

Cap. II – Conceitos Fundamentais

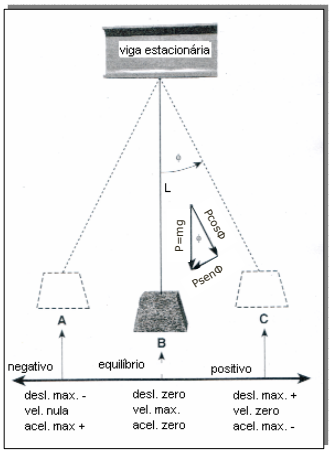
Mecânica Vibratória

- ***Vibração mecânica*** é o movimento de uma partícula ou de um corpo que oscila em relação a uma posição de equilíbrio. A maioria das vibrações em máquinas e estruturas são indesejáveis devido ao **aumento de tensões** e **perdas de energia**.
- O intervalo de tempo necessário para um sistema completar um ciclo completo do movimento é o ***período*** da vibração.
- O número de ciclos por unidade de tempo define a ***freqüência*** da vibração.
- O deslocamento máximo do sistema a partir de uma posição de equilíbrio é a ***amplitude*** da vibração.
- Quando o movimento é mantido somente por forças restauradoras, a vibração é descrita como ***vibração livre***. Quando forças externas são aplicadas ao sistema, o movimento é descrito como ***vibração forçada***.
- Quando a dissipação de energia por atrito é desprezada, o movimento é dito ***não amortecido***. Na realidade, todas as vibrações são amortecidas em algum grau, e portanto, o amortecimento, quando não desprezível, deve ser considerado, passando o movimento a ser ***amortecido***.

Movimento Periódico
Conceitos Fundamentais

Movimento pendular:

movimento periódico
X
movimento harmônico



Movimento Periódico
Conceitos Fundamentais

Período do movimento (T):
Tempo necessário para uma oscilação completa (ciclo).
Unidade: s, min

Freqüência do movimento (f):
Número de ciclos completos na unidade de tempo.
Unidade: CPS ou Hz, CPM

$$\text{freqüência} = \frac{1}{\text{período}}$$

Movimento Periódico
Conceitos Fundamentais

A freqüência angular é escrita como:

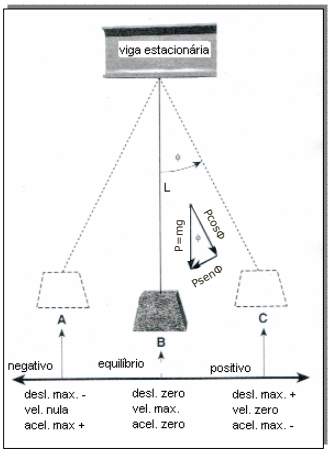
$$\omega = 2\pi \times \text{freqüência} = 2\pi \times f$$

$$\omega = \frac{2\pi}{\text{período}}$$

$$\omega : \text{rad/s, rad/min}$$

Movimento Periódico
Conceitos Fundamentais

Para o movimento harmônico do pêndulo, considerando uma pequena deflexão angular:



Força restauradora = P x senΦ

$$\text{Força restauradora} \simeq P \times \phi$$

$$\text{Deflexão} \simeq L \times \phi$$

$$\text{"Rigidez" do pêndulo} = k = \frac{\text{Força}}{\text{Deflexão}}$$

$$k = \frac{\text{Força}}{\text{Deflexão}} = \frac{P \times \phi}{L \times \phi} = \frac{P}{L} = \frac{m \times g}{L}$$

Movimento Periódico
Conceitos Fundamentais

Assumindo um movimento descrito por:

$$\text{Deslocamento} = D \times \text{sen}(2\pi \times f \times t)$$

$$\text{Deslocamento} = D \times \text{sen}(\omega t)$$

$$\text{Velocidade} = \frac{d}{dt}\text{Deslocamento} = D \times \omega \times \cos(\omega t)$$

$$\text{Velocidade} = D \times \omega \times \text{sen}\left(\omega t + \pi/2\right)$$

$$\text{Aceleração} = \frac{d^2}{dt^2}\text{Deslocamento} = -D \times \omega^2 \times \text{sen}(\omega t)$$

