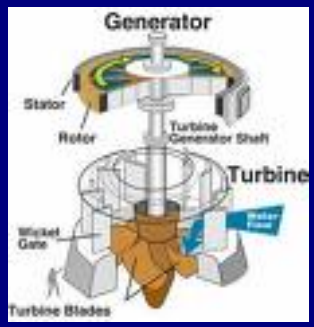
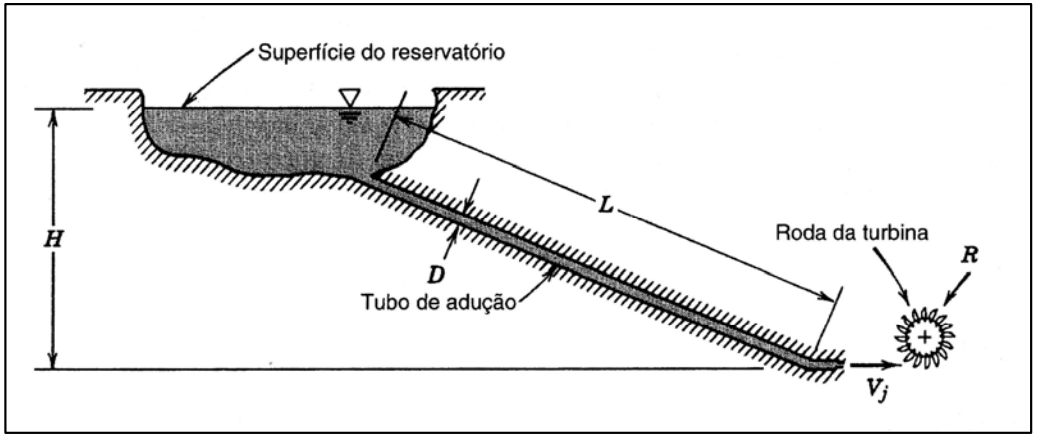



# Cap. VI – Máquinas Hidráulicas Motrizes - Turbinas

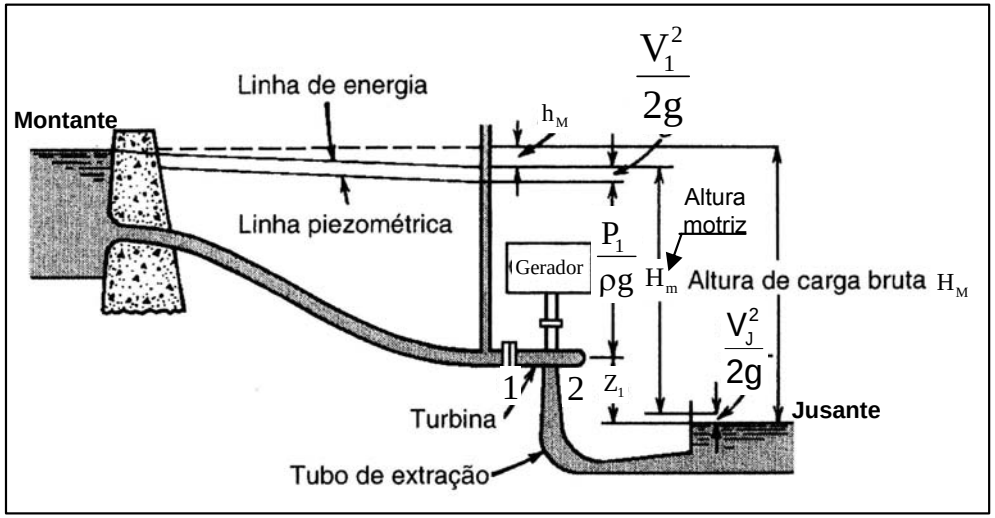
# Classificação Geral das Turbinas:

**Turbinas de Ação ou Impulsão:** O trabalho mecânico é obtido da transformação da energia cinética do escoamento da água em forma de jato contra as partes girantes (Turbinas Pelton) .

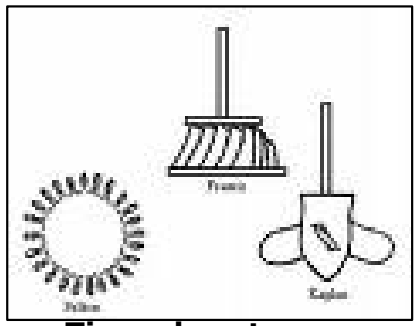
•**Turbinas de Reação:** O trabalho mecânico é obtido da transformação da energia cinética e de pressão do escoamento da água através das partes girantes (Turbinas Francis e Kaplan).




**Turbina de impulsão**

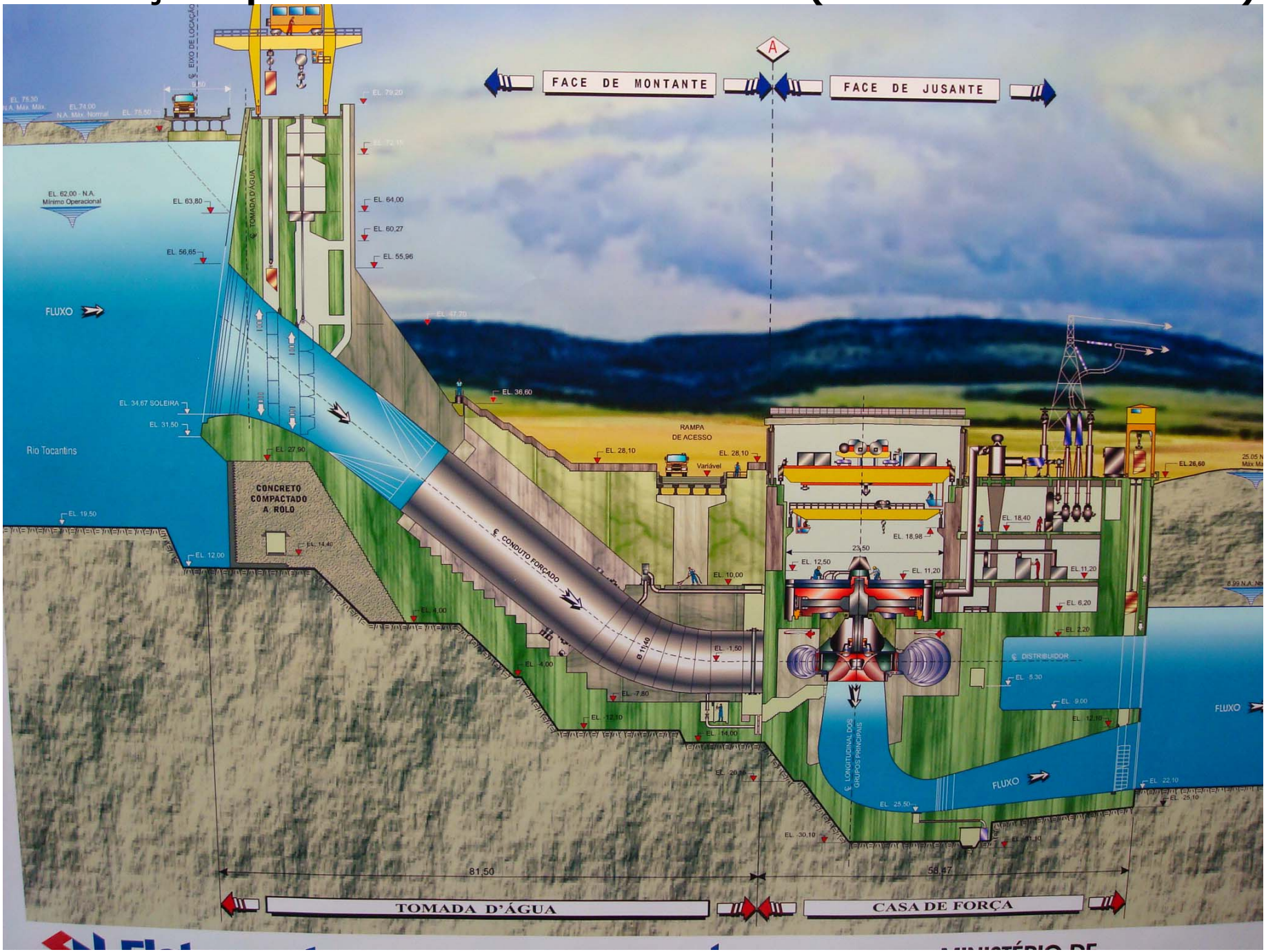



**Turbina de reação**



**Tipos de rotores**

# Construção típica de uma usina hidrelétrica (Ex. Tucuruí ≈ 8000MW)



# Usinas hidrelétricas - Detalhes



Vista Aérea – Reservatório e Usina (Xingó – Chesf)



Gerador (Montagem)



Casa de Máquinas



Eixo Rotativo



Vertedouro Aberto (Itaipu)

