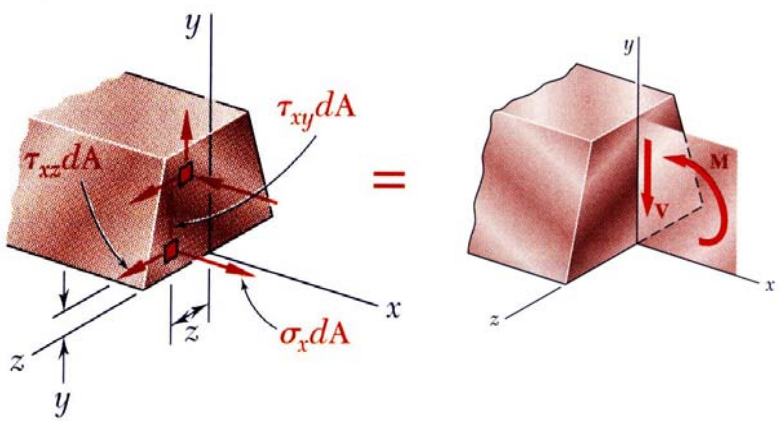


# 5. Carregamento Transversal

# Conteúdo

Introdução
Cisalhamento na Face Horizontal de um Elemento de Viga
Problema Exemplo 5.1
Determinação da Tensão de Cisalhamento numa Viga
Tensões de Cisalhamento $t_{xy}$ em Tipos Comuns de Vigas

# Introdução

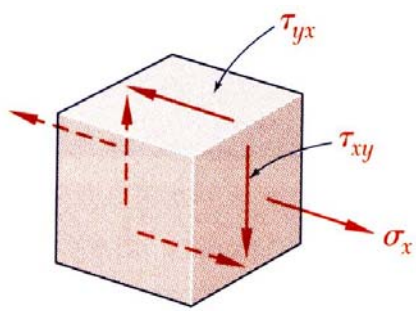



- Carregamento transversal aplicado a uma viga resulta em tensões normais e de cisalhamento em seções transversais.
- A distribuição de tensões normais e de cisalhamento satisfaz

$$F_x = \int \sigma_x dA = 0 \qquad M_x = \int \left( y\tau_{xz} - z\tau_{xy} \right) dA = 0$$

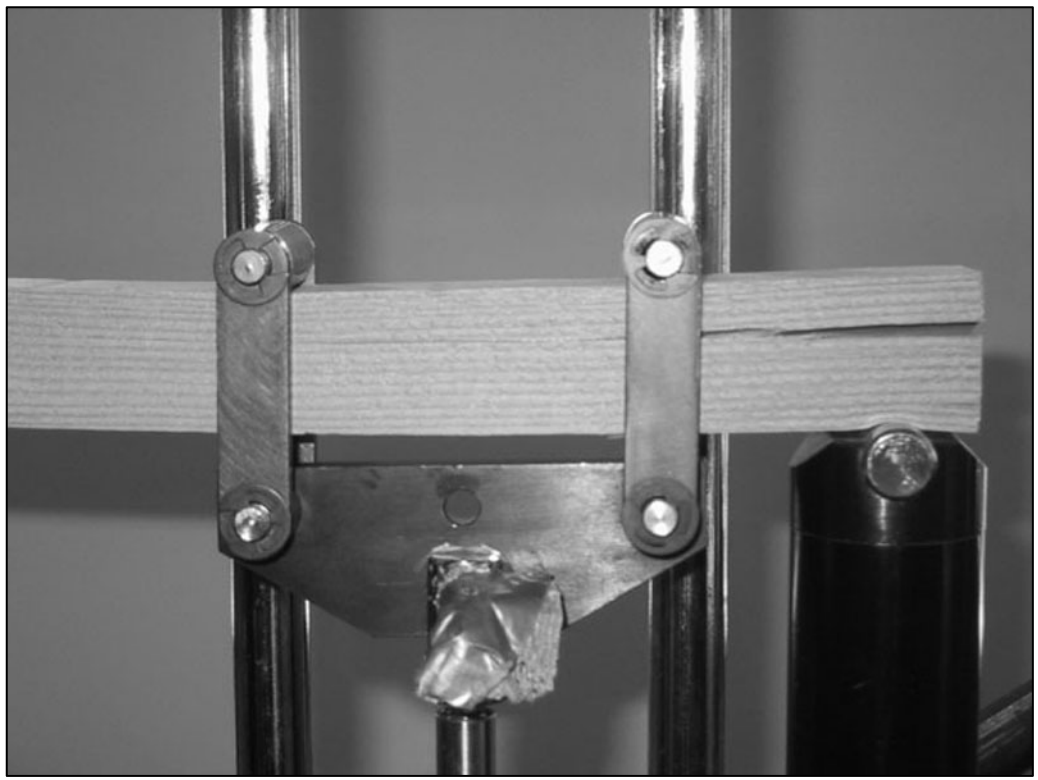
$$F_y = \int \tau_{xy} dA = -V \qquad M_y = \int z\sigma_x dA = 0$$

