedor (FIG XXX), que são utilizadas para drenar os poros de água dentro do solo. A pressão osmótica é, então, inferido pela curva que relaciona pressão osmótica e de condutividade elétrica (FIG XXX).

²⁸ Phene, C.J.; Hoffman, G.J. e Rawlins, S.L. (1971a) - Measuring Soil Matric Potential in Situ by Sensing Heat Dissipation within a Porous Body: I. Theory and Sensor Construction - Soil Sci. Soc. Am. Proc., no.35, pp.27-33.

Phene, C.J.; Hoffman, G.J. e Rawlins, S.L. (1971b) - Measuring Soil Matric Potential in Situ by Sensing Heat Dissipation within a Porous Body: II. Experimental Results - Soil Sci. Soc. Am. Proc., no.35, pp.225-229.

Phene, C.J.; Allee, C.P. and Pierro, J.(1987) - *Measurement of Soil Matric Potential and real Time Irrigation Scheduling* - Proc. Int. Conf. on measurement of Soil and Plant Water Status, Utah State Univ., vol.2, pp.258-265.

²⁹ Sattler, P.J. and Fredlund, D.G. (1989) - *Use of Thermal Conductivity Sensors to Measure Matric Suction in the Laboratory* - Canadian Geotechnical Journal, vol 26, no. 3, pp.491-498.

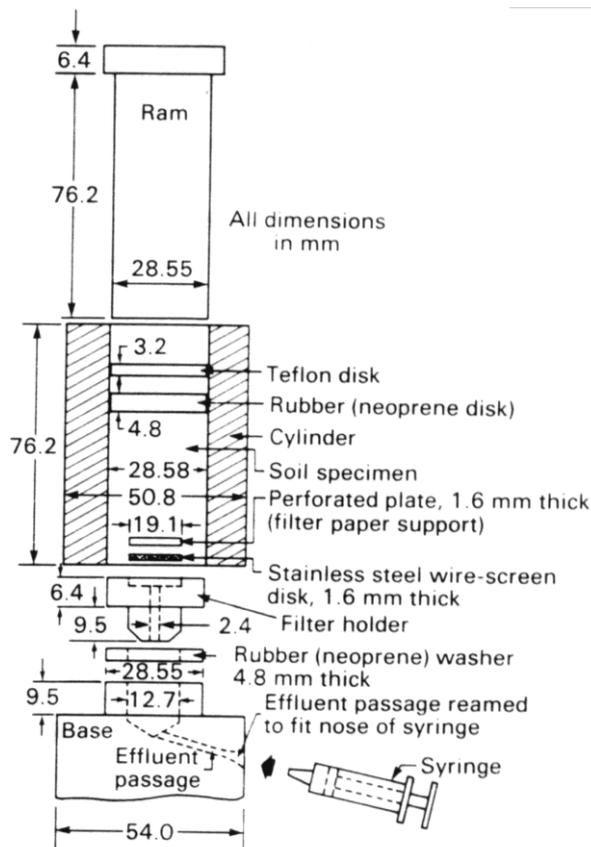


Figure 4.84 The design of the pore fluid squeezer (from Manheim, 1966).

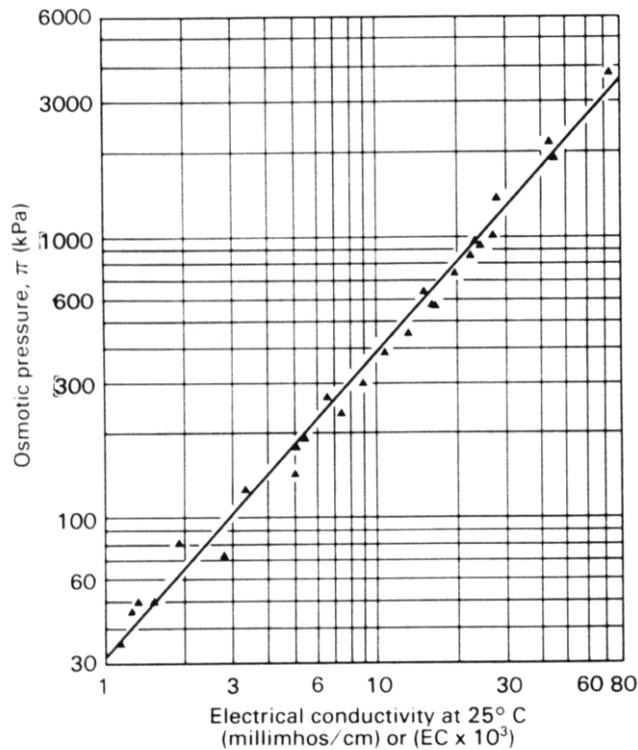


Figure 4.85 Osmotic pressure versus electrical conductivity relationship for pore-water containing mixtures of dissolved salts (from *U.S.D.A. Agricultural Handbook No. 60*, 1950).

