

Cap. III – Corpos Rígidos: Sistemas de Forças Equivalentes

Conteúdo

Introdução

Forças Externas e Internas

Princípio da Transmissibilidade: Forças Equivalentes

Produtos Vetorial de Dois Vetores

Momento de uma Força em relação a um ponto

Componentes Retangulares do Momento de uma Força

Problema Exemplo3.1

Produto Escalar de Dois Vetores

Produto Escalar de Dois Vetores: Aplicações

Produto Misto Triplo de Três Vetores

Momento de uma Força em relação a um dado Eixo

Problema Exemplo 3.5

Momento de um Binário

Adição de Binários

Vetor Momento de um Binário

Redução de um Sistema de Forças em *uma Força num ponto e um Binário*

Problema Exemplo 3.6

Sistema de Forças: Redução em uma Força e um Binário

Introdução

- O tratamento de um corpo como uma partícula não é sempre possível. Geralmente, o tamanho do corpo e os pontos específicos de aplicação das forças devem ser considerados.

- A maioria dos corpos em mecânica elementar são supostos como rígidos, isto é, as deformações reais são pequenas e não afetam as condições de equilíbrio ou movimento do corpo.

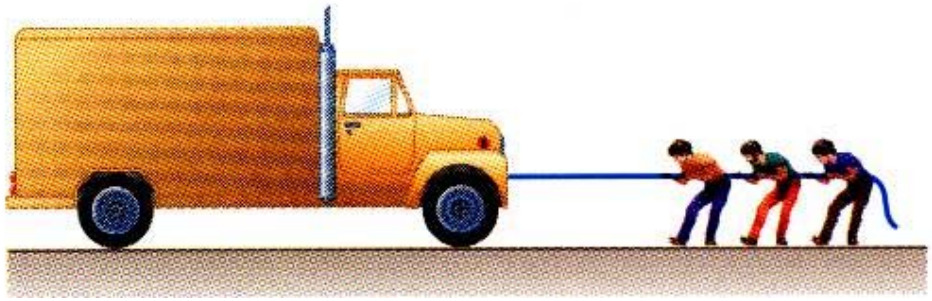
- Este capítulo trata do efeito das forças exercidas num corpo rígido e de como substituir um dado sistema de forças por um sistema equivalente mais simples.

- Principais tópicos:
  - *momento de uma força em relação a um ponto*
  - *momento de uma força em relação a um eixo*
  - *momento devido a um binário*

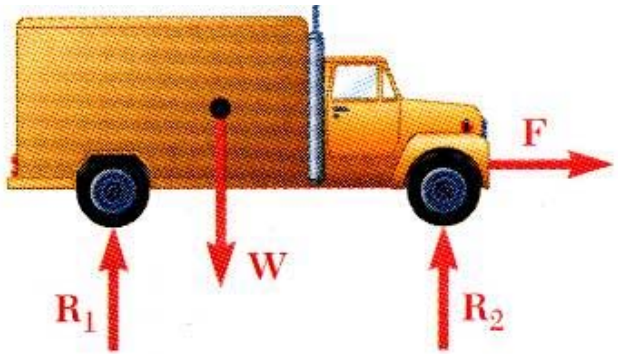
- Qualquer sistema de forças agindo sobre um corpo rígido pode ser substituído por um sistema equivalente consistindo de uma força agindo num dado ponto e um binário.

Forças Externas e Internas

- As forças que agem em corpos rígidos são divididas em dois grupos:
  - Forças externas
  - Forças internas



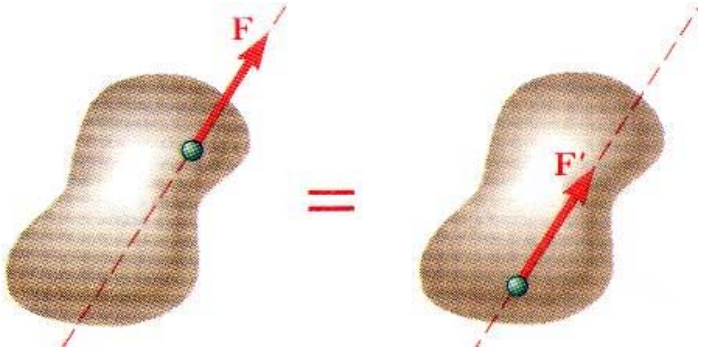
- Forças externas são mostradas em um diagrama de corpo livre.



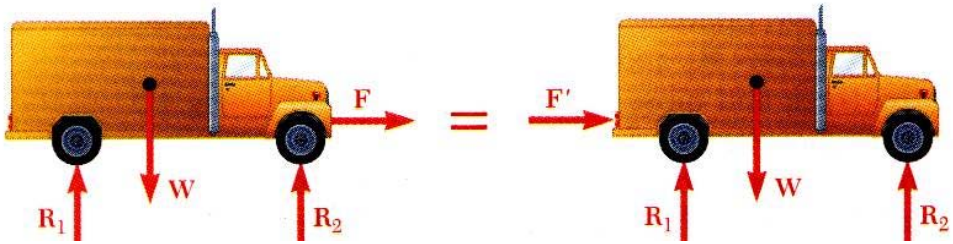
- Se não houver oposição, cada força externa pode transmitir um movimento de translação ou de rotação, ou ambos.

Princípio da Transmissibilidade: Forças Equivalentes

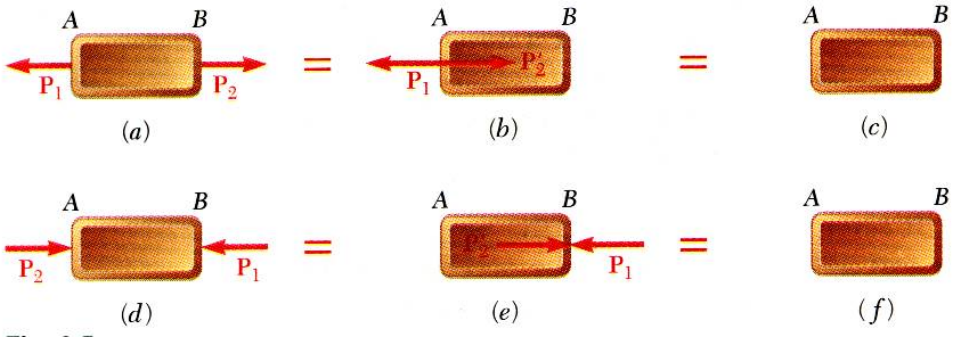
- *Princípio da Transmissibilidade:*
  As condições de equilíbrio ou movimento não são afetadas ao se *transmitir* uma força ao longo de sua linha de ação.
  NOTA: **F** e **F'** são forças equivalentes.



- Mover o ponto de aplicação da força **F** para a traseira não afeta o movimento ou as outras forças que agem no caminhão.

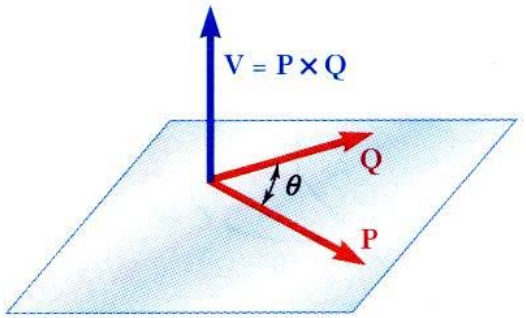


- O Princípio da Transmissibilidade pode nem sempre se aplicar na determinação de forças internas e deformações.



Produto Vetorial de Dois Vetores

- O conceito de momento de uma força em relação a um ponto é mais facilmente compreendido através do conceito do *produto vetorial* ou *produto cruzado*.



(a)

- O produto vetorial de dois vetores ***P*** e ***Q*** é definido como o vetor ***V*** que satisfaz às seguintes condições:
  1. A linha de ação de ***V*** é perpendicular ao plano contendo ***P*** e ***Q***
  2. A magnitude de ***V*** é dada por V = PQsenθ
  3. O sentido de ***V*** é obtido da regra da mão direita.



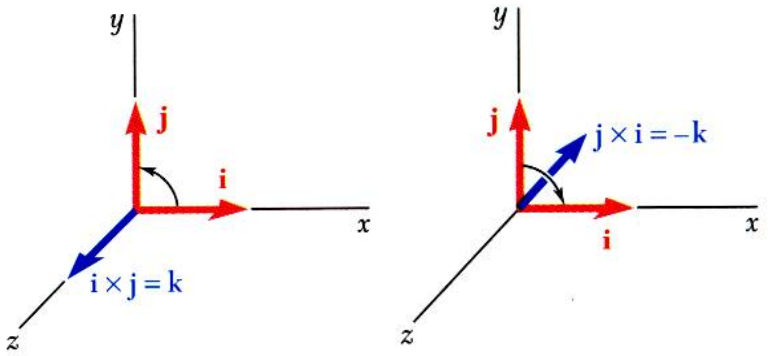
(b)

- Produtos vetoriais:
  - não são comutativos: $\mathbf{Q} \times \mathbf{P} = -(\mathbf{P} \times \mathbf{Q})$
  - são distributivos: $\mathbf{P} \times (\mathbf{Q}_1 + \mathbf{Q}_2) = (\mathbf{P} \times \mathbf{Q}_1 + \mathbf{P} \times \mathbf{Q}_2)$
  - não são associativos: $(\mathbf{P} \times \mathbf{Q}) \times \mathbf{S} \neq \mathbf{P} \times (\mathbf{Q} \times \mathbf{S})$

Produtos Vetoriais: Componentes Retangulares

- Produtos vetoriais de vetores unitários Cartesianos,

$$\begin{array}{lll} \mathbf{i}\times\mathbf{i}=0 & \mathbf{j}\times\mathbf{i}=-\mathbf{k} & \mathbf{k}\times\mathbf{i}=\mathbf{j} \\ \mathbf{i}\times\mathbf{j}=\mathbf{k} & \mathbf{j}\times\mathbf{j}=0 & \mathbf{k}\times\mathbf{j}=-\mathbf{i} \\ \mathbf{i}\times\mathbf{k}=-\mathbf{j} & \mathbf{j}\times\mathbf{k}=\mathbf{i} & \mathbf{k}\times\mathbf{k}=0 \end{array}$$

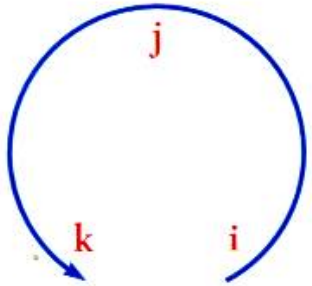


- Produtos vetoriais em termos de coordenadas retangulares

$$\mathbf{V}=\left(P_x\mathbf{i}+P_y\mathbf{j}+P_z\mathbf{k}\right)\times\left(Q_x\mathbf{i}+Q_y\mathbf{j}+Q_z\mathbf{k}\right)$$

$$=\left(P_yQ_z-P_zQ_y\right)\mathbf{i}+\left(P_zQ_x-P_xQ_z\right)\mathbf{j}+\left(P_xQ_y-P_yQ_x\right)\mathbf{k}$$

$$=\begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ P_x & P_y & P_z \\ Q_x & Q_y & Q_z \end{vmatrix}$$