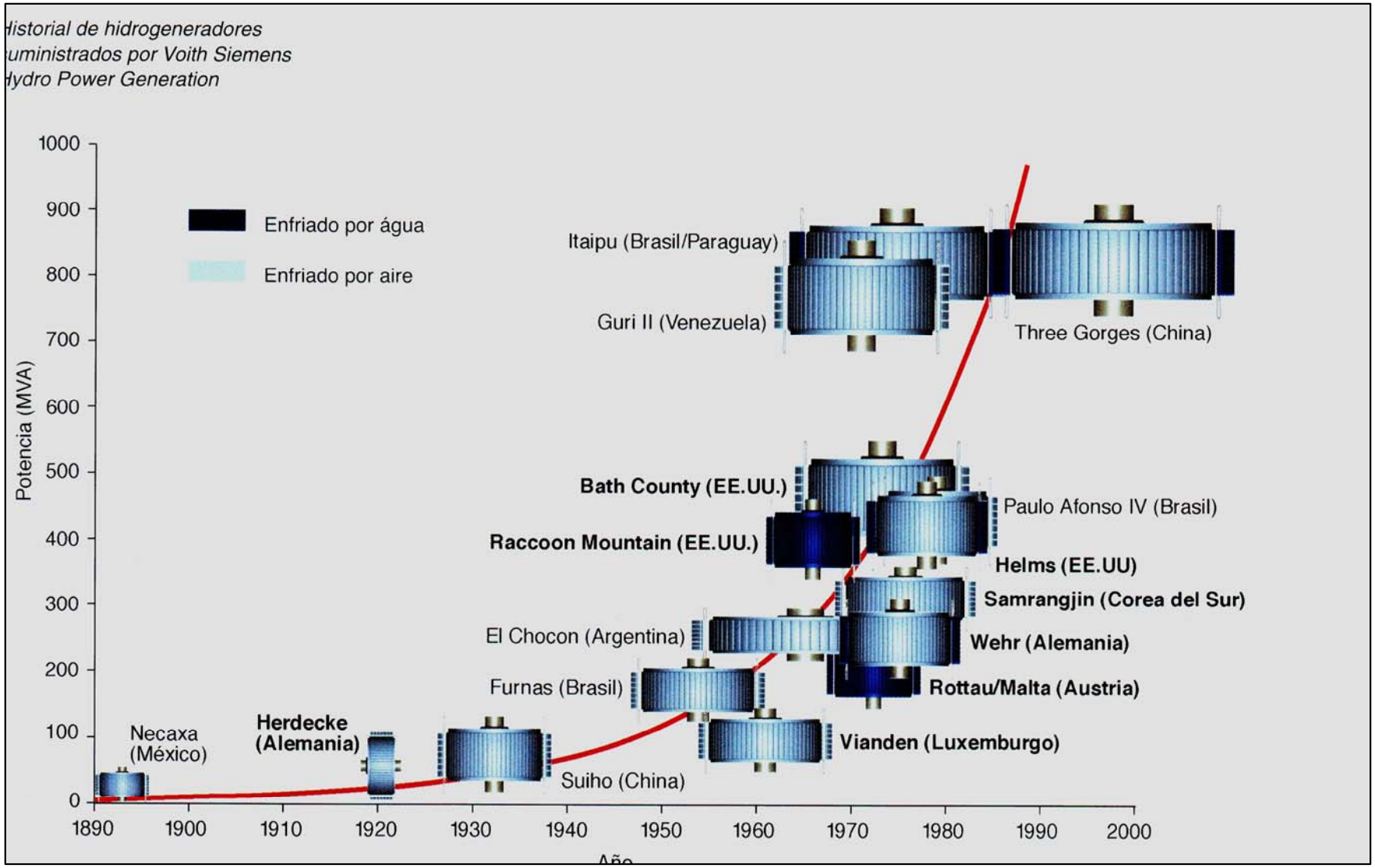


Turbina (montagem)



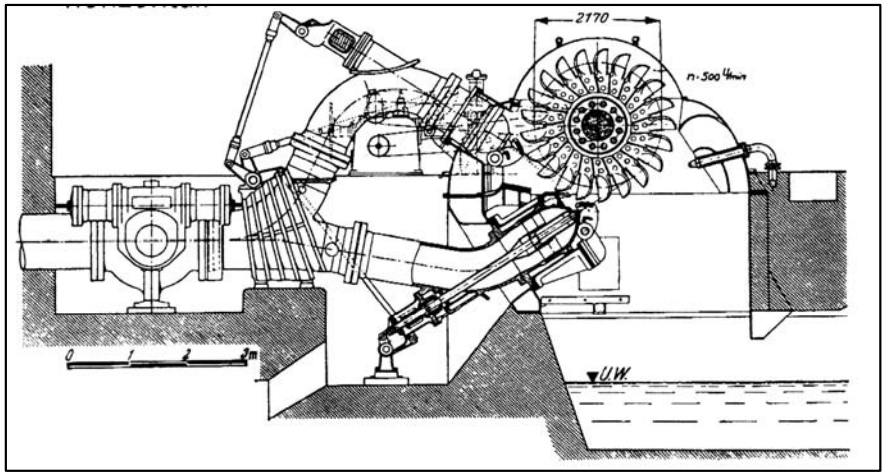
Caixa Espiral

# Usinas hidrelétricas – Evolução da Potência Gerada

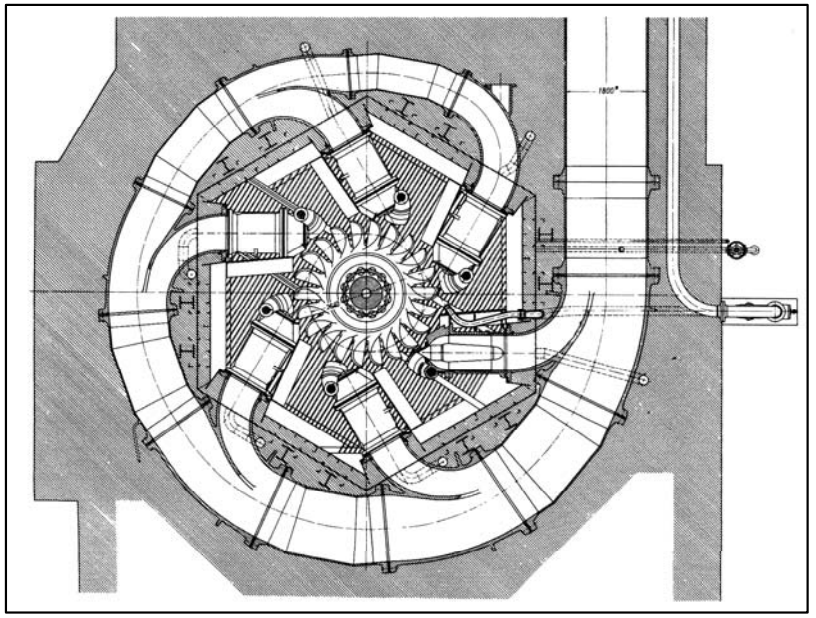


## **Turbinas Pelton** (Lester Pelton – EUA: 1880)

- Possuem um ou mais jatos descarregando em direção às conchas (pás) do rotor, sob condições de pressão atmosférica, e dispõe de dispositivos para regular a descarga.
- São aplicáveis em locais com altura disponível de queda d'água muito alta (acima de 300m).
- A velocidade de rotação do rotor depende da altura de queda e de seu diâmetro, enquanto a potência da turbina depende do diâmetro do jato.
- Podem ser de eixo horizontal ou vertical