Krahn e Fredlund (1972) utilizou esta técnica em 2 de solos diferentes. Os autores verificaram um acordo razoável com o valor previsto, calculado como a diferença entre o total e matricial suctions independente medido. Além disso, eles observaram que os resultados sejam afectados pela magnitude da pressão aplicada extração.

Existem outros processos de medição osmóticos sucção de um solo. É, por exemplo, é possível adicionar água destilada até que o solo está próximo de um fluido no estado, e em seguida medir a condutividade elétrica do efluente, que pode ser extrapolados linearmente para a sucção osmótica. Apesar de sua simplicidade, este procedimento não produz medições precisas (e Rarhadjo Fredlund, 1993).

8. REFERENCES

- Chandler, R.J. e Gutierrez, C.L. (1986) - *The Filter-Paper Method of Suction Measurement*. Water Resources Research, pp265-268
- Gardner, W.R. (1937) - A Method of Measuring the Capillary Tension of Soil Moisture over a Wide Moisture Range.- Soil Science Journal, no. 43, pp 277-283.
- Krahn, J. and Fredlund, D.G. (1972) *On total matric and Osmotic Suction*, Journal of Soil Science, vol.114, no. 5, pp339-348.
- Fredlund, D.G. (1989). *Soil suction monitoring for roads and airfields*. Symposium on the State-of-the-Art of Pavement Response Monitoring Systems for Roads and Airfields. Sponsored by U.S. Army Corps of Engineers (Hannover, NH), March, pp.6-9.
- Fredlund, D.G. and Rahardjo, H. (1993) *Soil Mechanics for Unsaturated Soils*, John Wiley & Sons, Inc., New York, 517pp.
- Peck A.J and Rabbidge, R.M. (1969) *Design and performance of an osmotic tensiometer for measuring capillary potential*. Proceedings of Soil Science Society America, March-April, vol 33.n 2 196-202
- Phene, C.J.; Hoffman, G.J. e Rawlins, S.L. (1971a) - Measuring Soil Matric Potential in Situ by Sensing Heat Dissipation within a Porous Body: I. Theory and Sensor Construction - Soil Sci. Soc. Am. Proc., no.35, pp.27-33.
- Phene, C.J.; Hoffman, G.J. e Rawlins, S.L. (1971b) - Measuring Soil Matric Potential in Situ by Sensing Heat Dissipation within a Porous Body: II. Experimental Results - Soil Sci. Soc. Am. Proc., no.35, pp.225-229.
- Phene, C.J.; Allee, C.P. and Pierro, J.(1987) - *Measurement of Soil Matric Potential and real Time Irrigation Scheduling* - Proc. Int. Conf. on measurement of Soil and Plant Water Status, Utah State Univ., vol.2, pp.258-265.
- Sattler, P.J. and Fredlund, D.G. (1989) - *Use of Thermal Conductivity Sensors to Measure Matric Suction in the Laboratory* - Canadian Geotechnical Journal, vol 26, no. 3, pp.491-498.

9. APÊNDICE 2 – FUNÇÃO POTENCIAL COMPLEXA

Define-se por função complexa aquela que apresenta um termo representado por uma função real e outro por uma função complexa.

$$f(z) = \phi(x, y) + i\psi(x, y) \quad \dots\dots\dots (1)$$

onde

$$z = x + iy$$

$$i = \sqrt{-1}$$

Uma função complexa é dita analítica se em um ponto ($z = z_0$) ela é definida e possui derivada na vizinhança deste ponto.

Por definição, a derivada de uma função é dada por:

Error! Objects cannot be created from editing field codes.

Então

Error! Objects cannot be created from editing field codes.

ou

$$\frac{df}{dz} = \lim_{\substack{\Delta z \rightarrow 0 \\ \Delta x \rightarrow 0 \\ \Delta y \rightarrow 0}} \frac{\phi(x + \Delta x, y + \Delta y) + i\psi(x + \Delta x, y + \Delta y) - \phi(x, y) - i\psi(x, y)}{\Delta x + i\Delta y}$$

Considerando-se, inicialmente, $\Delta y = 0$, tem-se:

$$\frac{df}{dz} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\phi(x + \Delta x, y) + i\psi(x + \Delta x, y) - \phi(x, y) - i\psi(x, y)}{\Delta x}$$