Momento de uma força em relação a um ponto

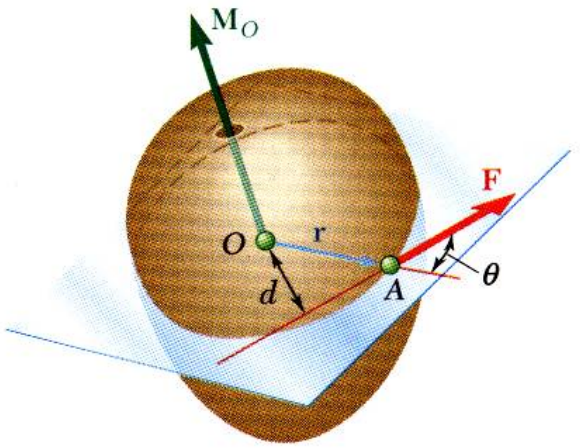
- Um vetor força é definido por sua magnitude e direção. Seu efeito no corpo rígido também depende do seu ponto da aplicação.
- O *momento* de ***F*** com relação a *O* é definido como:

$$\mathbf{M_o} = \mathbf{r} \times \mathbf{F}$$

- O vetor momento $\boldsymbol{M_o}$ é perpendicular ao plano que contém *O* e a força ***F***.
- A magnitude de $\boldsymbol{M_o}$ mede a tendência da força de causar rotação do corpo sobre um eixo ao longo de $\boldsymbol{M_o}$, sendo dada por:

$$M_0 = rF\text{sen}\theta = Fd$$

- O sentido do momento pode ser determinado pela regra da mão direita.
- Qualquer força ***F'*** que tiver a mesma magnitude e direção que ***F*** é *equivalente,* se também tiver a mesma linha de ação e, conseqüentemente, produzir o mesmo momento.



(a)

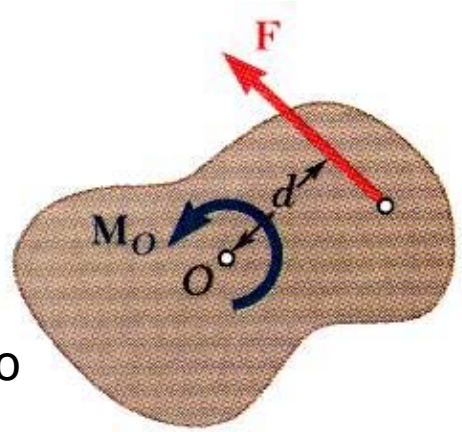


(b)

Momento de uma força em relação a um ponto

- São consideradas *Estruturas bidimensionais* aquelas em que a profundidade é insignificante em comparação ao comprimento e à largura, e estão sujeitas a forças contidas no seu plano.

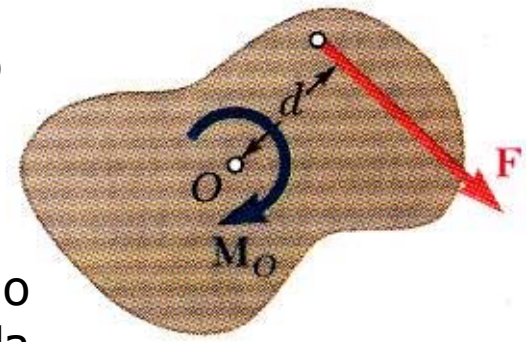
- O plano da estrutura contém o ponto *O* e a força ***F***. $\boldsymbol{M_O}$, o momento da força em *O,* é perpendicular ao plano.



$(a)\ \mathbf{M}_O = +Fd$

- Se a força tender a girar a estrutura no sentido anti-horário, o sentido do vetor momento está para fora do plano da estrutura e a magnitude do momento é positiva.

- Se a força tender a girar a estrutura no sentido horário, o sentido do vetor de momento é para dentro do plano da estrutura e a magnitude do momento é negativa.



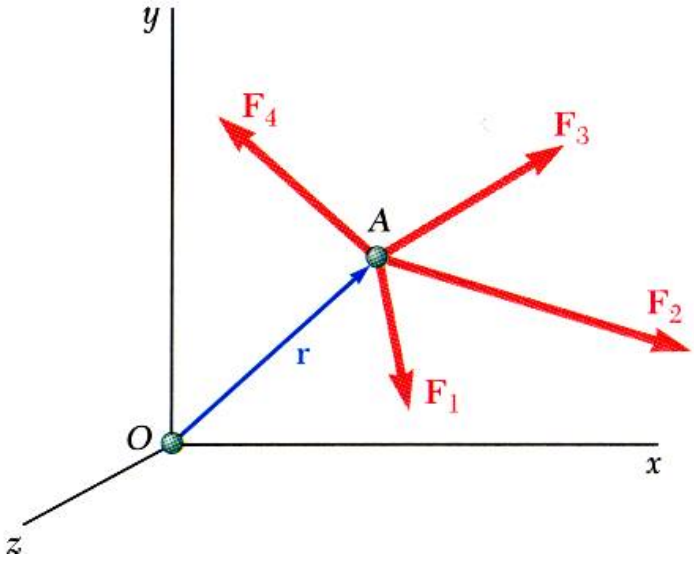
$(b)\ \mathbf{M}_O = -Fd$

Componentes Retangulares do Momento de uma Força

- O momento sobre um dado ponto *O,* da resultante de diversas forças simultâneas, é igual à soma dos momentos de vários forças sobre o mesmo ponto *O*.

$$\mathbf{r} \times (\mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 + \ldots) = \mathbf{r} \times \mathbf{F}_1 + \mathbf{r} \times \mathbf{F}_2 + \ldots$$

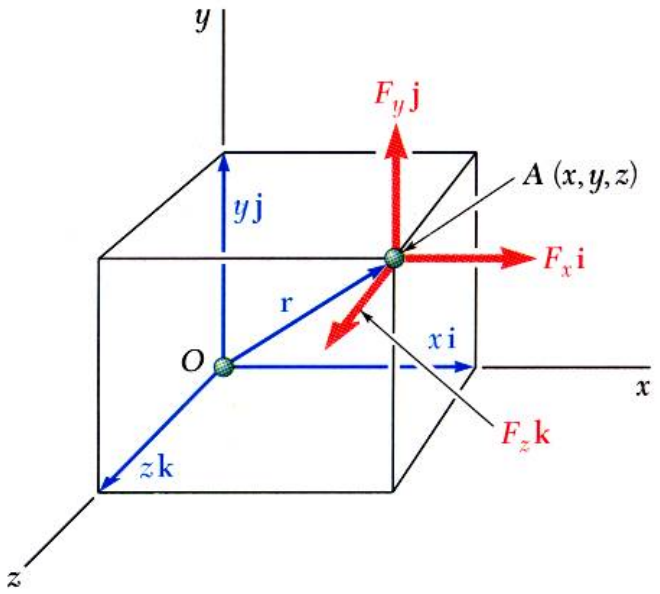
- O Teorema de Varignon torna possível substituir a determinação direta do momento de uma força ***F*** pelos momentos de dois ou mais de seus componentes.



Componentes Retangulares do Momento de uma Força

Momento de ***F*** em relação a *O*,

$$\mathbf{M_o} = \mathbf{r} \times \mathbf{F}, \quad \mathbf{r} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}$$
$$\mathbf{F} = F_x\mathbf{i} + F_y\mathbf{j} + F_z\mathbf{k}$$



$$\mathbf{M_o} = M_x\mathbf{i} + M_y\mathbf{j} + M_z\mathbf{k}$$

$$= \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ x & y & z \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix}$$

$$= \left(yF_z - zF_y\right)\mathbf{i} + \left(zF_x - xF_z\right)\mathbf{j} + \left(xF_y - yF_x\right)\mathbf{k}$$

Componentes Retangulares do Momento de uma Força

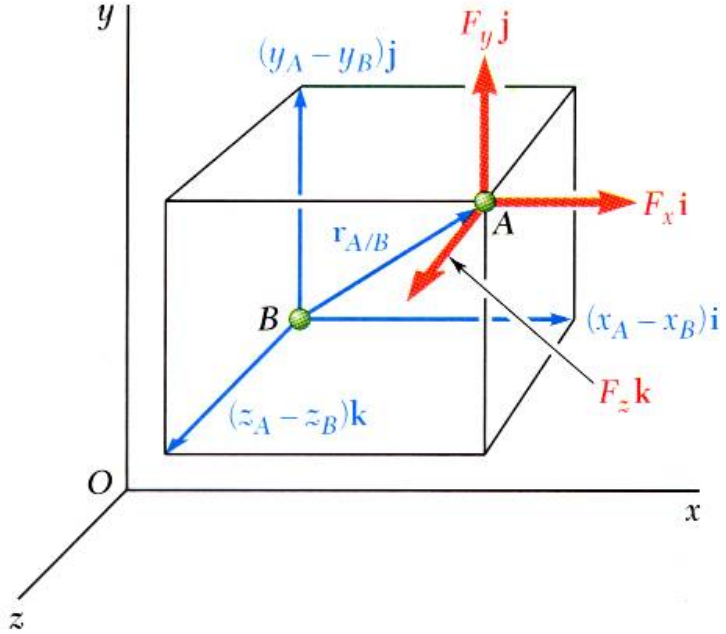
O momento de ***F*** em relação a *B* :

$$\mathbf{M_B} = \mathbf{r_{A/B}} \times \mathbf{F}$$

$$\mathbf{r_{A/B}} = \mathbf{r_A} - \mathbf{r_B}$$
$$= (x_A - x_B)\mathbf{i} + (y_A - y_B)\mathbf{j} + (z_A - z_B)\mathbf{k}$$

$$\mathbf{F} = F_x\mathbf{i} + F_y\mathbf{j} + F_z\mathbf{k}$$

$$\mathbf{M_B} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ (x_A - x_B) & (y_A - y_B) & (z_A - z_B) \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix}$$