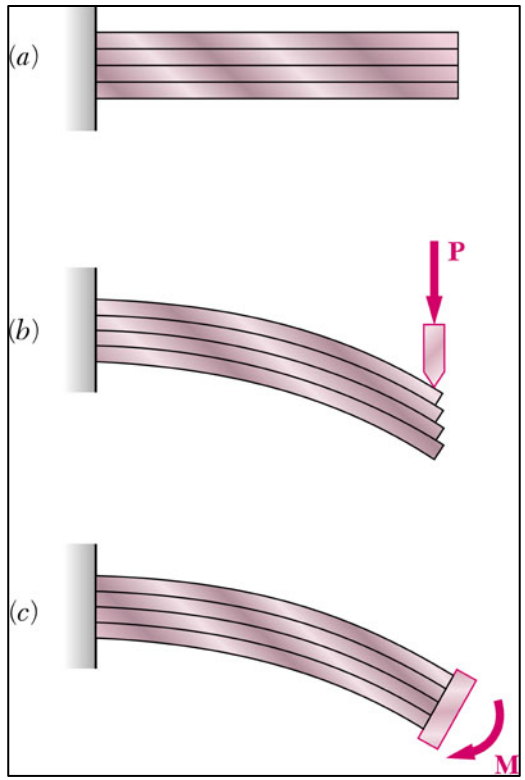
$$F_z = \int \tau_{xz} dA = 0 \qquad M_z = \int \left( -y\sigma_x \right) = M$$



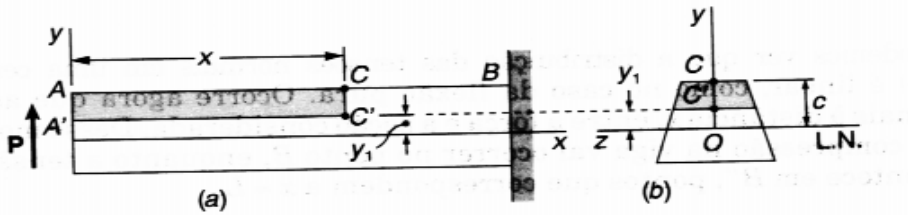

- Quando tensões de cisalhamento são exercidas nas faces verticais de um elemento, tensões iguais devem ser exercidas nas faces horizontais.
- Tensões de cisalhamento longitudinais devem existir em qualquer membro sujeito a carregamento transversal.

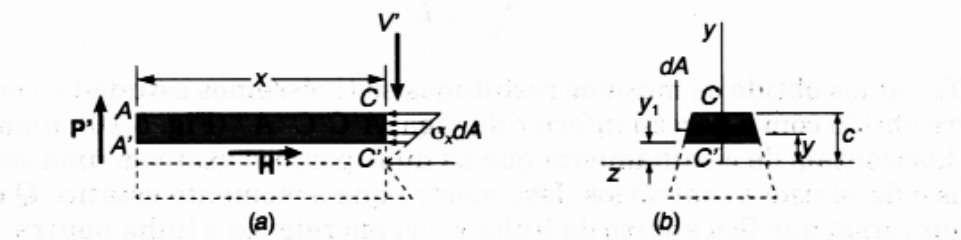
# Cisalhamento na Face Horizontal de um Elemento de Viga