Rearranjando chega-se a:

$$\frac{df}{dz} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \left\{ \frac{\phi(x + \Delta x, y) - \phi(x, y)}{\Delta x} + i \left[\frac{\psi(x + \Delta x, y) - \psi(x, y)}{\Delta x} \right] \right\}$$

$$\frac{df}{dz} = \frac{\partial \phi}{\partial x} + i \frac{\partial \psi}{\partial x} \quad \dots \quad (2)$$

Analogamente, considerando-se $\Delta x = 0$, tem-se:

$$i \frac{df}{dz} = \frac{\partial \phi}{\partial y} + i \frac{\partial \psi}{\partial y} \quad \dots \quad (3)$$

Como a função complexa $f(z)$ é analítica, os valores de df/dz obtidos nas equações (2) e (3) são iguais. Tem-se, então:

$$i \frac{\partial \phi}{\partial x} - \frac{\partial \psi}{\partial x} = \frac{\partial \phi}{\partial y} + i \frac{\partial \psi}{\partial y}$$

Separando as partes: real e imaginária obtém-se:

$$\frac{\partial \phi}{\partial x} = \frac{\partial \psi}{\partial y} \quad \dots\dots\dots (4a)$$

$$-\frac{\partial \psi}{\partial x} = \frac{\partial \phi}{\partial y} \quad \dots\dots\dots (4b)$$

conhecidas como equações de Cauchy-Riemann.

Das equações 4 segue-se que:

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} = 0$$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = 0$$

Sendo assim, ambas as funções $\phi(x, y)$ e $\psi(x, y)$ satisfazem a equação de Laplace.

Verifica-se, também, a partir das equações (4a) e (4b) que:

$$\frac{\partial \phi}{\partial x} \frac{\partial \psi}{\partial x} + \frac{\partial \phi}{\partial y} \frac{\partial \psi}{\partial y} = 0$$

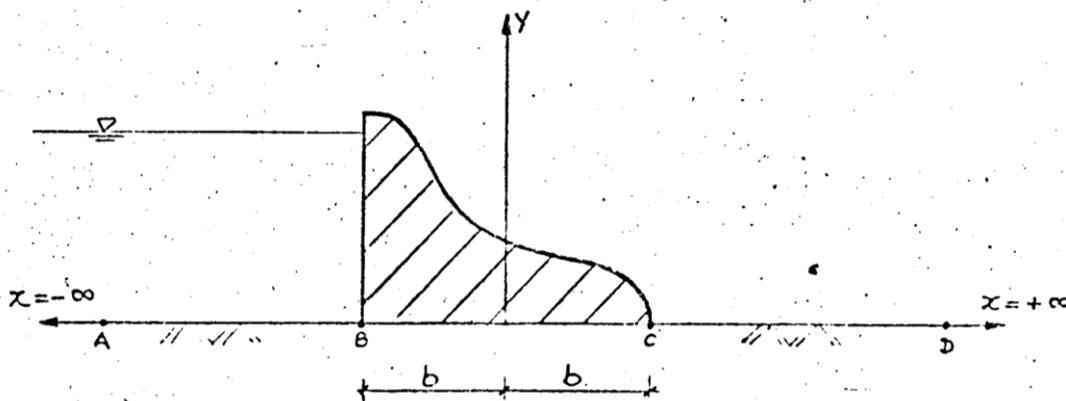
Esta propriedade caracteriza a ortogonalidade das funções $\phi(x, y)$ e $\psi(x, y)$.

Então, se $\phi(x, y)$ é definido sob uma determinada condição de contorno, a função $\psi(x, y)$ fica representada por um conjunto de curvas perpendiculares a $\phi(x, y)$.

Conseqüentemente, podemos assumir que ϕ e ψ representam a função potencial e a função de fluxo na região considerada.

A solução analítica de um problema de fluxo bi-dimensional consiste na definição de uma função $f(x + iy) = \phi + i\psi$, tal que ϕ e ψ satisfaçam as condições de contorno.

Exemplo:



Condições de contorno:

equipotenciais: \overline{AB} e \overline{CD}

linha de fluxo: \overline{BC}

Solução:

Dadas as funções potencial (ϕ) e de fluxo (ψ) tal que (vide item 2.2),

$$\frac{\partial \phi}{\partial x} = v_x = -k \frac{\partial h}{\partial x}$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial y} = v_y = -k \frac{\partial h}{\partial y}$$

$$-\frac{\partial \psi}{\partial x} = v_y = -k \frac{\partial h}{\partial y}$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial y} = v_x = -k \frac{\partial h}{\partial x}$$

e, pela equação (2),

$$\frac{df}{dz} = \frac{\partial \phi}{\partial x} + i \frac{\partial \psi}{\partial x}$$

temos

$$\frac{df}{dz} = v_x - iv_y$$

Analisando as condições de contorno verifica-se que:

Para $-b \leq x \leq b \rightarrow v_y = 0 \therefore \frac{\partial f}{\partial z} = v_x$ (5)

(trecho \overline{BC})

$$|x| > b \rightarrow \frac{\partial f}{\partial z} = v_x - iv_y$$

$$|x| > b \text{ e } y = 0 \rightarrow \frac{\partial f}{\partial z} = -iv_y$$

Considerando-se:

$$\frac{df}{dz} = \frac{C}{\sqrt{b^2 - z^2}}$$

onde C = constante

$$z = x + iy$$

Atende-se às condições de contorno (5).

Então, integrando tem-se que:

$$f = C \cdot \arcsen \frac{z}{b} + C_1$$

onde C_1 = constante

As constantes C e C_1 são obtidas em função das condições de contorno (5). Para $y = 0$ e:

$$x = -b \rightarrow \frac{\partial f}{\partial z} = \frac{\partial \phi}{\partial x} = v_x \therefore \phi = kh$$

$$x = b \rightarrow \frac{\partial f}{\partial z} = \frac{\partial \phi}{\partial x} = v_x \therefore \phi = kh^0 = 0$$

Então:

$$f = -\frac{kh}{\pi} \arccos \frac{z}{b}$$

onde

$$z = b \cos \frac{\pi f}{kh}$$

$$\frac{z}{b} = \cos \frac{\pi \phi}{kh} + i \frac{\pi \psi}{kh}$$

$$\frac{z}{b} = \cos \frac{\pi \phi}{kh} \cos i \frac{\pi \psi}{kh} - \text{sen} \frac{\pi \phi}{kh} \text{sen} i \frac{\pi \psi}{kh}$$

fazendo

$$\phi' = \frac{\pi \phi}{kh} \quad \text{e} \quad \psi' = \frac{\pi \psi}{kh}$$

temos

$$\frac{z}{b} = \cos \phi' \cos i \psi' - \text{sen} \phi' \text{sen} i \psi'$$

mas

$$z = x + iy$$

$$\cos i \psi' = \cosh \psi'$$

$$\text{sen} i \psi' = i \cdot \text{senh} \psi'$$

Então:

$$\frac{x}{b} + \frac{iy}{b} = \cos \phi' \cosh \psi' - i \cdot \text{sen} \phi' \sinh \psi'$$

$$\frac{x}{b} = \cos \phi' \cosh \psi'$$

$$\frac{y}{b} = \text{sen} \phi' \sinh \psi'$$

Elevando as expressões ao quadrado:

$$\begin{aligned} \cos^2 \phi' &= \frac{x^2}{b^2 \cosh^2 \psi'} \\ \text{sen}^2 \phi' &= \frac{y^2}{b^2 \sinh^2 \psi'} \end{aligned} \quad \left\{ \begin{array}{l} \rightarrow \\ \rightarrow \end{array} \right. \quad \dots \dots \dots \quad (6)$$

(equação de uma elipse)

$$\frac{x^2}{b^2 \cosh^2 \psi'} = \frac{y^2}{b^2 \sinh^2 \psi'} = 1$$

$$\begin{aligned} \cosh^2 \psi' &= \frac{x^2}{b^2 \cos^2 \phi'} \\ \sinh^2 \psi' &= \frac{y^2}{b^2 \text{sen}^2 \phi'} \end{aligned} \quad \left\{ \begin{array}{l} \rightarrow \\ \rightarrow \end{array} \right. \quad \dots \dots \dots \quad (7)$$

$$\frac{x^2}{b^2 \cos^2 \phi'} = \frac{y^2}{b^2 \text{sen}^2 \phi'} = 1$$

As equações (6) e (7) representam, respectivamente, as soluções para as linhas de fluxo e equipotenciais na fundação da barragem.

10. REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

Craig, R.F. (1974) – “Soil Mechanics” – Van Nostrand Reinhold Company Ltd

Scott, R.F. (1963) – “Principles of Soil Mechanics” – Addison-Wesley Publishing Company, Inc

Cedergreen, H.R. (1977) – “Seepage, Drainage and Flow Nets” – Mc. Gran-Hill do Brasil

Vargas, M. (1977) – “Introdução à Mecânica dos Solos” - Mc. Gran-Hill do Brasil

Casagrande, A. (1937) – “Seepage Trough Dams” – Journal of the New England Water Works Association, vol.II nº 2, p. 295-335

Lambe, T.W. & Whitman (1969) – “Soil Mechanics” – John Wiley & Sons, Inc