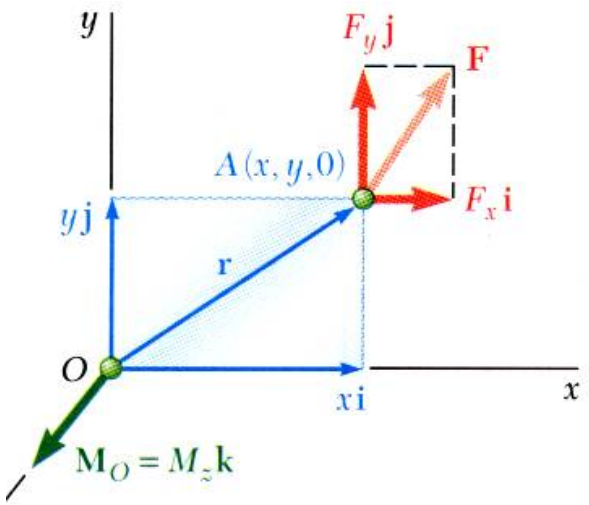
Componentes Retangulares do Momento de uma Força

Para estruturas bidimensionais,

$$\mathbf{M_o} = \left(xF_y - yF_x\right)\mathbf{k}$$

$$M_O = M_Z$$

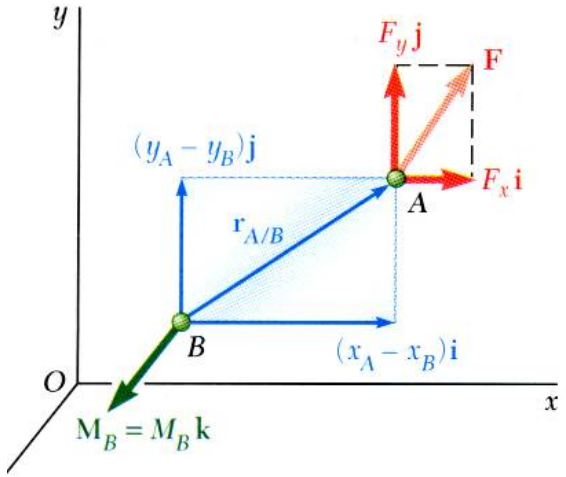
$$= xF_y - yF_x$$



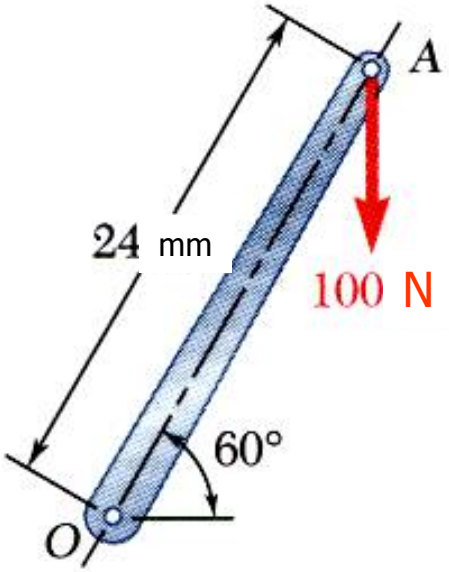
$$\mathbf{M_o} = [(x_A - x_B)F_y - (y_A - y_B)F_x]\mathbf{k}$$

$$M_O = M_Z$$

$$= (x_A - x_B)F_y - (y_A - y_B)F_x$$



Problema Exemplo 3.1



Uma força vertical de 100 N é aplicada à extremidade de uma alavanca que está unida a um eixo em *O*.

Determine:

a) o momento da força em *O,*

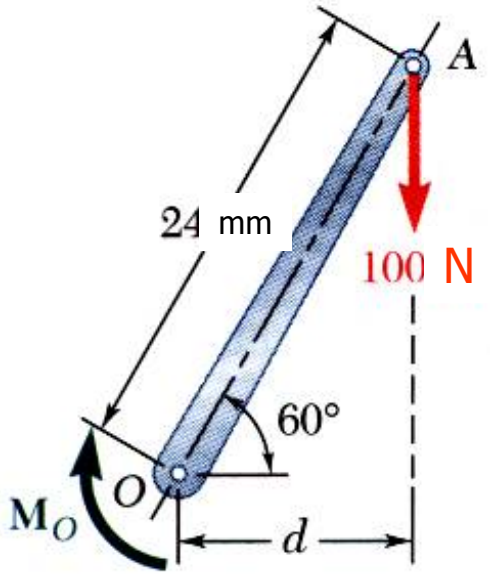
b) a força horizontal em *A* que gera o mesmo momento,

c) a menor força em *A* que produz o mesmo momento,

d) a posição para uma força vertical de 240 N que produza o mesmo momento,

e) se alguma das forças b, c, ou d é equivalente à força original.

Problema Exemplo 3.1



a) O momento em *O* é igual ao produto da força e da distância perpendicular entre a linha de ação da força e *O*. Como a força tende a girar a alavanca no sentido horário, o vetor momento está para dentro do plano do papel.

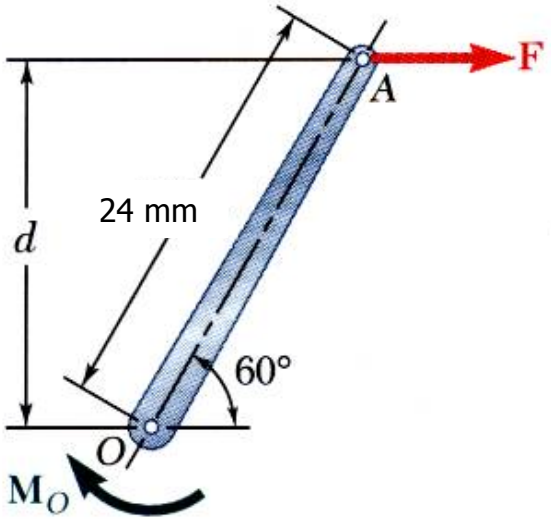
$$M_O = Fd$$

$$d = (24\,\text{mm})\cos 60° = 12\ \text{mm}$$

$$M_O = (100\ \text{N})(12\ \text{mm})$$

$$M_O = 1200\ \text{N.mm}$$

Problema Exemplo 3.1



b) Força horizontal em *A* que produz o mesmo momento,

$$d = (24\ \text{mm})\,\text{sen}\,60° = 20.8\ \text{mm}$$

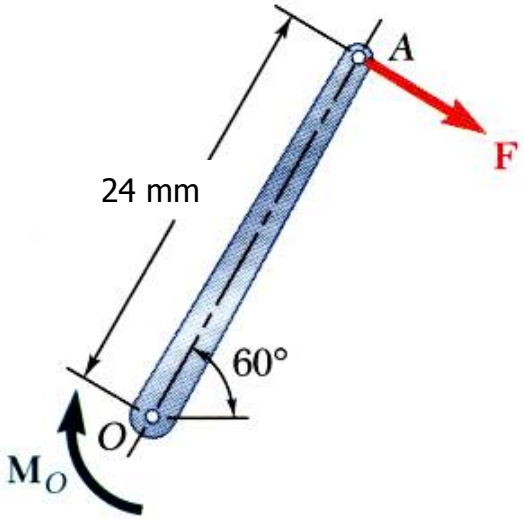
$$M_O = Fd$$

$$1200\ \text{N.mm} = F(20.8\ \text{mm})$$

$$F = \frac{1200\ \text{N.mm}}{20.8\ \text{mm}}$$

$$F = 57.7\ \text{N}$$

Problema Exemplo 3.1



c) A menor força *A* para produzir o mesmo momento ocorre quando a distância perpendicular é máxima ou quando *F* é perpendicular à *OA*.

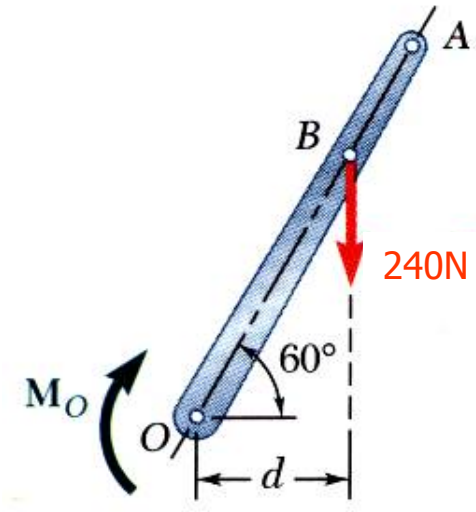
$$M_O = Fd$$

$$1200\ \text{N} \cdot \text{mm} = F(24\ \text{mm})$$

$$F = \frac{1200\ \text{N}}{24\ \text{mm}}$$

$$F = 50\ \text{N}$$

Problema Exemplo 3.1



d) Para se determinar o ponto de aplicação de uma força de 240 N que produza o mesmo momento,

$$M_O = Fd$$

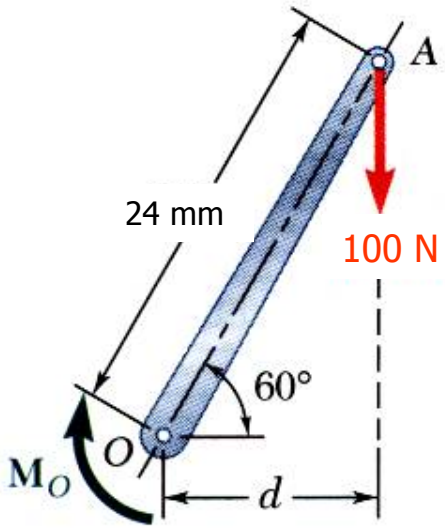
$$1200\ \text{N.mm} = (240\ \text{N})\,d$$