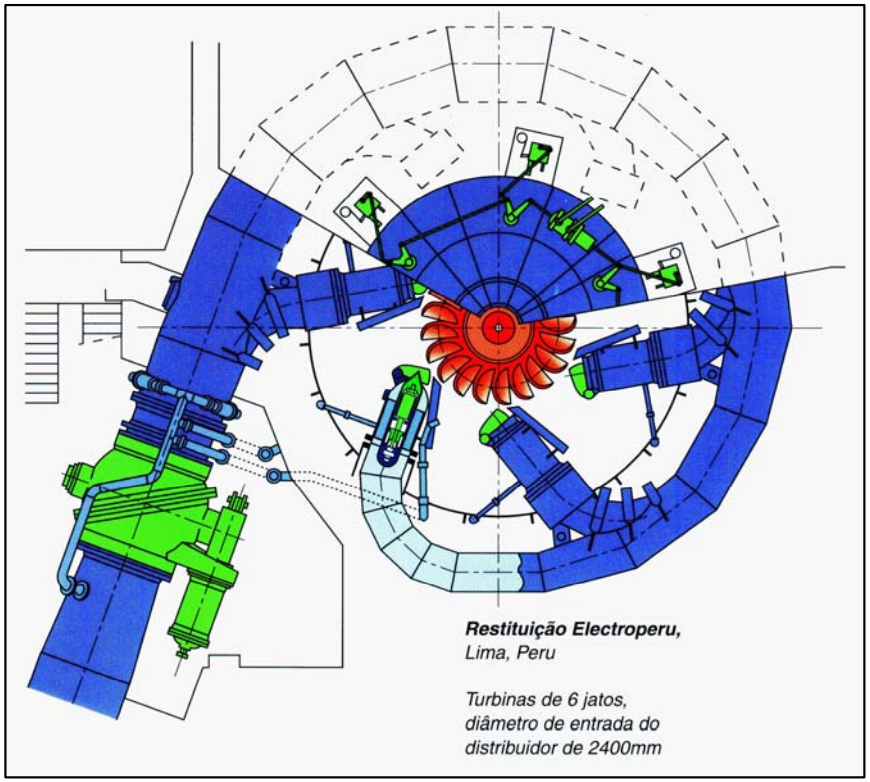

**Turbina de eixo horizontal com 2 injetores**

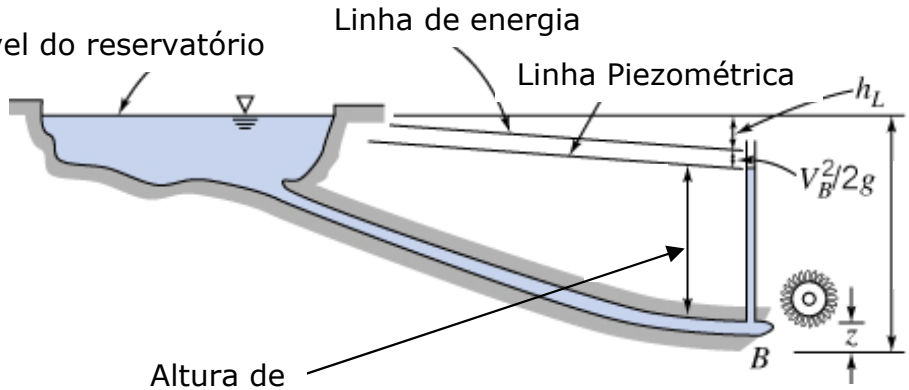


**Turbina de eixo vertical com 6 injetores**

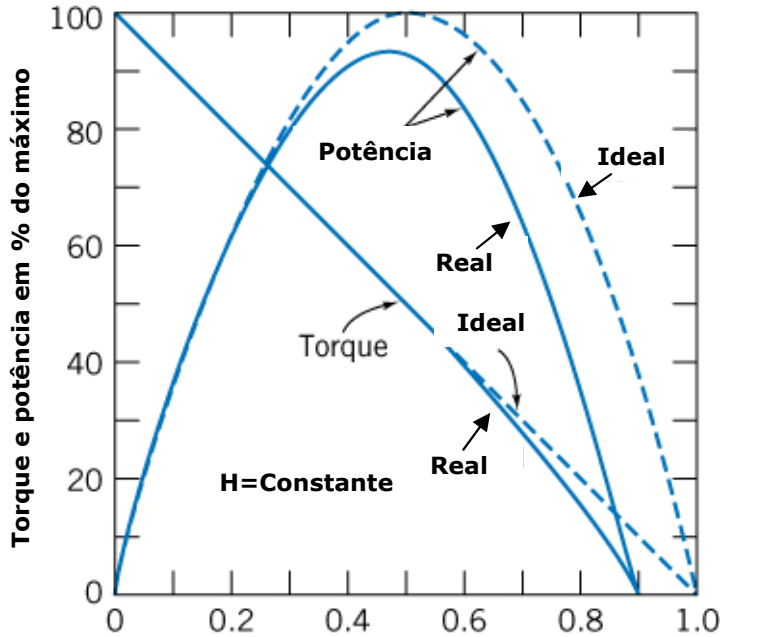
# Turbinas Pelton






Altura de carga líquida sobre o rotor = **Carga bruta – $h_L$ – $V^2_B$ /2g – Z - perdas na saída do jato**
= **85 a 95% da carga bruta**



**Turbinas Francis** (James B. Francis – EUA: 1840)

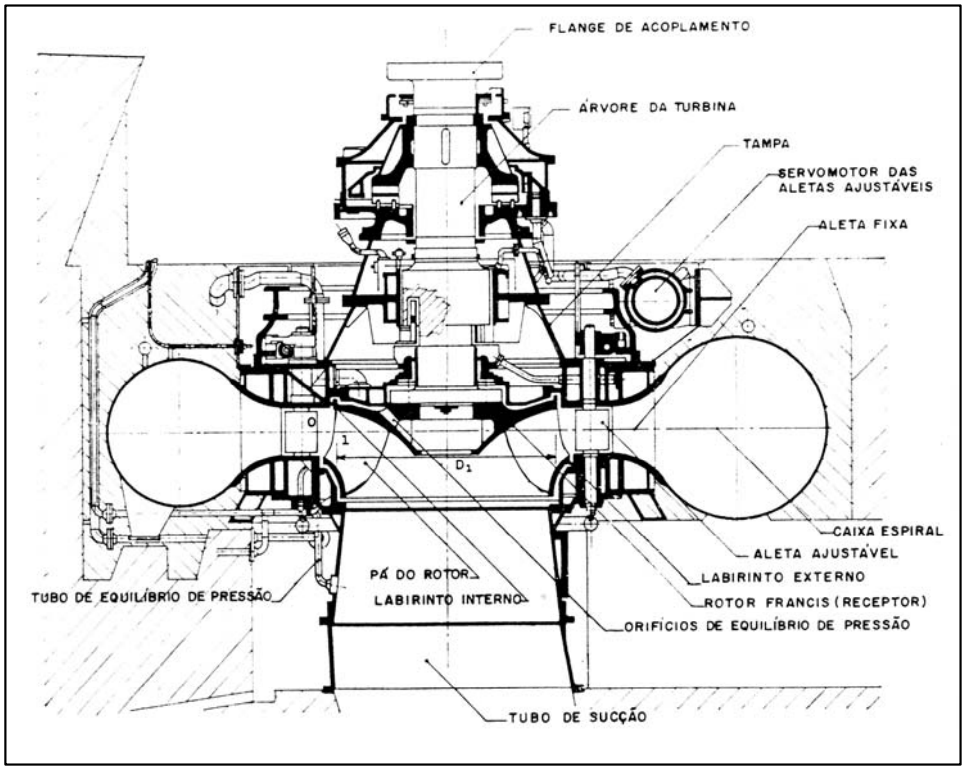
•Possuem o rotor constituído de um certo número de pás fixas com curvatura específica.

•O fluxo da água que vem do tubo de adução, a montante da máquina, passa por um tubo em forma espiral (caixa espiral), cujo diâmetro é gradativamente reduzido de maneira a elevar a velocidade da água antes de entrar na turbina. Ao final da caixa espiral, o fluxo é orientado e distribuído igualmente na direção radial através do anel distribuidor por toda a periferia da entrada do rotor da turbina, saindo na direção axial e conduzido ao tubo de sucção (difusor).

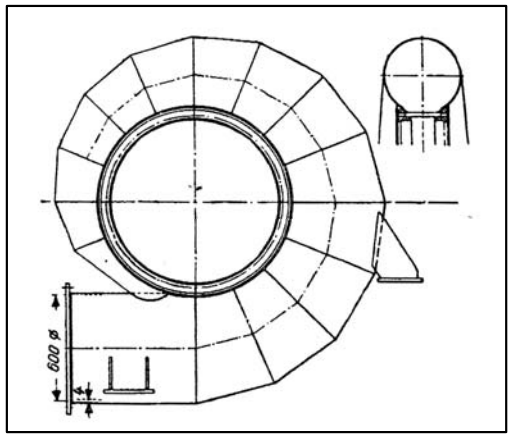
•As pás formam entre si canais cheios de água em movimento, que sai com velocidade alta. Esta velocidade é reduzida gradativamente na passagem pelo tubo de extração (cuja forma é cônica), de modo a ganhar pressão para vencer a coluna d'água do rio à jusante da máquina.

•São empregadas para quedas entre 20m e 600m, e a forma do rotor depende da velocidade específica, assim como seu rendimento.