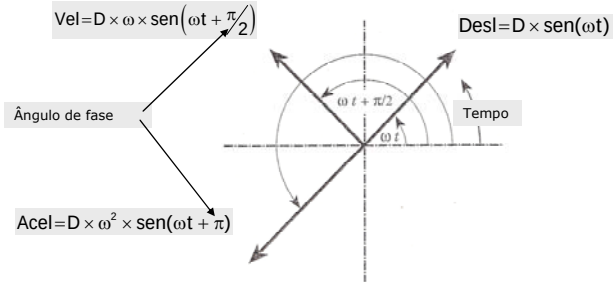
$$\text{Aceleração} = D \times \omega^2 \times \text{sen}(\omega t + \pi)$$

Movimento Periódico
Conceitos Fundamentais

$$\text{Deslocamento} = D \times \text{sen}(\omega t)$$

$$\text{Velocidade} = D \times \omega \times \text{sen}\left(\omega t + \pi/2\right)$$

$$\text{Aceleração} = D \times \omega^2 \times \text{sen}(\omega t + \pi)$$



Movimento Periódico
Conceitos Fundamentais

$$\text{Deslocamento} = D \times \text{sen}(\omega t)$$

Genericamente, para Deslocamento ≠ 0, quando t=0:

$$\text{Deslocamento} = D \times \text{sen}(\omega t + \phi)$$

$$\text{Deslocamento} = D \times [\text{sen}(\omega t)\cos\phi + \cos(\omega t)\text{sen}\phi]$$

$$\text{Deslocamento} = D \times [A\,\text{sen}(\omega t) + B\cos(\omega t)]$$
$$\text{onde : } A = \cos\phi \quad \text{e} \quad B = \text{sen}\phi$$

Movimento Periódico
Conceitos Fundamentais

Forma exponencial de representação das expressões harmônicas:

Considerando: $\text{Deslocamento} = D \times \text{sen}(\omega t + \phi)$

Pode-se escrever: $\text{Deslocamento} = D \times e^{i\omega t}$

pois: $e^{i\omega t} = \cos(\omega t) + i\,\text{sen}(\omega t)$ $\qquad i = \sqrt{-1}$

Identidade de Euler

Movimento Periódico
Conceitos Fundamentais

$e^{i\omega t} = \cos(\omega t) + i\,\mathrm{sen}(\omega t)$ ⟹ **?**

Através da Série de Taylor de cada uma das três funções acima, verifica-se esta identidade.

Série de Taylor:

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} C_n (x-a)^n$$

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(a)}{n!}(x-a)^n = f(a) + f'(a)(x-a) + \frac{f''(a)}{2!}(x-a)^2 + \ldots + \frac{f^{(n)}(a)}{n!}(x-a)^n + \ldots$$

Movimento Periódico
Conceitos Fundamentais

Forma exponencial de representação das expressões harmônicas.
- Vetor no plano complexo.

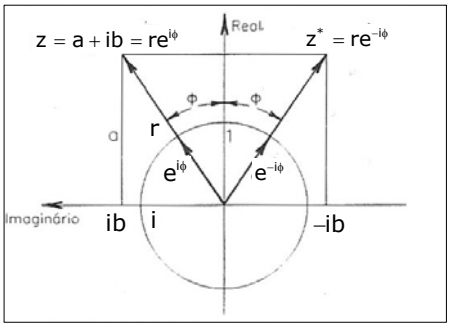
$$e^{i\phi} = \cos\phi + i\,\mathrm{sen}\phi$$

$$\left|e^{i\phi}\right| = \sqrt{\cos^2\phi + \mathrm{sen}^2\phi} = 1$$

$e^{i\phi}$: vetor unitário ou versor

$$z = r(\cos\phi + i\,\mathrm{sen}\phi) = re^{i\phi}$$

$$z^* = r(\cos\phi - i\,\mathrm{sen}\phi) = re^{-i\phi}$$



amplitude de z *fase de z*

Movimento Periódico
Conceitos Fundamentais

Forma exponencial de representação das expressões harmônicas.
- Relações decorrentes:

$$e^{i\phi} = \cos\phi + isen\phi$$
$$e^{-i\phi} = \cos\phi - isen\phi$$
$$\cos\phi = \frac{1}{2}(e^{i\phi} + e^{-i\phi})$$
$$sen\phi = \frac{1}{2i}(e^{i\phi} - e^{-i\phi})$$

Movimento Periódico
Conceitos Fundamentais

Forma exponencial de representação das expressões harmônicas.
- Vetor <u>girante</u> no plano complexo.

$$e^{i\omega t} = cos\omega t + isen\omega t$$
$$e^{-i\omega t} = cos\omega t - isen\omega t$$
$$z = r(cos\omega t + isen\omega t) = re^{i\omega t}$$
$$z^* = r(cos\omega t - isen\omega t) = re^{-i\omega t}$$