$$d = \frac{1200\ \text{N.mm}}{240\ \text{N}} = 5\ \text{mm}$$

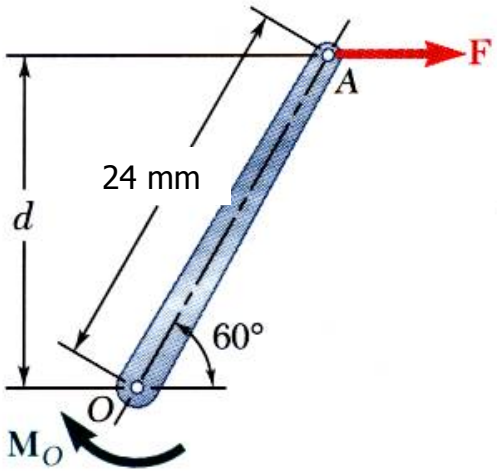
$$OB\cos 60° = 5\ \text{mm}$$

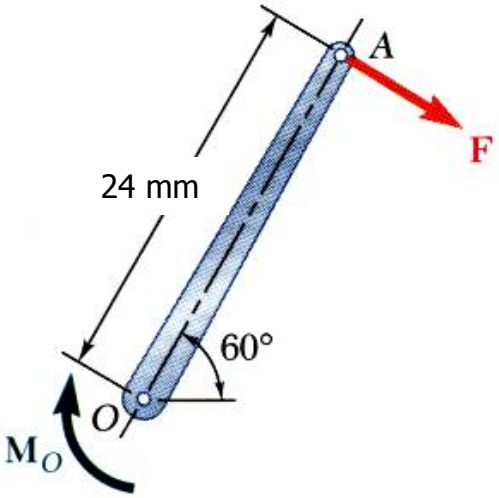
$$OB = 10\ \text{mm}$$

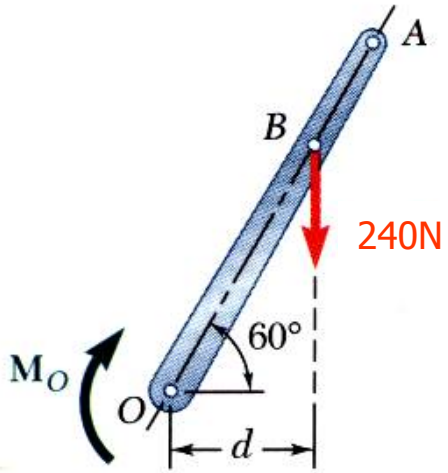
Problema Exemplo 3.1



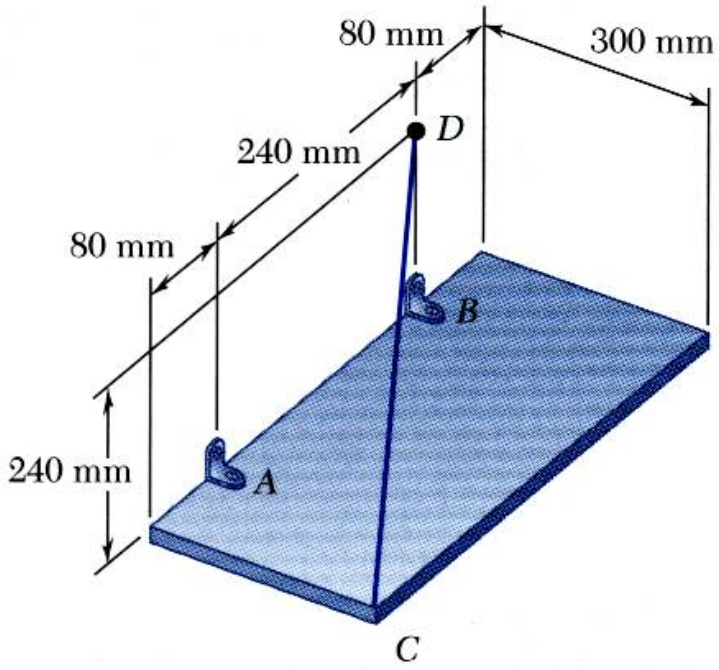
e) Embora cada uma das forças nas partes b), c), e d) produza o mesmo momento que a força de 100 N, nenhuma tem a mesma magnitude e sentido, ou está na mesma linha de ação. Portanto, nenhuma das forças é equivalente à força de 100 N.







Problema Exemplo 3.4



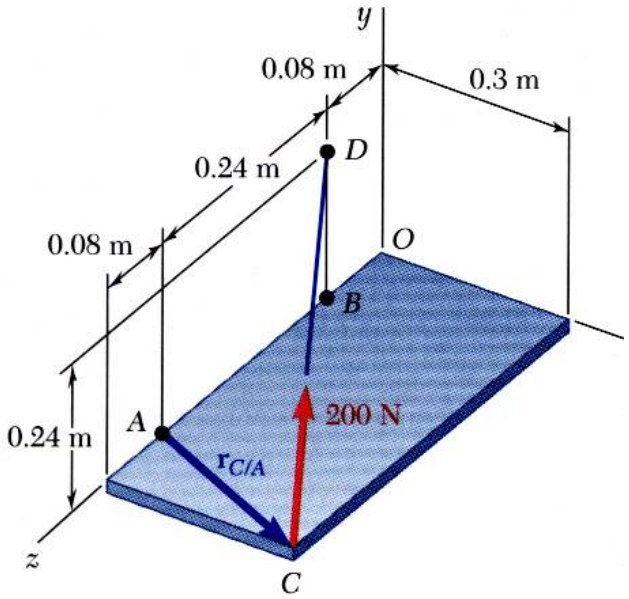
A placa retangular é suportada pelos suportes em *A* e *B* , e por um fio *CD*. Sabendo que a tensão no fio é 200 N, determine o momento em *A* da força exercida pelo fio em *C*.

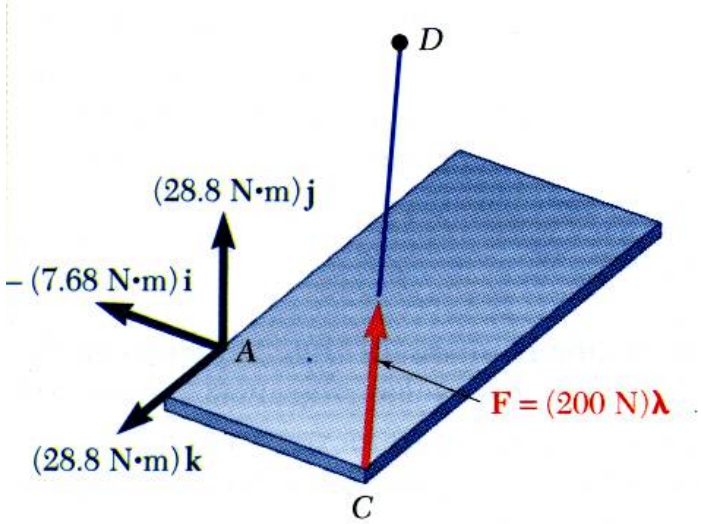
SOLUÇÃO:

O momento M_A da força *F* exercida pelo fio é obtido avaliando o produto vetorial,

$$\mathbf{M_A} = \mathbf{r_{C/A}} \times \mathbf{F}$$

Problema Exemplo 3.4





SOLUÇÃO:

$$\mathbf{M_A} = \mathbf{r_{C/A}} \times \mathbf{F}$$

$$\mathbf{r}_{C/A} = \mathbf{r}_C - \mathbf{r}_A = (0.3\ \mathbf{m})\mathbf{i} + (0.08\ \mathbf{m})\mathbf{k}$$

$$\mathbf{F} = F\boldsymbol{\lambda} = (200\ \text{N})\frac{\mathbf{r}_{C/D}}{r_{C/D}}$$

$$= (200\ \text{N})\frac{-(0.3\ \text{m})\mathbf{i} + (0.24\ \text{m})\mathbf{j} - (0.32\ \text{m})\mathbf{k}}{0.5\ \text{m}}$$

$$= -(120\ \text{N})\mathbf{i} + (96\ \text{N})\mathbf{j} - (128\ \text{N})\mathbf{k}$$

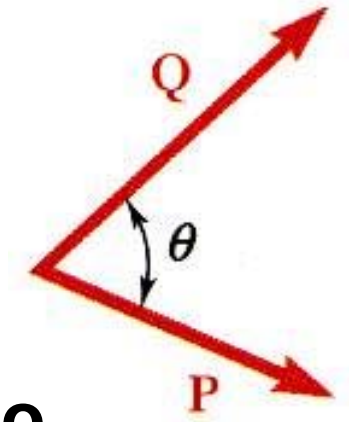
$$\mathbf{M_A} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ 0.3 & 0 & 0.08 \\ -120 & 96 & -128 \end{vmatrix}$$

$$\mathbf{M_A} = -(7.68\ \text{N.m})\mathbf{i} + (28.8\ \text{N.m})\mathbf{j} + (28.8\ \text{N.m})\mathbf{k}$$

Produto Escalar de Dois Vetores

- O *produto escalar* ou *produto ponto* entre dois vetores ***P*** e ***Q*** é definido como

$$\mathbf{P}.\mathbf{Q} = PQ\cos\theta \quad (\text{resultado escalar})$$



- Produtos escalares:
  - são comutativos,
  - são distributivos,
  - não são associativos,

$$\mathbf{P}.\mathbf{Q} = \mathbf{Q}.\mathbf{P}$$

$$\mathbf{P}.(\mathbf{Q_1} + \mathbf{Q_2}) = \mathbf{P}.\mathbf{Q_1} + \mathbf{P}.\mathbf{Q_2}$$

$$(\mathbf{P}.\mathbf{Q}).\mathbf{S} = \text{ indefinido}$$

- Em componentes Cartesianas:

$$\mathbf{P}.\mathbf{Q} = (P_x\mathbf{i} + P_y\mathbf{j} + P_z\mathbf{k}).(Q_x\mathbf{i} + Q_y\mathbf{j} + Q_z\mathbf{k})$$

$$\mathbf{i}.\mathbf{i} = 1 \quad \mathbf{j}.\mathbf{j} = 1 \quad \mathbf{k}.\mathbf{k} = 1 \quad \mathbf{i}.\mathbf{j} = 0 \quad \mathbf{j}.\mathbf{k} = 0 \quad \mathbf{k}.\mathbf{i} = 0$$

$$\mathbf{P}.\mathbf{Q} = P_xQ_x + P_yQ_y + P_zQ_z$$

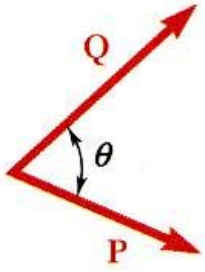
$$\mathbf{P}.\mathbf{P} = P_x^2 + P_y^2 + P_z^2 = P^2$$

Produto Escalar de Dois Vetores: Aplicações

- Ângulo entre dois vetores:

$$\mathbf{P}.\mathbf{Q} = PQ\cos\theta = P_xQ_x + P_yQ_y + P_zQ_z$$

$$\cos\theta = \frac{P_xQ_x + P_yQ_y + P_zQ_z}{PQ}$$

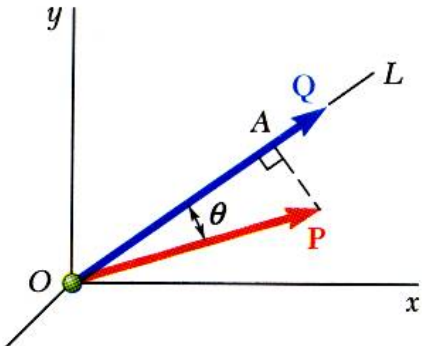


- Projeção de um vetor num dado eixo:

$P_{OL} = P\cos\theta =$ projeção de P ao longo de OL

$$\mathbf{P}.\mathbf{Q} = PQ\cos\theta$$

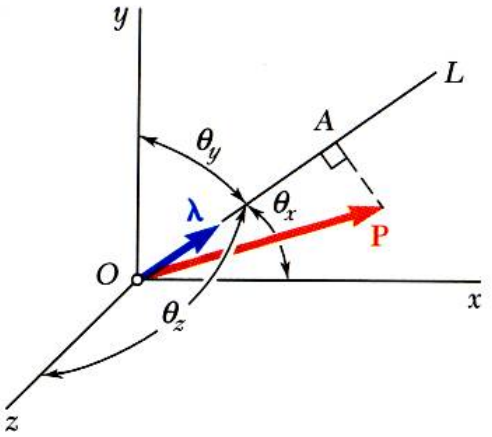
$$\frac{\mathbf{P}.\mathbf{Q}}{Q} = P\cos\theta = P_{OL}$$