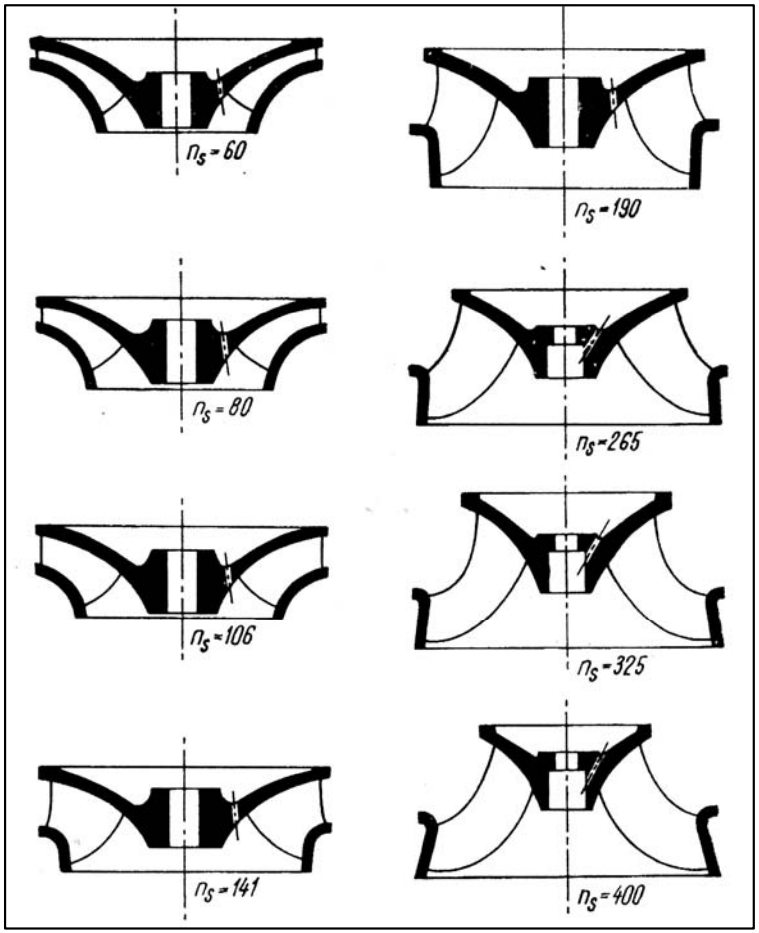
# Turbinas Francis




**Esquema de uma turbina Francis e seus componentes**

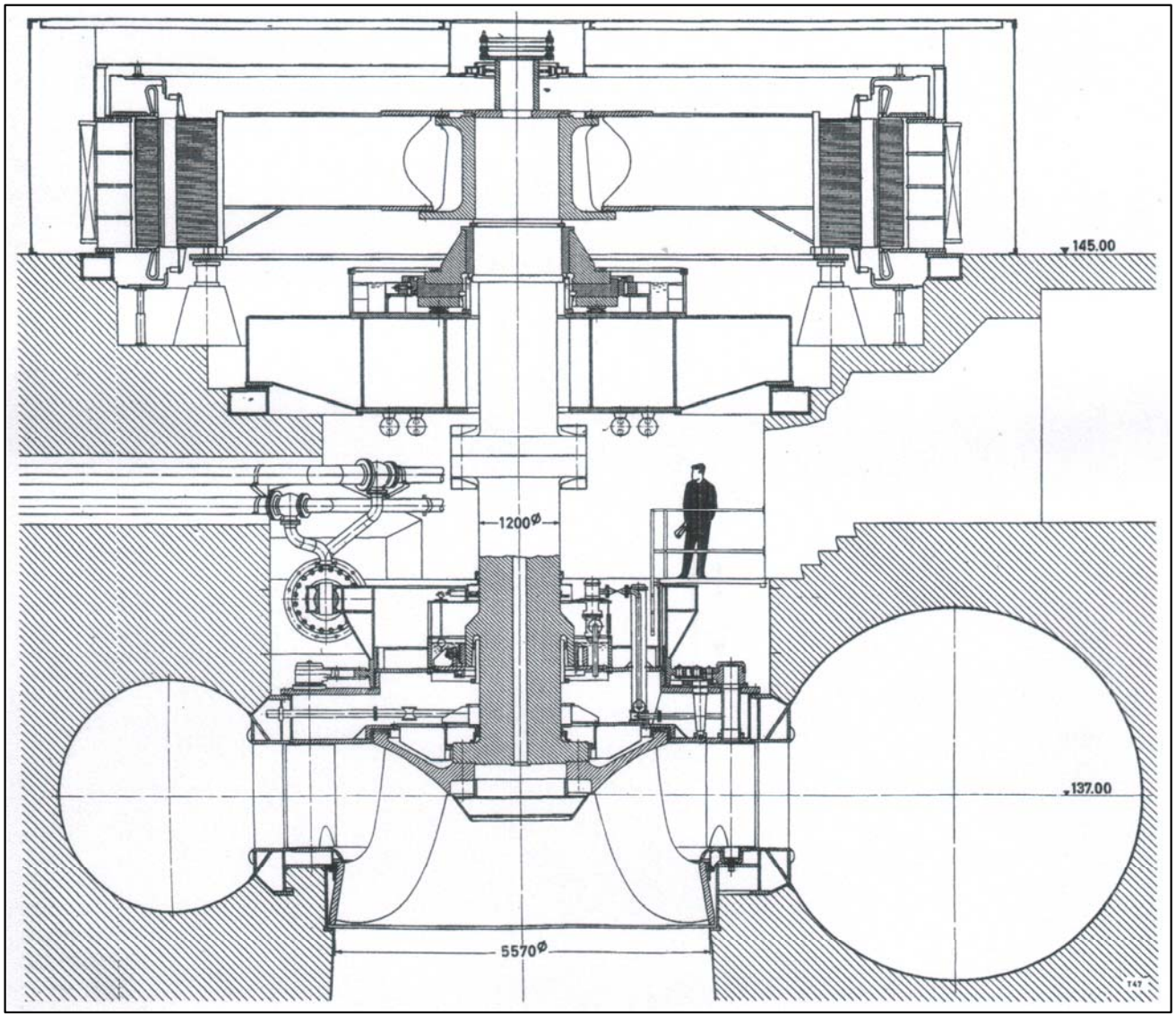


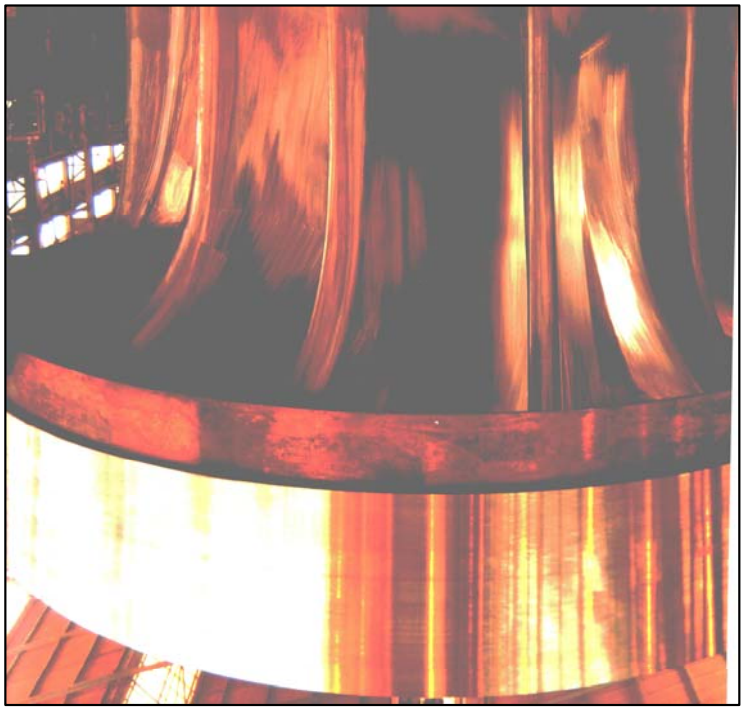

**Caixa espiral de uma turbina Francis**



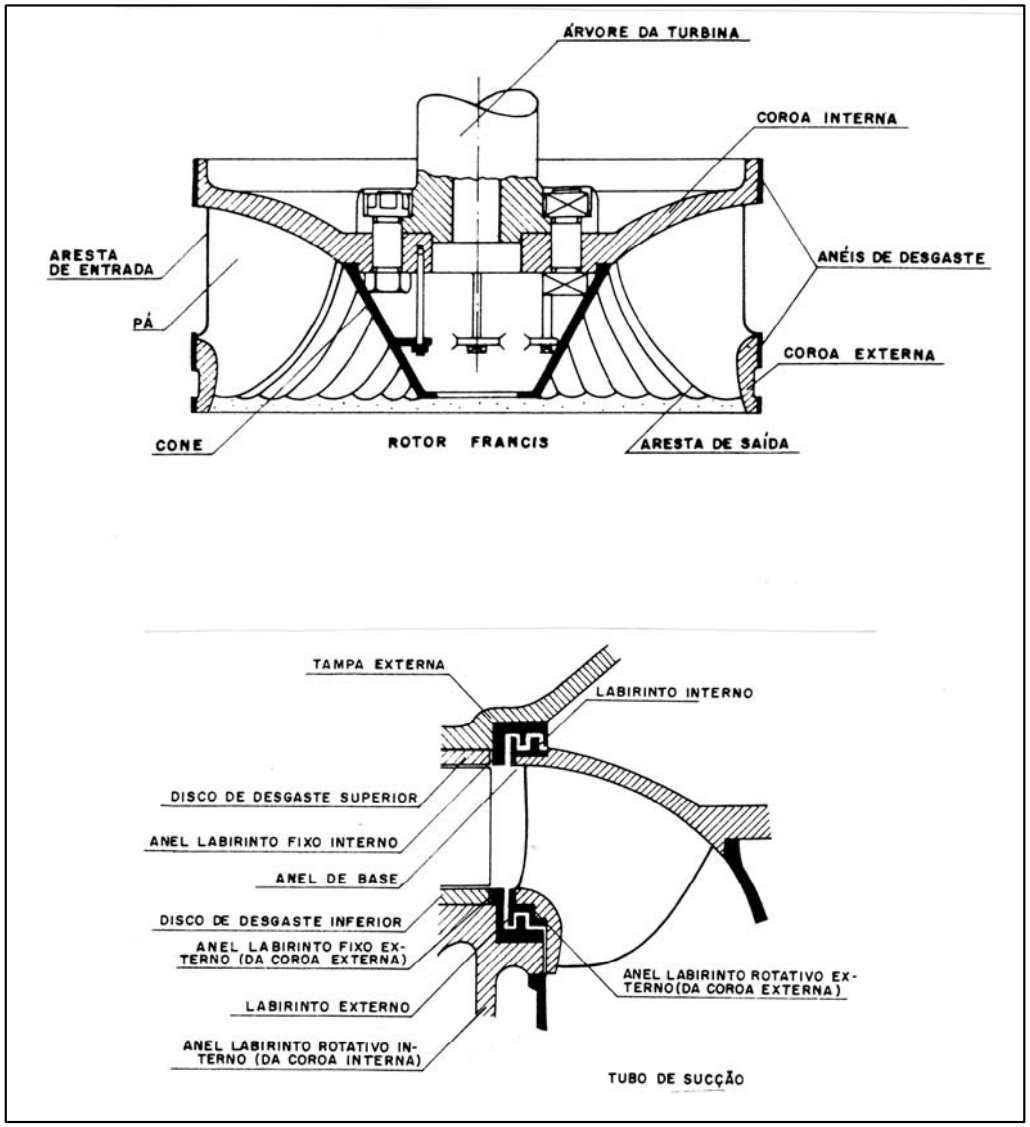

**Forma de rotores de turbinas Francis, de acordo com a velocidade específica**

# Turbinas Francis

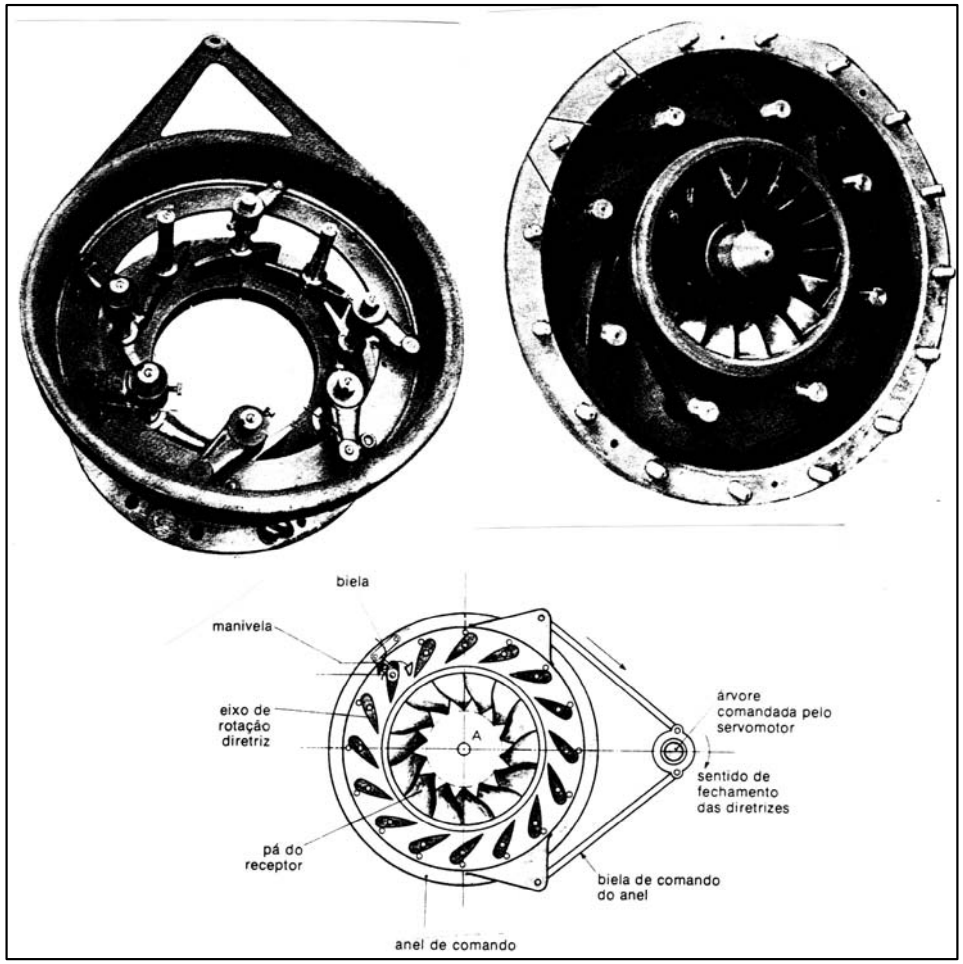