# Cisalhamento na Face Horizontal de um Elemento de Viga




- Considere uma viga prismática
- Para equilíbrio do elemento de viga:

$$\Sigma F_x = 0,\ H - \int (Pxy/I)dA = 0$$

$$H = Px/I \int y dA$$

- Note que (de Mec. Tec. – Centroides),

$$Q = \int y dA \text{ (momemto de 1a. ordem)}$$

- Substituindo,

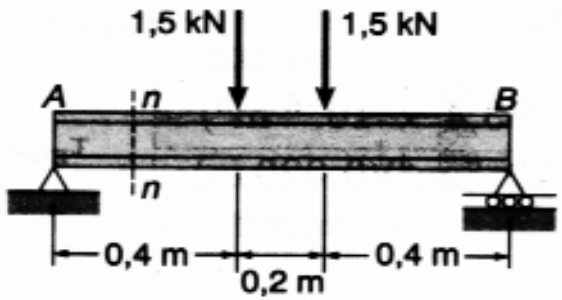
$$H = \frac{PQ}{I} x$$

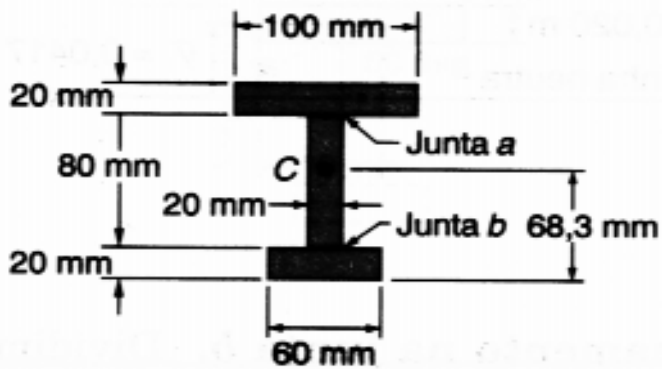
$$q = \frac{H}{x} = \frac{PQ}{I} \quad \text{(fluxo cisalhante)}$$

Obs: P = V

# PROBLEMA RESOLVIDO 5.1

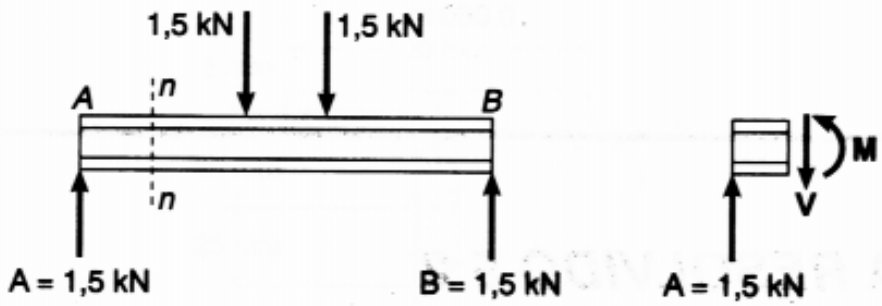
A viga $AB$ é constituída por três peças coladas umas às outras e está submetida ao carregamento indicado, que atua em seu plano de simetria. Sabendo-se que a largura de cada junta colada é de 20 mm, determinar a tensão de cisalhamento média na seção $n$-$n$ da viga. O esquema indica a localização do centróide da seção transversal, e o momento de inércia da seção é $I = 8{,}63 \times 10^{-6}\ \text{m}^4$. A tensão de cisalhamento deve ser calculada nas juntas coladas.



**Força cortante na seção *n-n*.** Como a viga e seu carregamento são simétricos em relação ao centro do vão, temos $A = B = 1{,}5\ \text{kN} \uparrow$. Se considerarmos a parte da viga à esquerda da seção *n–n* como corpo livre, podemos escrever

$$+\uparrow \Sigma F_y = 0: \quad 1{,}5\ \text{kN} - V = 0 \quad V = 1{,}5\ \text{kN}$$

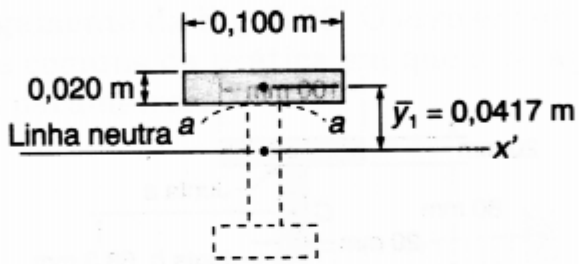



**Tensão de cisalhamento na junta *a*.** Passando uma seção *a-a* ao longo da junta colada, separamos a seção transversal em duas partes. Vamos calcular $Q$ determinando o momento estático da área acima da seção *a-a* em relação à linha neutra.