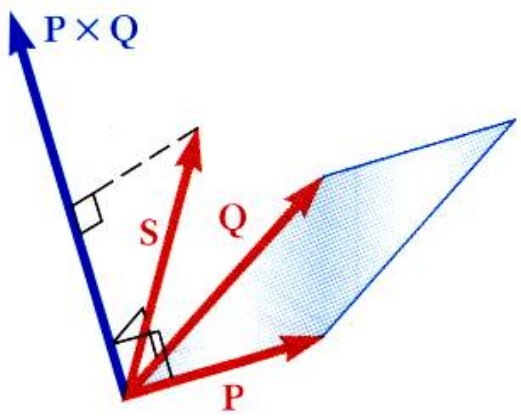
- Para um eixo definido por um vetor unitário:

$$P_{OL} = \mathbf{P}.\boldsymbol{\lambda}$$

$$= P_x\cos\theta_x + P_y\cos\theta_y + P_z\cos\theta_z$$



Produto Misto de Três Vetores



- Produto Misto de Três Vetores,

$$\mathbf{S}.(\mathbf{P}\times\mathbf{Q}) = \text{resultado escalar}$$

- Os seis produtos mistos formados por ***S***, ***P***, e ***Q*** têm magnitudes iguais, mas não o mesmo sinal,

$$\mathbf{S}.(\mathbf{P}\times\mathbf{Q}) = \mathbf{P}.(\mathbf{Q}\times\mathbf{S}) = \mathbf{Q}.(\mathbf{S}\times\mathbf{P})$$
$$= -\mathbf{S}.(\mathbf{Q}\times\mathbf{P}) = -\mathbf{P}.(\mathbf{S}\times\mathbf{Q}) = -\mathbf{Q}.(\mathbf{P}\times\mathbf{S})$$

- Avaliando o produto misto:

$$\mathbf{S}.(\mathbf{P}\times\mathbf{Q}) = S_x\left(P_yQ_z - P_zQ_y\right) + S_y\left(P_zQ_x - P_xQ_z\right) + S_z\left(P_xQ_y - P_yQ_x\right)$$

$$= \begin{vmatrix} S_x & S_y & S_z \\ P_x & P_y & P_z \\ Q_x & Q_y & Q_z \end{vmatrix}$$

Momento de uma Força em relação a um dado eixo

- Momento $\boldsymbol{M_O}$ de uma força $\boldsymbol{F}$ aplicada no ponto $\boldsymbol{A}$ com relação a um ponto $\boldsymbol{O}$:

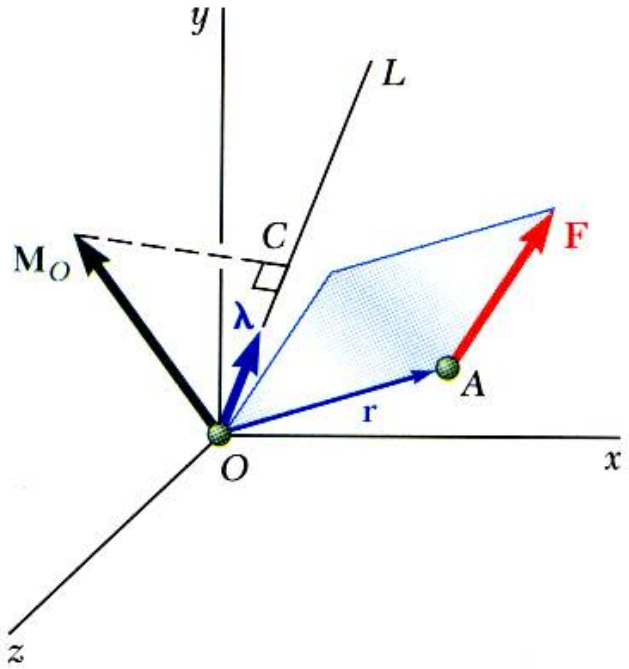
$$\mathbf{M_o = r \times F}$$

- O momento escalar M_{OL} sobre um eixo OL é a projeção do vetor momento $\boldsymbol{M_O}$ no eixo:

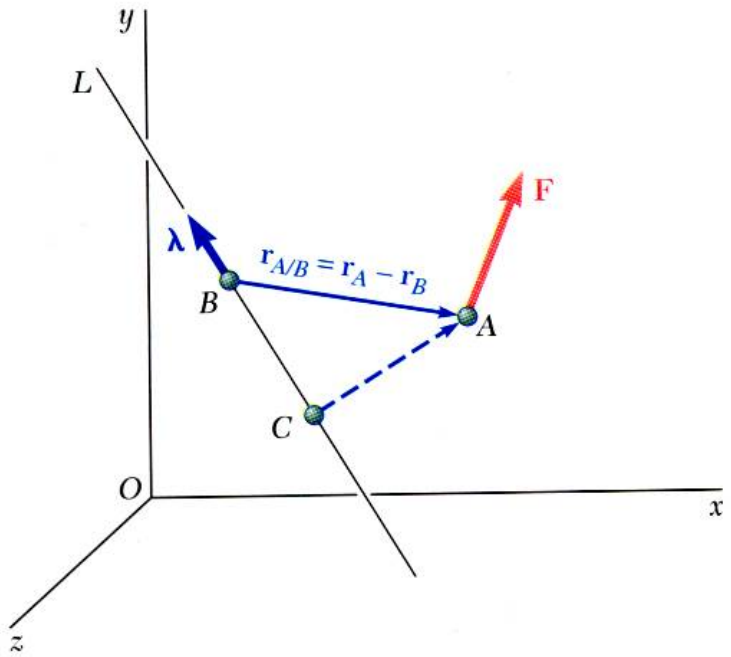
$$M_{OL} = \boldsymbol{\lambda} \cdot \mathbf{M_o} = \boldsymbol{\lambda} \cdot (\mathbf{r} \times \mathbf{F})$$

- Momentos de $\boldsymbol{F}$ em relação às coordenadas do eixo:

$$M_x = yF_z - zF_y$$
$$M_y = zF_x - xF_z$$
$$M_z = xF_y - yF_x$$



Momento de uma Força em relação a um dado Eixo



- Momento de uma força com relação a um eixo arbitrário,

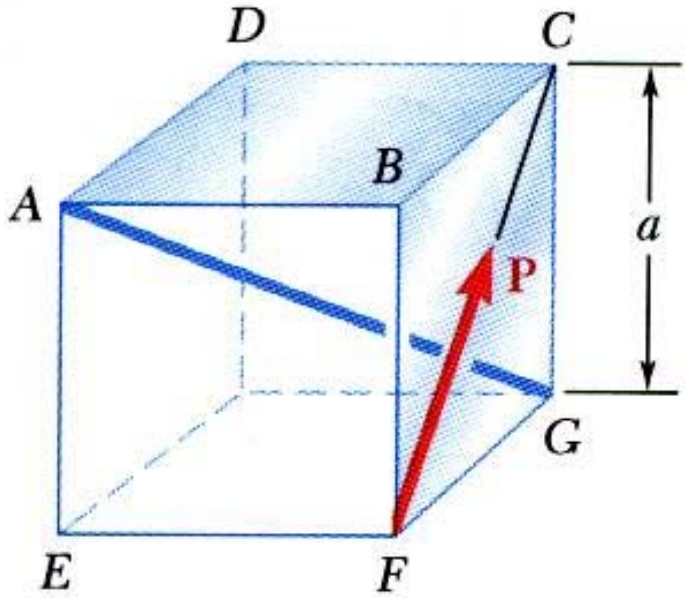
$$M_{BL} = \boldsymbol{\lambda} \cdot \mathbf{M}_B$$

$$= \boldsymbol{\lambda} \cdot (\mathbf{r}_{A/B} \times \mathbf{F})$$

$$\mathbf{r}_{A/B} = \mathbf{r}_A - \mathbf{r}_B$$

- O resultado é independente do ponto *B* ao longo do eixo dado.

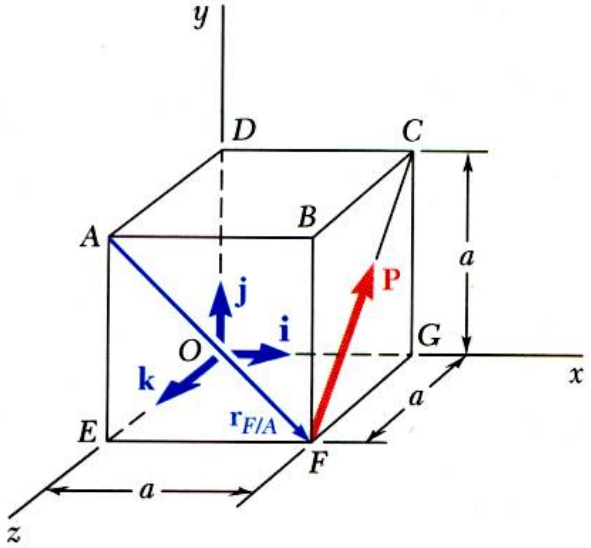
Problema Exemplo 3.5

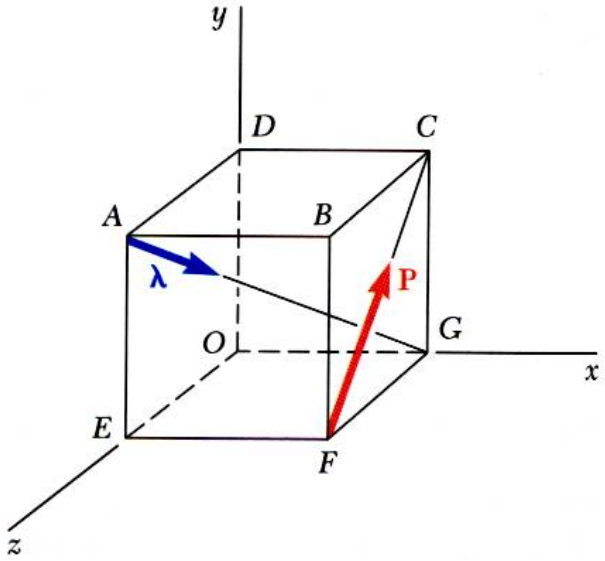


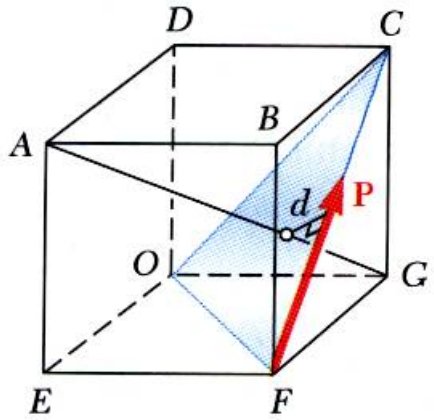
Um cubo é carregado por uma força ***P*** como mostrado. Determine o momento de ***P*** :

a) com relação a *A*
b) com relação à aresta *AB* e
c) com relação à diagonal *AG* do cubo.
d) Determine a distância perpendicular entre *AG* e *FC*.