# Turbinas Francis




**Detalhes do rotor de uma turbina Francis**




**Detalhes do distribuidor de uma turbina Francis**

# Turbinas Francis

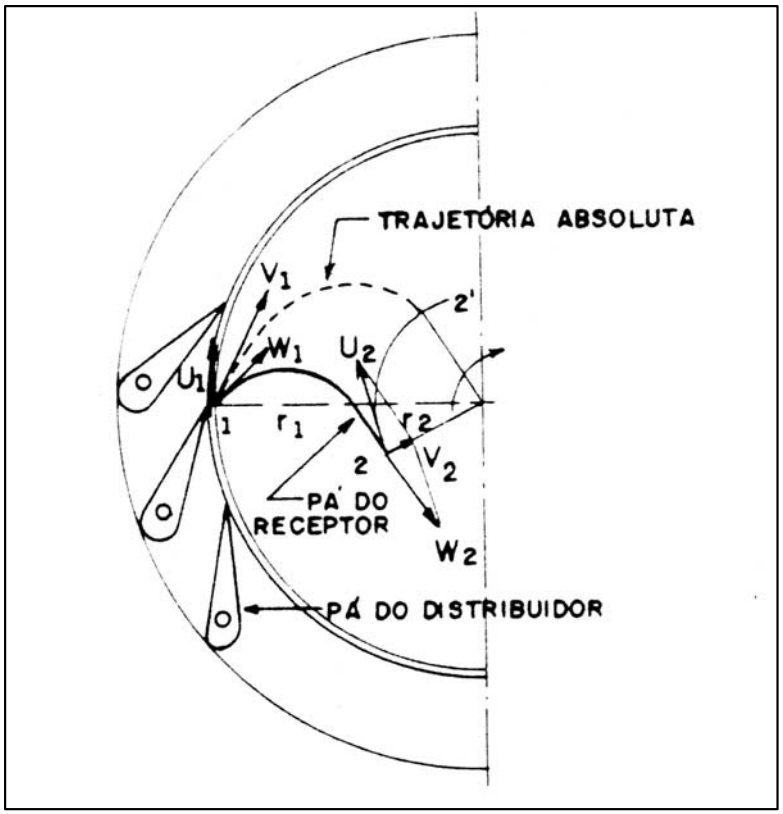
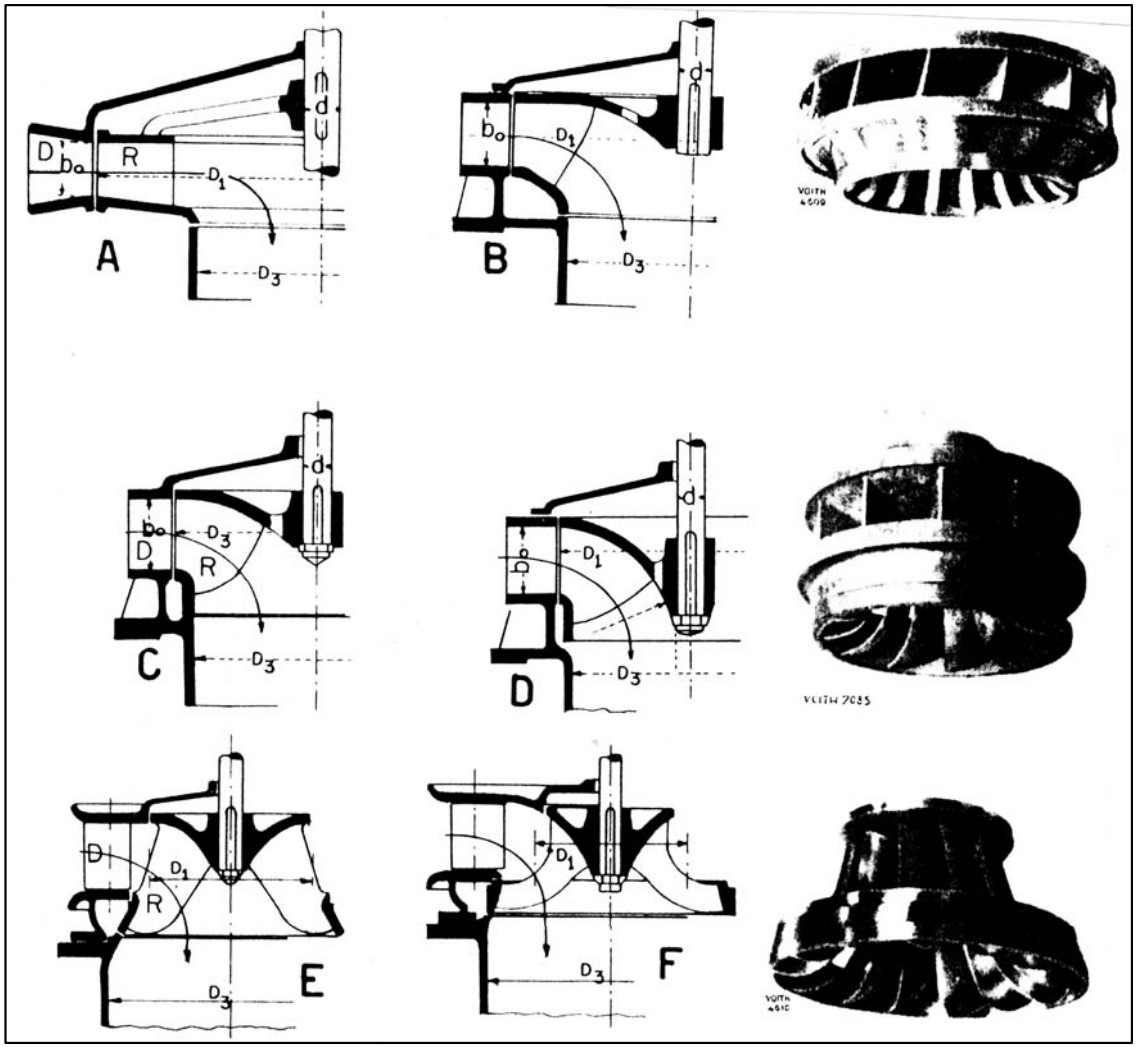



**Diagrama de velocidades do rotor de uma turbina Francis**




**Perfis de turbina Francis segundo a velocidade específica**

**Turbinas Kaplan** (Victor Kaplan – Alemanha: 1924)

•O rotor tem as pás em forma de hélice.