$$Q = A\bar{y}_1 = [(0{,}100\ \text{m})(0{,}20\ \text{m})](0{,}0417\ \text{m}) = 83{,}4 \times 10^{-6}\ \text{m}^3$$

Usamos a Eq. 5.10 para a determinação da tensão de cisalhamento nessa junta, com largura de 0,020 m.

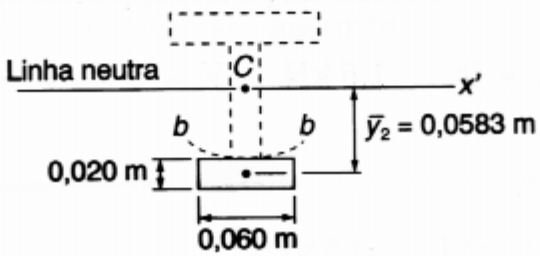
$$\tau_{méd} = \frac{VQ}{It} = \frac{(1500\,\text{N})(83{,}4 \times 10^{-6}\,\text{m}^3)}{(8{,}63 \times 10^{-6}\,\text{m}^4)(0{,}020\,\text{m})} \qquad \tau_{méd} = 725\ \text{kPa}$$



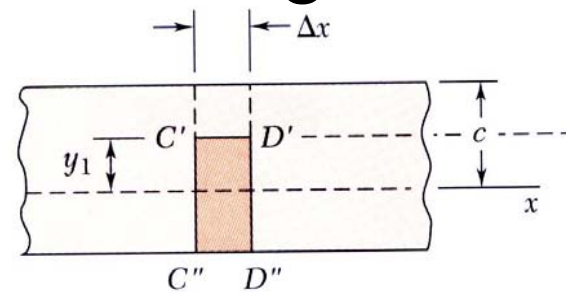

**Tensão de cisalhamento na junta *b*.** Dividimos a viga pela seção *b*-*b* e usamos a área abaixo dessa seção para o cálculo de $Q$

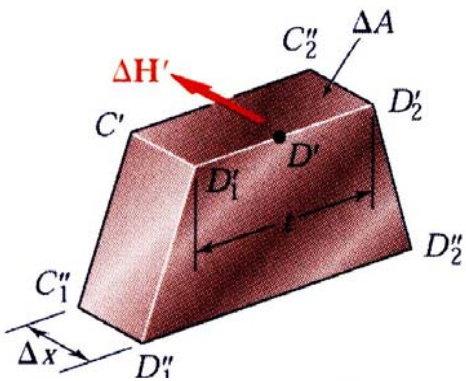
$$Q = A\bar{y}_2 = [(0{,}060\,\text{m})(0{,}20\,\text{m})](0{,}0583\,\text{m}) = 70{,}0 \times 10^{-6}\,\text{m}^3$$

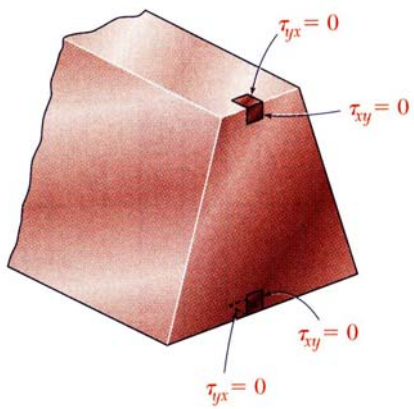
$$\tau_{méd} = \frac{VQ}{It} = \frac{(1500\,\text{N})(70{,}0 \times 10^{-6}\,\text{m}^3)}{(8{,}63 \times 10^{-6}\,\text{m}^4)(0{,}020\,\text{m})} \qquad \tau_{méd} = 608\,\text{kPa}$$