Problema Exemplo 3.5

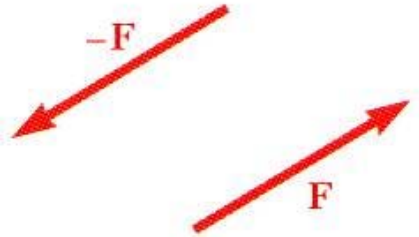






Momento de um Binário

- Duas forças ***F*** e -***F*** com a mesma magnitude, linhas de ação paralelas, e sentidos opostos formam um sistema de forças chamado *binário*.



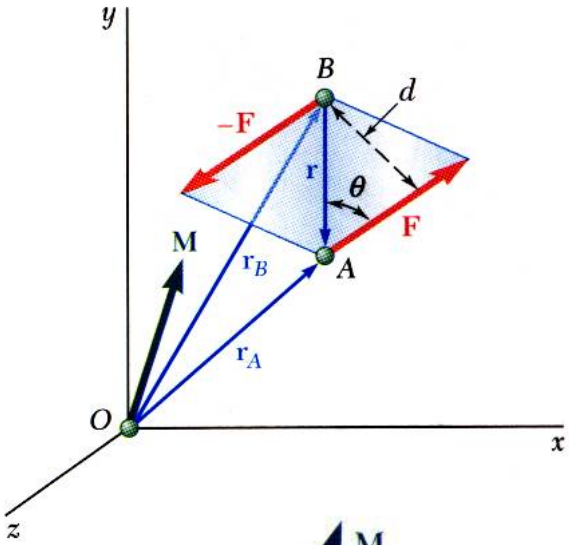
- Momento de um binário,

$$\mathbf{M} = \mathbf{r}_A \times \mathbf{F} + \mathbf{r}_B \times (-\mathbf{F})$$

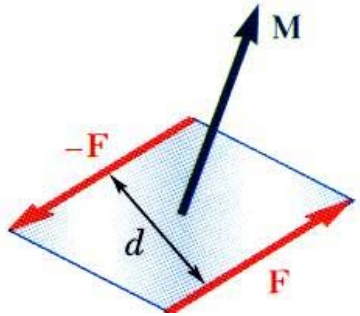
$$= (\mathbf{r}_A - \mathbf{r}_B) \times \mathbf{F}$$

$$= \mathbf{r} \times \mathbf{F}$$

$$M = rF \operatorname{sen}\theta = Fd$$



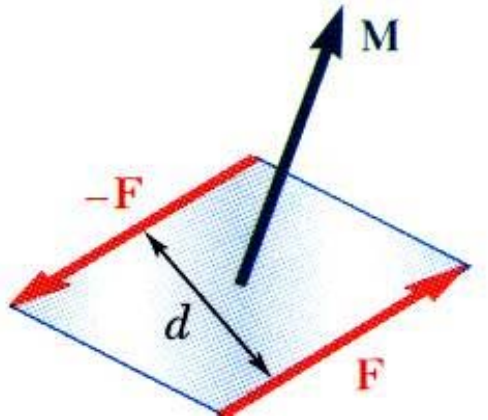
- O vetor momento do binário é independente da escolha da origem dos eixos de coordenadas, isto é, é um *vetor livre* que pode ser aplicado em qualquer ponto com o mesmo efeito.



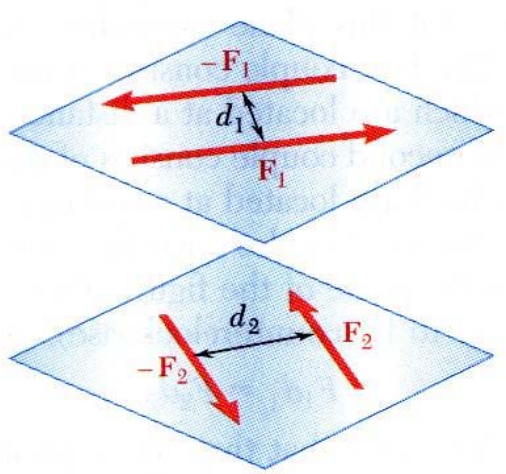
Momento de um Binário

Dois binários terão momentos iguais se

- $F_1 d_1 = F_2 d_2$
- os dois binários estiverem em planos paralelos, e
- os dois binários têm o mesmo sentido ou a tendência de causar rotação na mesma direção.



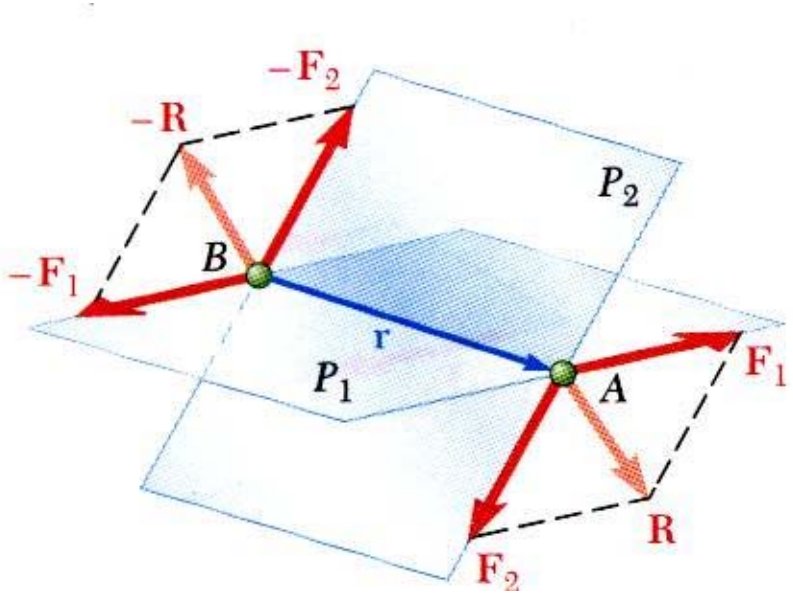




Adição de Binários

- Considere dois planos P_1 e P_2 que se cruzam, cada um contendo um binário:

$$\mathbf{M_1} = \mathbf{r} \times \mathbf{F_1} \text{ (no plano } P_1\text{)}$$
$$\mathbf{M_2} = \mathbf{r} \times \mathbf{F_2} \text{ (no plano } P_2\text{)}$$

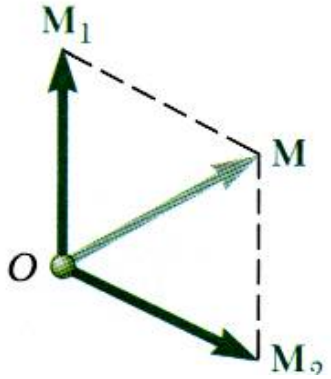


- As Resultantes dos vetores também formam um binário:

$$\mathbf{M} = \mathbf{r} \times \mathbf{R} = \mathbf{r} \times \left(\mathbf{F_1} + \mathbf{F_2}\right)$$

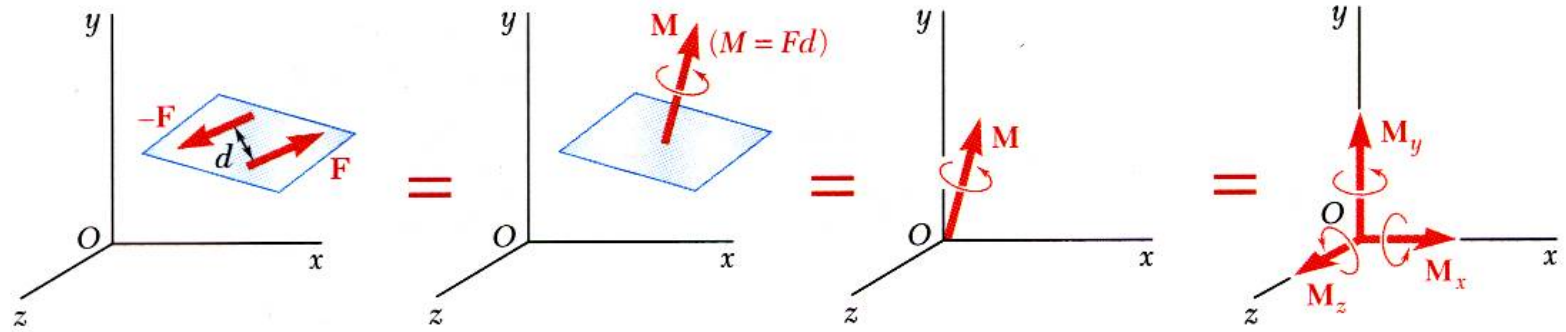
- Pelo Teorema de Varignon:

$$\mathbf{M} = \mathbf{r} \times \mathbf{F_1} + \mathbf{r} \times \mathbf{F_2}$$
$$= \mathbf{M_1} + \mathbf{M_2}$$



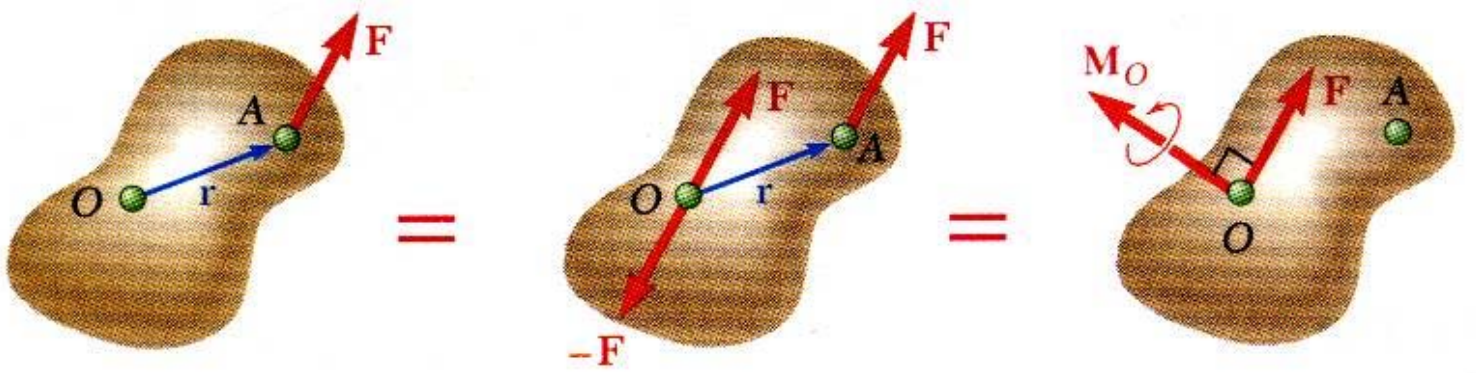
- A soma de dois binários também é um binário igual à soma vetorial dos mesmos.