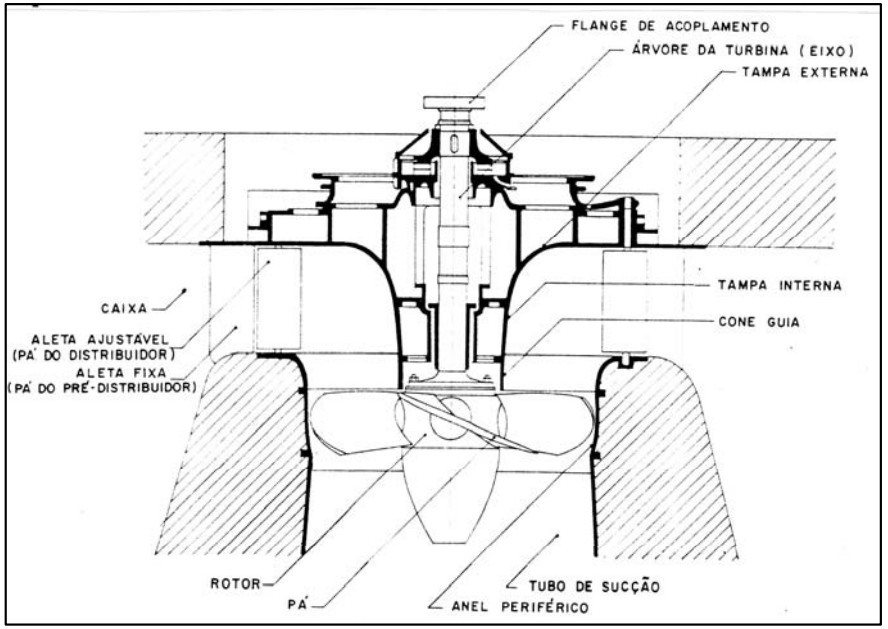
•O fluxo da água é orientado, tanto na entrada quanto na saída, na direção do eixo da máquina, ou seja axialmente.

•O ângulo das pás é ajustável em função da vazão (abertura do distribuidor), sendo esta, função da carga de geração elétrica demandada sobre a máquina.

•O ajuste no ângulo das pás permite uma faixa larga de rendimento elevado, pois faz com que a água atinja as pás segundo o ângulo de ataque apropriado, evitando a formação indesejável de vórtices livres (redemoinhos) que provocam perda de carga no escoamento.

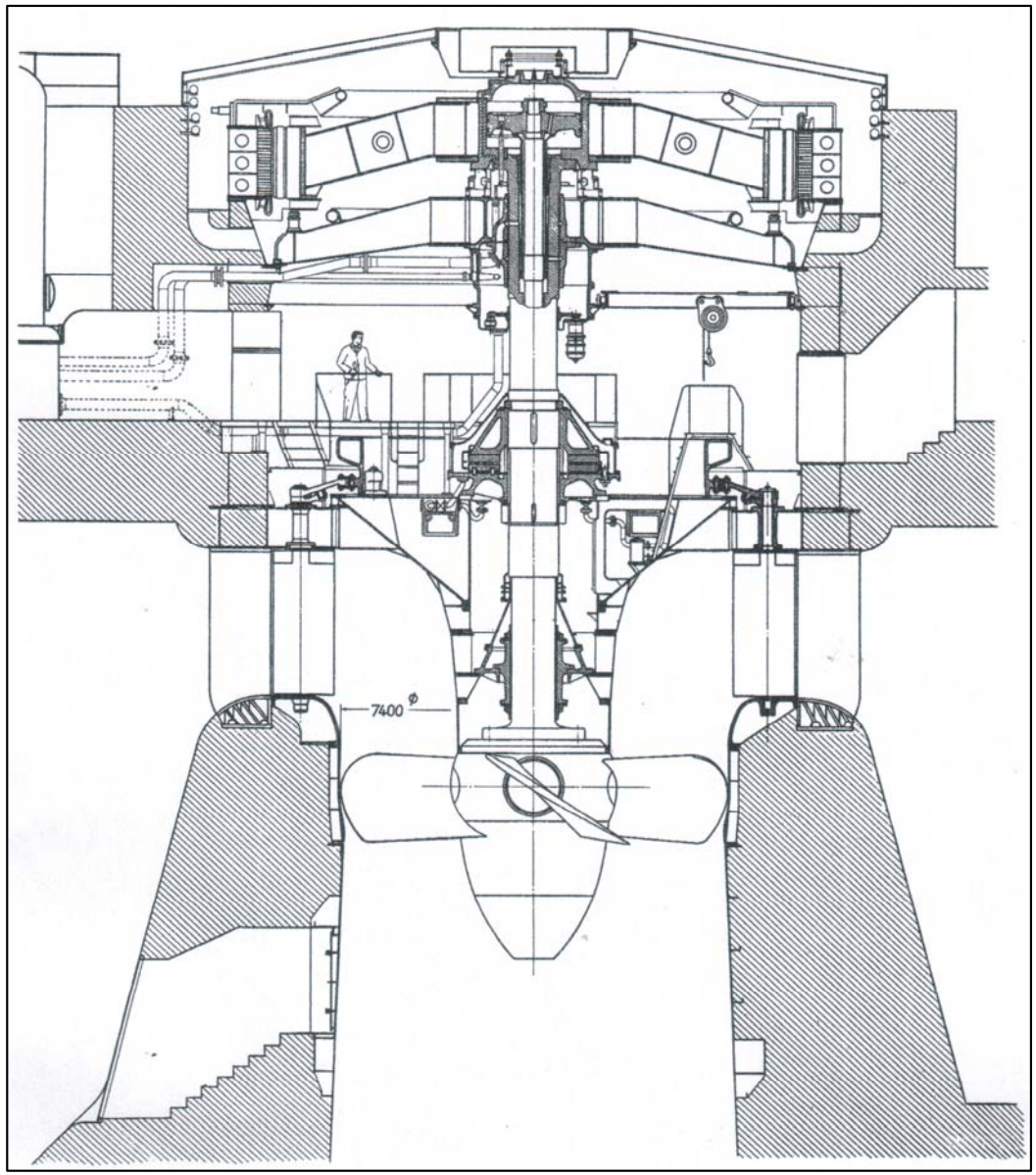
•São empregadas para quedas baixas (< 15m),

em usinas a "fio d'água".