# Determinação da Tensão de Cisalhamento numa Viga



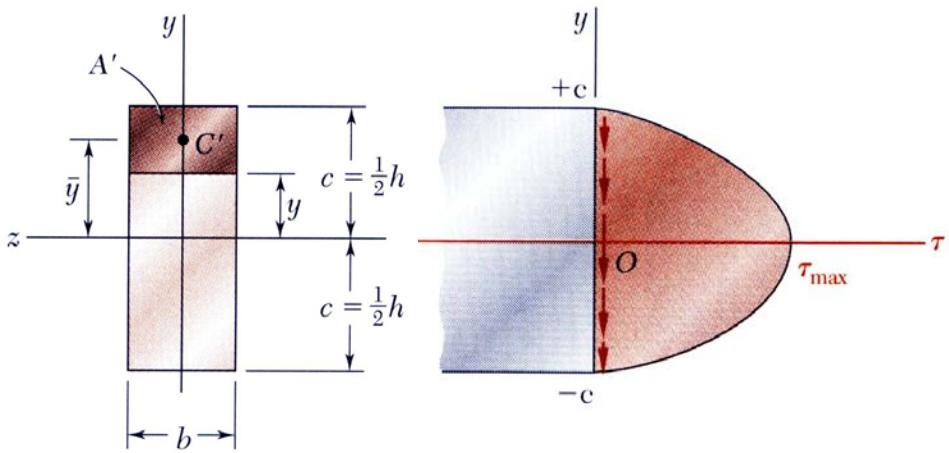

- A tensão de cisalhamento *média* na face horizontal do elemento é obtida dividindo a força de cisalhamento no elemento pela área da face.

$$\tau_m = \frac{\Delta H}{\Delta A} = \frac{q\,\Delta x}{\Delta A} = \frac{VQ}{I}\frac{\Delta x}{t\,\Delta x}$$

$$= \frac{VQ}{It}$$

- Nas superfícies superior e inferior da viga, $\tau_{yx} = 0$. Portanto $\tau_{xy} = 0$ nas extremidades superiores e inferiores das seções transversais.

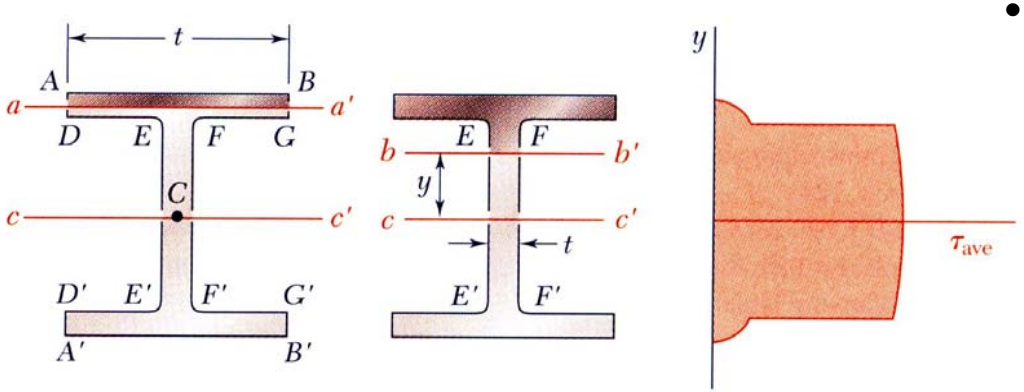
# Tensões de Cisalhamento $\tau_{xy}$ em Tipos Comuns de Vigas




- Para uma viga retangular estreita,

$$\tau_{xy} = \frac{VQ}{Ib} = \frac{3}{2}\frac{V}{A}\left(1 - \frac{y^2}{c^2}\right)$$