Vetor Momento de um Binário



- Um binário pode ser representado por um vetor com magnitude e direção igual ao seu momento.
- *Vetores momentos de binário* obedecem a lei de adição de vetores.
- Estes são vetores livres, i.e., o ponto de aplicação não é relevante.
- Podem ser decompostos em componentes vetoriais.

Decomposição de uma Força em uma Força num ponto e um Binário

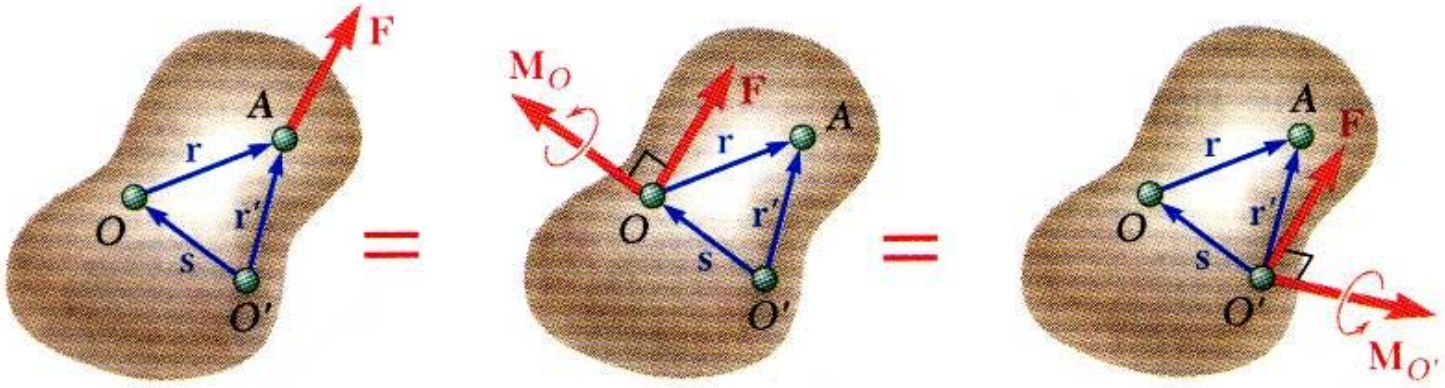


- O vetor força ***F*** não pode ser simplesmente movido para *O* sem modificar sua ação sobre o corpo.

- Ao se aplicar vetores força iguais e opostos em *O* não se altera o efeito original sobre o corpo.

- As três forças podem ser substituídas por um vetor força equivalente e um vetor binário, i.e, em um *sistema força-binário*.

Decomposição de uma Força em uma Força num ponto e um Binário



- Mover ***F*** a partir de *A* para um ponto diferente *O′* requer a adição de um vetor binário diferente $\mathbf{M}_{O'}$

$$\mathbf{M}_{O'} = \mathbf{r}' \times \mathbf{F}$$



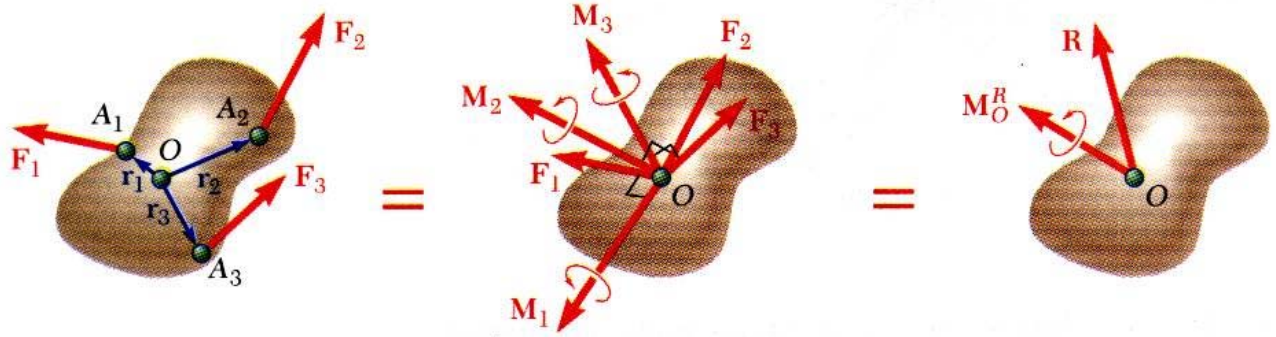
- Os momentos de ***F*** com relação a O e *O′* são relacionados:

$$\mathbf{M}_{O'} = \mathbf{r}' \times \mathbf{F} = (\mathbf{r} + \mathbf{s}) \times \mathbf{F} = \mathbf{r} \times \mathbf{F} + \mathbf{s} \times \mathbf{F}$$

$$= \mathbf{M}_O + \mathbf{s} \times \mathbf{F}$$

- Mover o sistema força-binário a partir de *O* para *O′* requer a adição do momento da força em *O* com relação a *O′*.

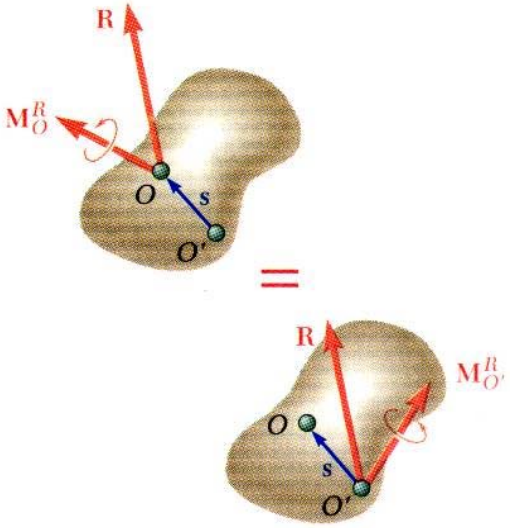
Sistema de Forças: Redução a uma Força e um Binário



- Um sistema de forças pode ser substituído por um conjunto de sistemas força-binário agindo num dado ponto *O*.

- A força e os vetores binário podem ser combinados em um vetor força resultante e um vetor binário resultante.

$$\mathbf{R} = \Sigma\mathbf{F} \quad \text{e} \quad \mathbf{M}_{OR} = \Sigma(\mathbf{r} \times \mathbf{F})$$



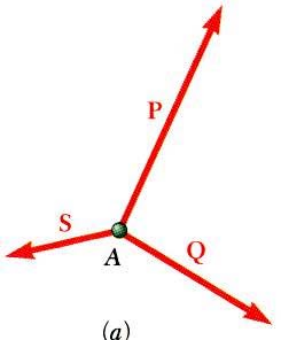
- O sistema força-binário em *O* pode ser movido para *O'* com a adição do momento de ***R*** com relação a *O'*,

$$\mathbf{M}_{O'R} = \mathbf{M}_{OR} + \mathbf{s} \times \mathbf{R}$$

- Dois sistemas de forças são equivalentes se puderem ser reduzidos ao mesmo sistema força-binário.

Redução de um Sistema de Forças

- Se a força e o binário resultantes em *O* forem mutuamente perpendiculares, eles podem ser substituídos por uma única força agindo ao longo de uma nova linha de ação.

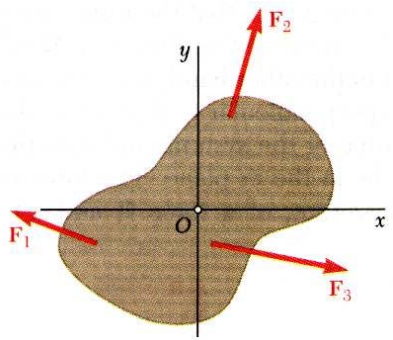


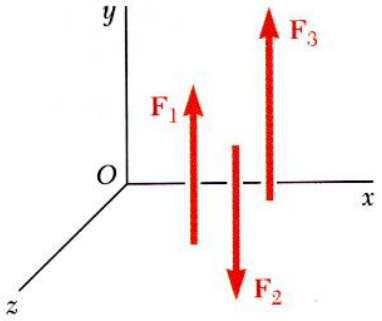
(a)

- O sistema força-binário resultante para um sistema de forças será mutuamente perpendicular se:

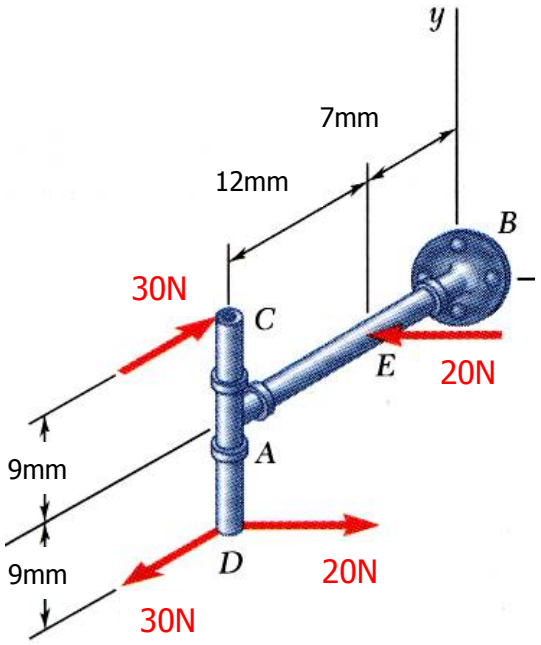
1) as forças são concorrentes
2) as forças são coplanares, ou
3) as forças são paralelas.







Problema Exemplo 3.6



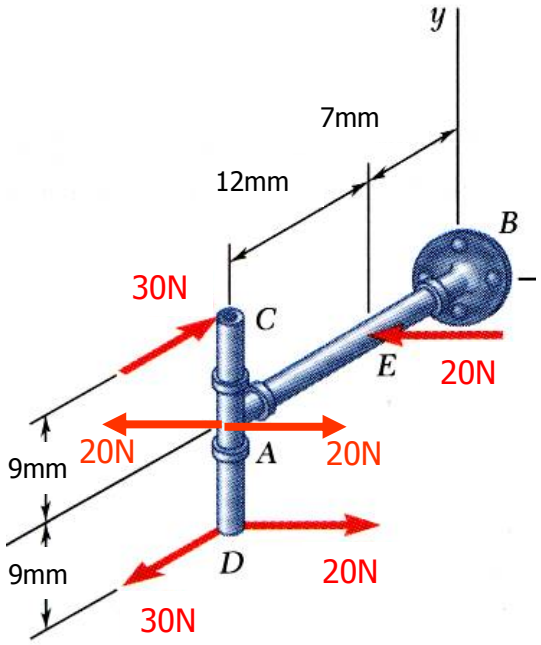
Determine as componentes do binário equivalente aos binários mostrados.