**Esquema de uma turbina Kaplan**

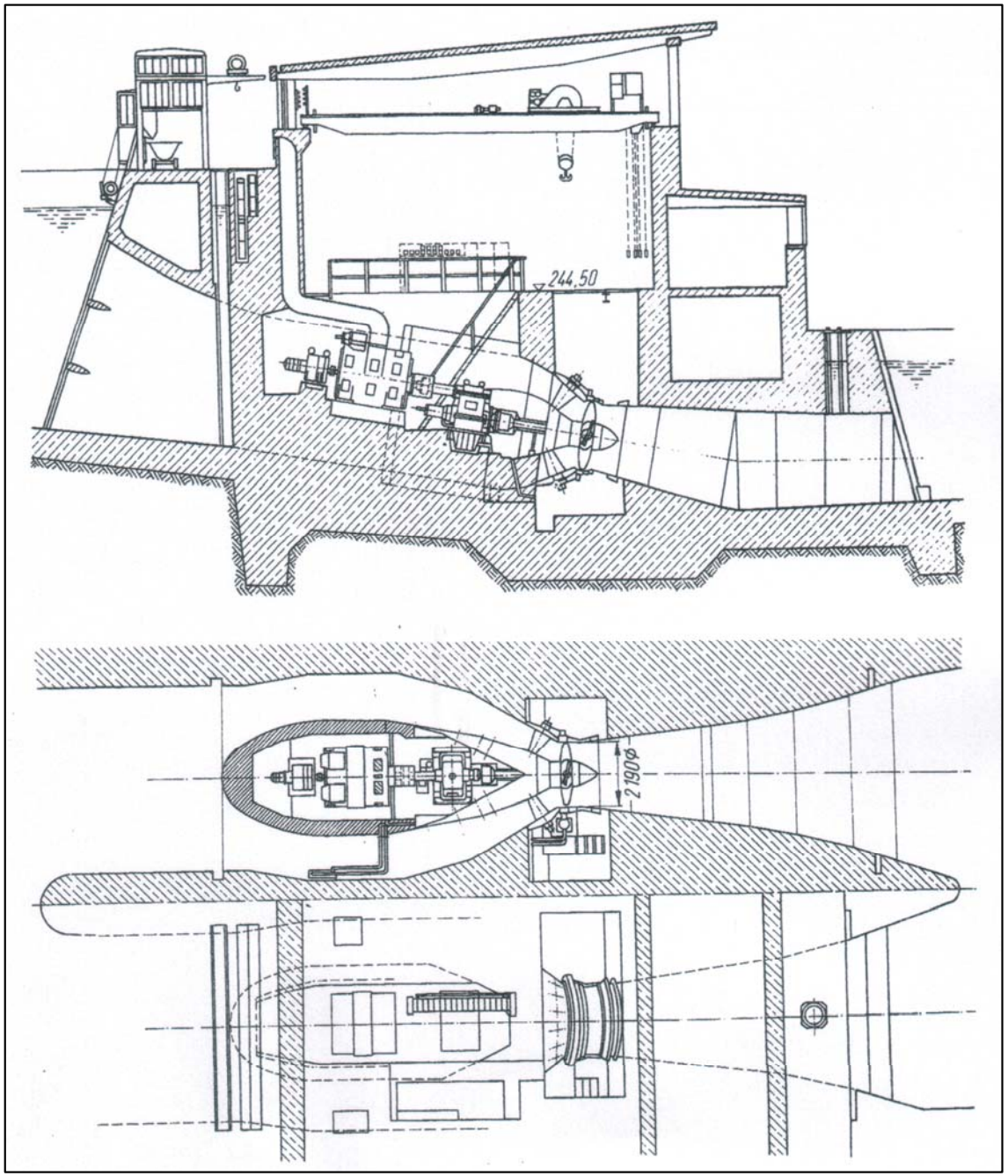
# Turbinas Kaplan



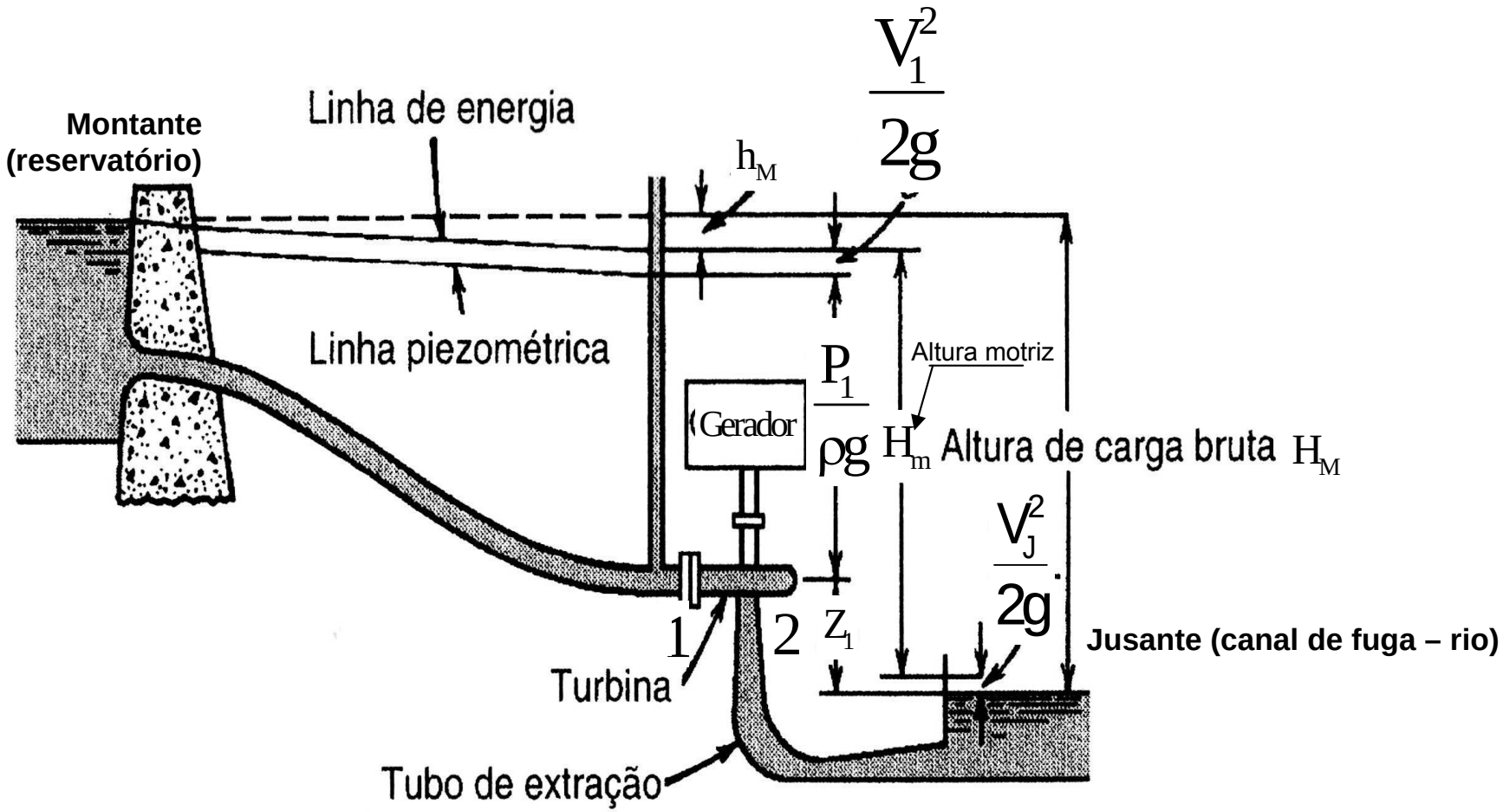





# Turbinas tubulares – Bulbo



# Turbinas de Reação – Altura de Carga, Potência e Rendimento




**Turbina de reação**

# Turbinas de Reação – Altura de Carga, Potência e Rendimento

**Queda ou Altura bruta ($H_M$)**: diferença de cotas entre os níveis de montante (na captação - reservatório) e de jusante (no canal de fuga - rio), com a turbina fora de operação;

**Queda ou Altura útil ($H_1$)**: diferença entre a queda bruta e a altura relativa à energia perdida na tubulação de entrada na turbina (incluindo o conduto de adução e a caixa espiral). Ou seja, representa a altura disponível para acionar a turbina;

**Queda ou Altura motriz ($H_m$)**: diferença entre a queda útil e a altura relativa à energia perdida na passagem da água pela turbina como também no tubo de extração, tanto na forma de atrito e de vórtices, quanto devido às folgas entre a turbina e as paredes do tubo de extração. Representa, efetivamente, a energia que a turbina pode disponibilizar ao gerador;

---

***Queda ou altura disponível final ($H_d$)**: diferença entre a queda motriz e a altura relativa à energia perdida ao longo do eixo (nos mancais e equipamentos auxiliares). Representa a energia que o gerador, efetivamente, recebe da turbina.*

***Queda ou altura de geração ($H_g$)**: diferença entre a queda disponível final e a altura relativa à energia perdida no gerador, principalmente na forma de calor.*

***Queda ou Altura nominal ($H_n$)**: queda hidráulica disponível para a qual a turbina é encomendada, e com a qual deverá proporcionar o máximo rendimento. Com esta queda, a turbina desenvolve a potência nominal sob a vazão especificada, segundo a garantia do fabricante;*

## Turbinas de Reação – Altura de Carga, Potência e Rendimento

$$\frac{\dot{W}}{\dot{m}g} = H \Rightarrow \dot{W} = \dot{m}gH = \rho gQH = \gamma QH$$

**Potência útil** $\left(\dot{W}_1\right)$: potência disponível pelo escoamento na entrada da turbina, já descontadas as perdas na tubulação de entrada (conduto de adução e a caixa espiral);

**Potência motriz** $\left(\dot{W}_m\right)$: diferença entre a potência útil e aquela relativa à energia perdida na passagem da água pela turbina, como também no tubo de extração. Representa, efetivamente, a potência que a turbina pode disponibilizar ao gerador;

---

***Potência disponível final*** $\left(\dot{W}_d\right)$ *: diferença entre a potência motriz e aquela relativa à energia perdida ao longo do eixo (nos mancais e equipamentos auxiliares). Representa a potência que o gerador, efetivamente, recebe da turbina;*

***Potência gerada*** $\left(\dot{W}_g\right)$*: potência elétrica efetivamente disponibilizada pelo gerador ao sistema elétrico, sendo a diferença entre a potência disponível final entregue pela turbina e aquela relativa à energia dissipada no próprio gerador principalmente na forma de calor.*

***Potência nominal*** $\left(\dot{W}_n\right)$*: potência para a qual a turbina é encomendada, e com a qual deverá proporcionar o máximo rendimento sob a vazão especificada, segundo a garantia do fabricante;*

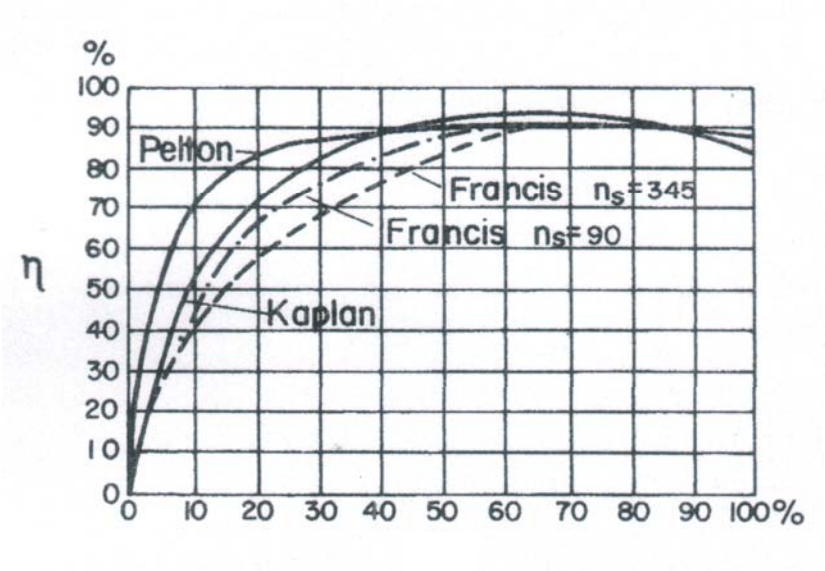
# Turbinas de Reação – Altura de Carga, Potência e Rendimento