$$\tau_{max} = \frac{3}{2}\frac{V}{A}$$




- Para perfis comerciais padrão,

$$\tau_{med} = \frac{VQ}{It}$$

$$\tau_{max} = \frac{V}{A_{alma}}$$

# TENSÕES DEVIDAS A COMBINAÇÕES DE CARREGAMENTO

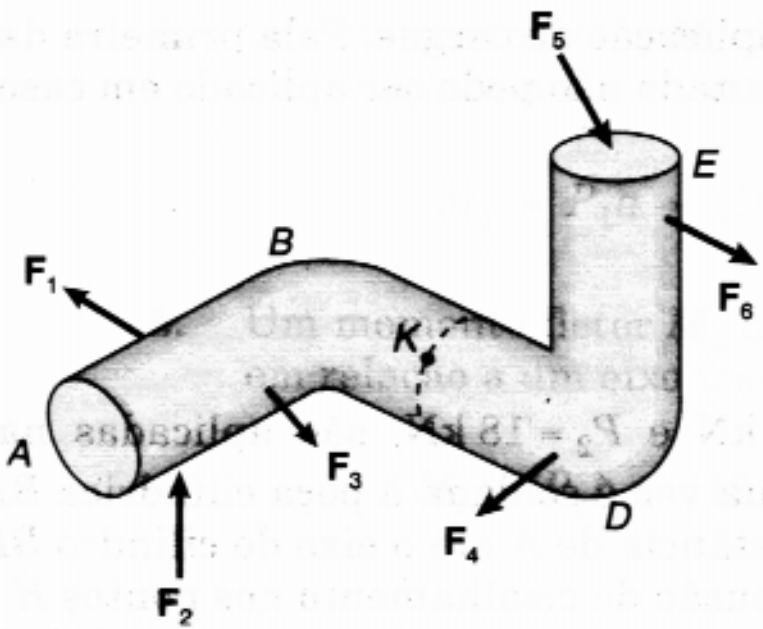



Fig. 5.43

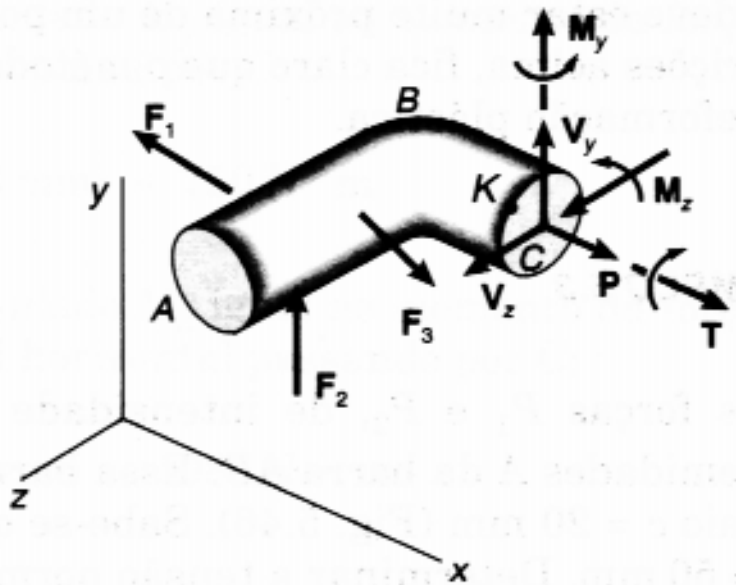



Fig. 5.44

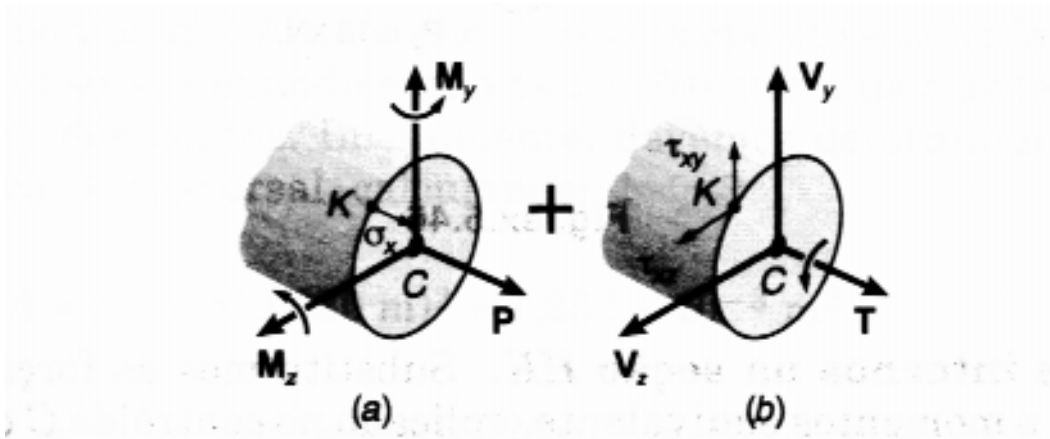



Fig. 5.45