SOLUÇÃO:

- Coloque forças iguais e opostas de 20 N na direção *x* em *A*, produzindo então 3 binários para os quais as componentes do momento são computadas facilmente.

- Alternativamente, compute a soma dos momentos das quatro forças com relação a um único ponto arbitrário. O ponto *D* é uma boa escolha porque somente duas das forças produzirão contribuições não nulas para o momento.

Problema Exemplo 3.6



- Coloque na direção x em A forças de 20N iguais e opostas

- Os três binários podem ser representados por três vetores momento:

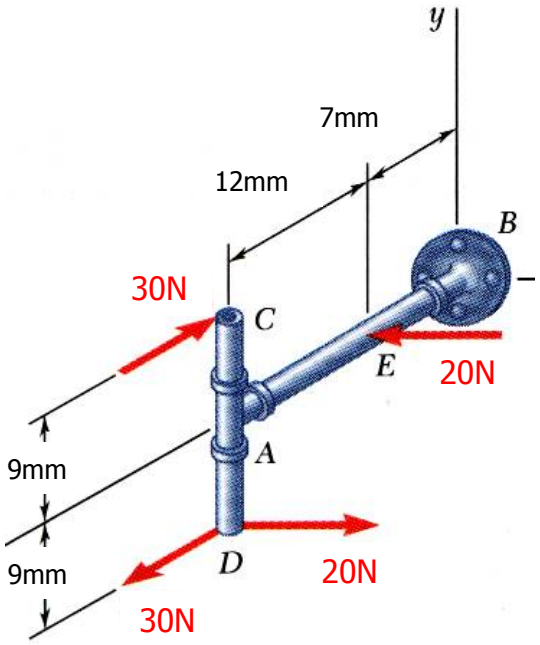
$$M_x = -(30\ \text{N})(18\ \text{mm}) = -540\ \text{N.mm}$$

$$M_y = +(20\ \text{N})(12\ \text{mm}) = +240\ \text{N.mm}$$

$$M_z = +(20\ \text{N})(9\ \text{mm}) = +180\ \text{N.mm}$$

$$\mathbf{M} = -(540\ \text{N.mm})\mathbf{i} + (240\text{N.mm})\mathbf{j} + (180\ \text{N.mm})\mathbf{k}$$

Problema Exemplo 3.6



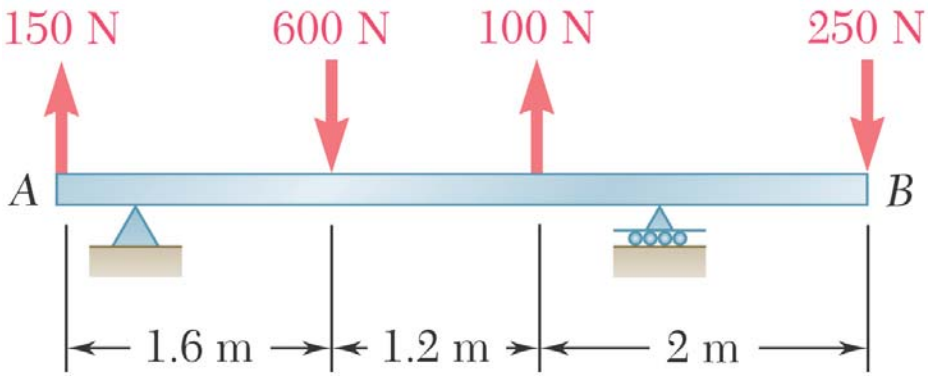
- Alternativamente, compute a soma dos momentos das quatro forças com relação a *D*.

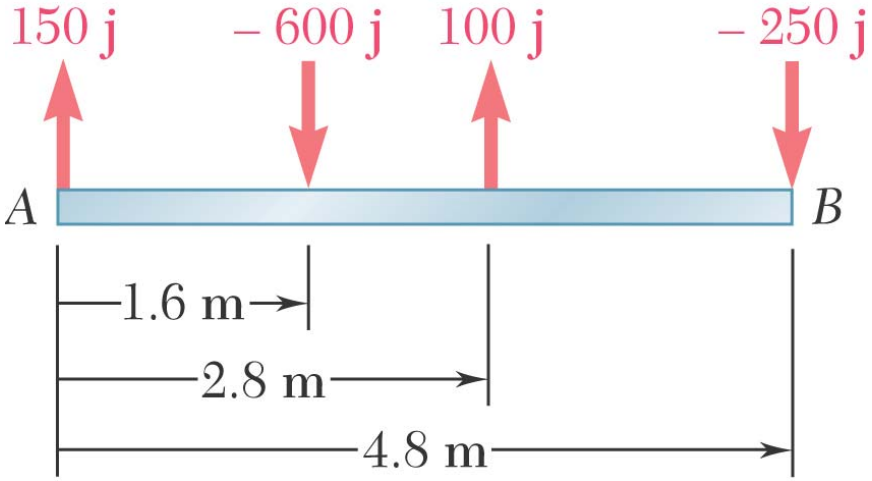
- Apenas as forças em *C* e *E* contribuem para o momento com relação a *D*.

$$\mathbf{M} = \mathbf{M_D} = (18\text{mm})\mathbf{j} \times (-30\text{N})\mathbf{k}$$
$$+ [(9\text{mm})\mathbf{j} - (12\text{mm})\mathbf{k}] \times (-20\text{N})\mathbf{i}$$

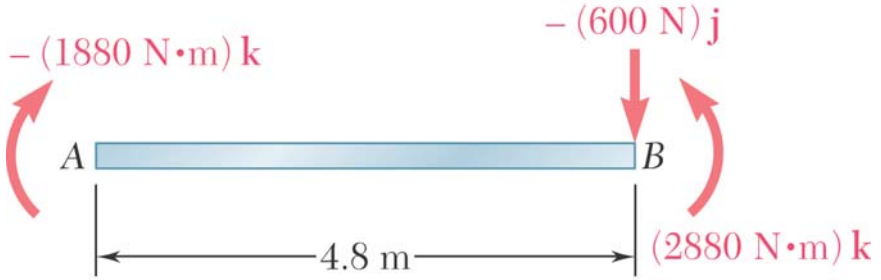
$$\mathbf{M} = -(540\ \text{N.mm})\mathbf{i} + (240\text{N.mm})\mathbf{j} + (180\ \text{N.mm})\mathbf{k}$$

Ex. 3.8: Reduzir o sistema de forças sobre a viga abaixo a (a) um sistema força-binário equivalente em A, (b) idem para o ponto B, (c) a uma força única.

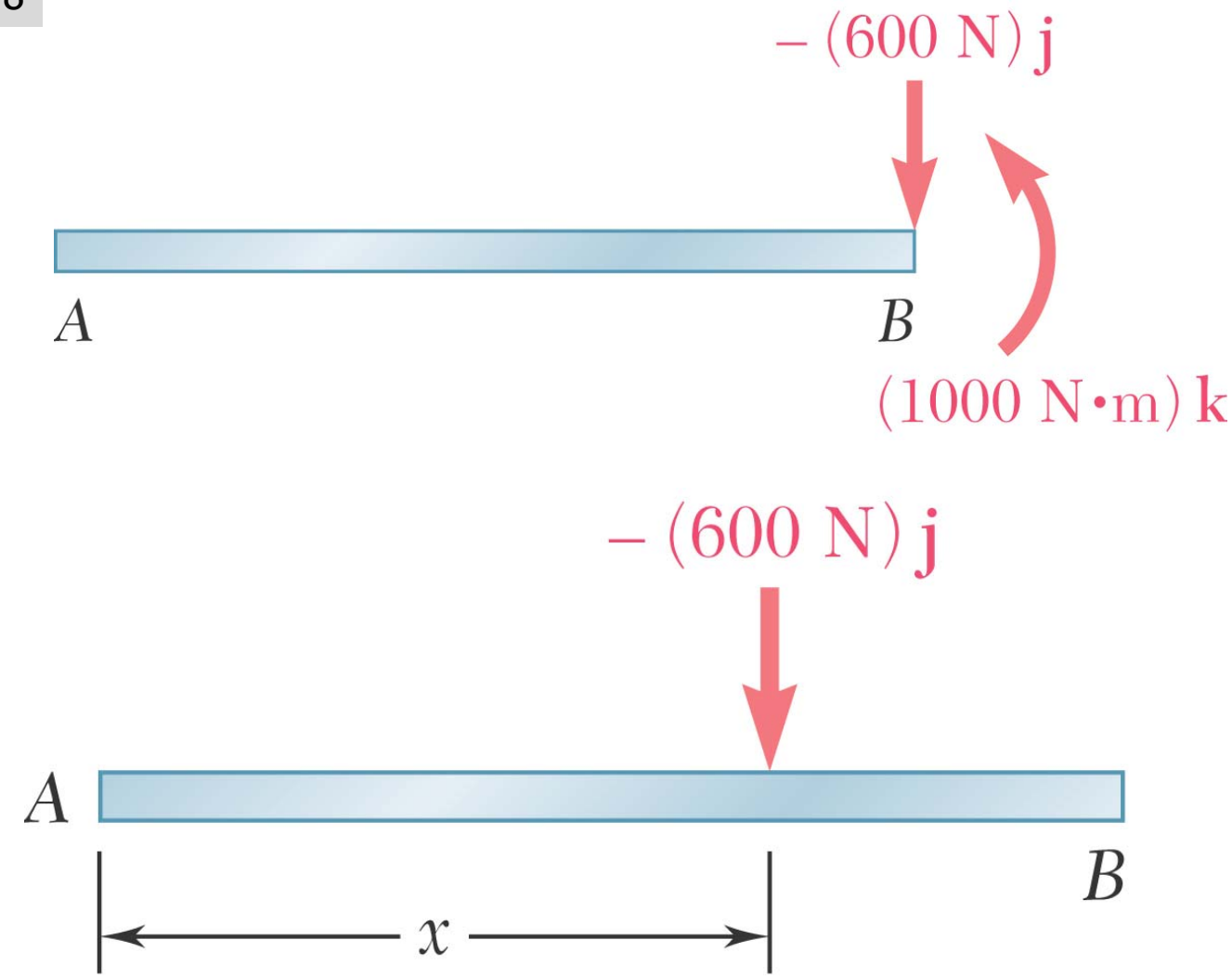








Ex. 3.8



Ex. 3.10: Três cabos estão presos ao suporte, como mostrado. Substituir as forças exercidas pelos cabos por um sistema força-binário equivalente em A.