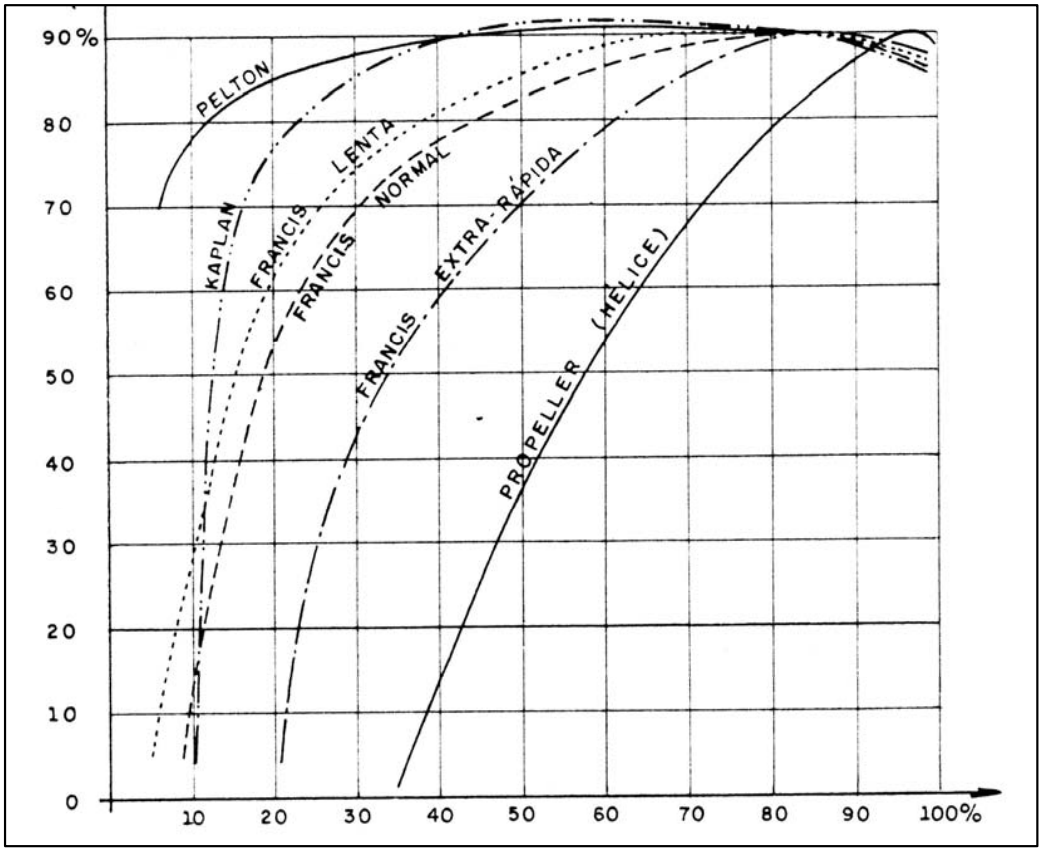
Rendimento Hidráulico: $\eta_h = \frac{\dot{W}_m}{\dot{W}_1} = \frac{H_m}{H_1}$

$$\eta_h = \frac{\dot{W}_m}{\dot{W}_1} = \frac{\omega T}{\rho Q g H_1}$$

Rendimento Mecânico: $\eta_m = \frac{\dot{W}_d}{\dot{W}_m} = \frac{H_d}{H_m}$

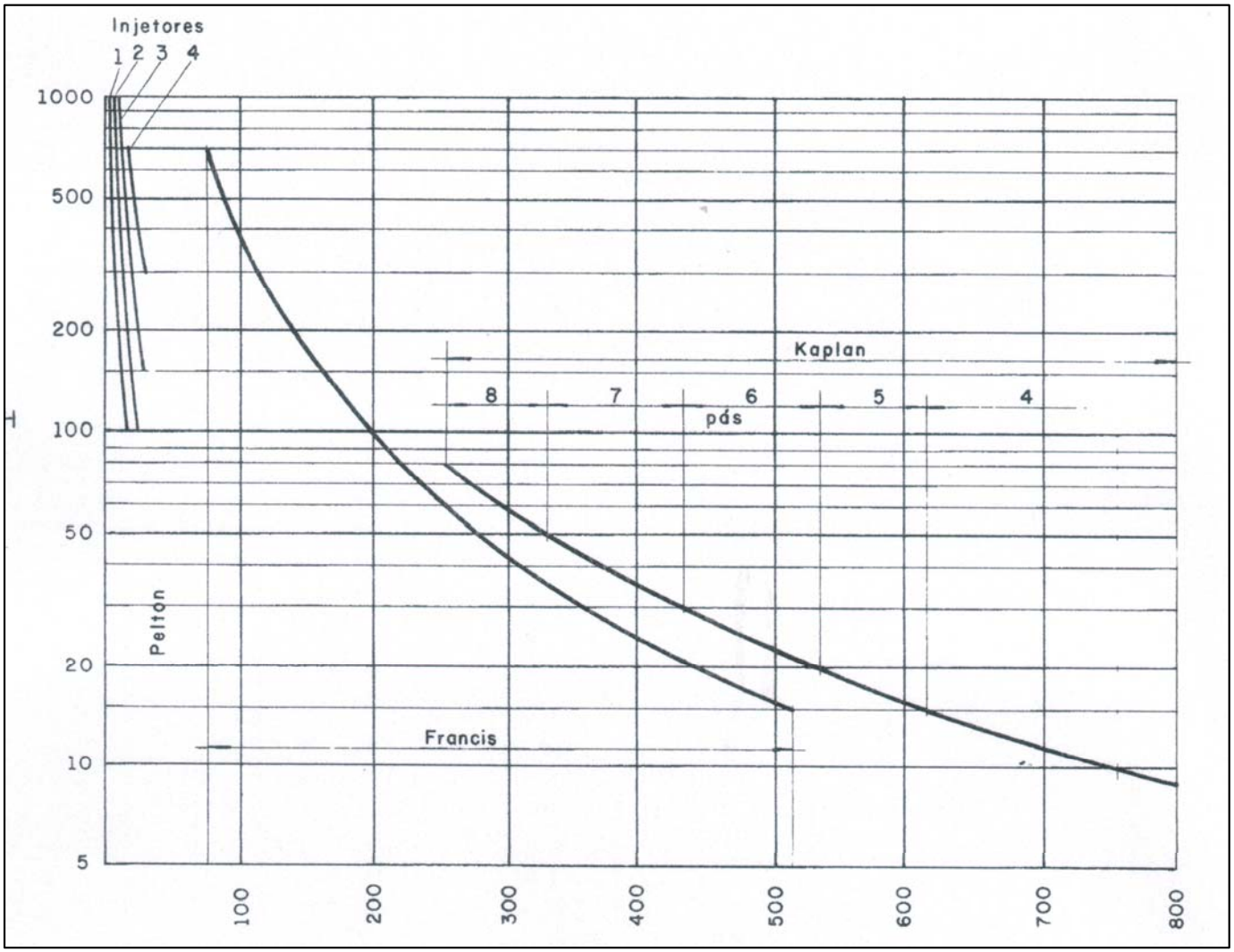
Rendimento Total: $\eta_t = \frac{\dot{W}_g}{\dot{W}_d} = \frac{H_g}{H_d}$




**Rendimento X Vazão (abertura do distribuidor – Reação, ou do jato – Impulsão) para os diversos tipos de turbinas**

# Turbinas de Reação – Altura de Carga, Potência e Rendimento




**Possibilidades de seleção de turbinas em função da queda disponível e da velocidade de rotação**

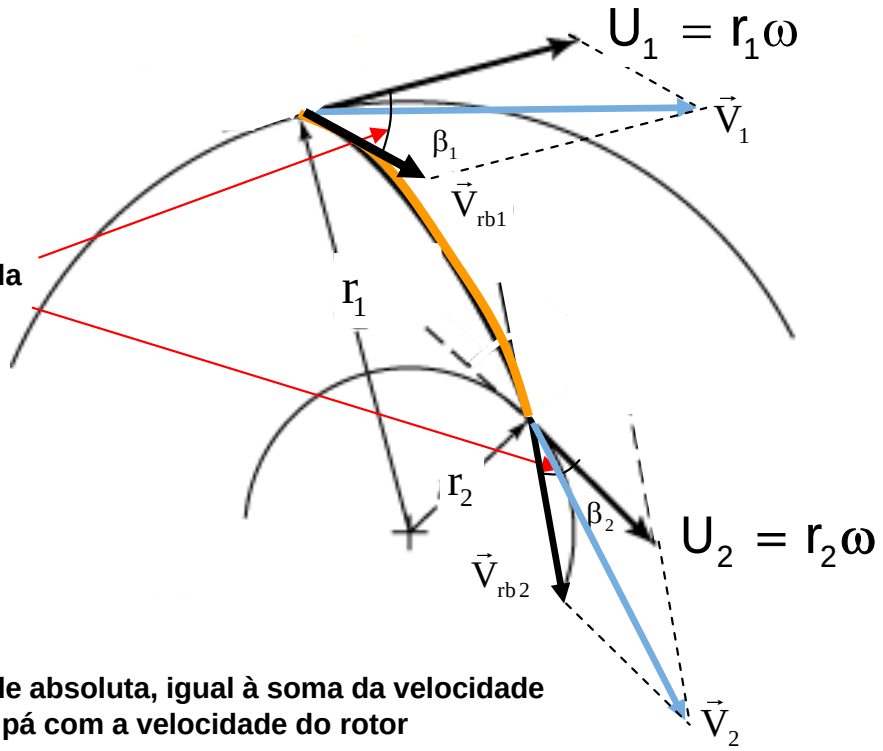
# Turbinas de Reação - Análise

**Objetivo do projeto:** movimento suave do fluido através das pás

**Situação idealizada:** velocidades relativas ao rotor, tangentes ao perfil da pá

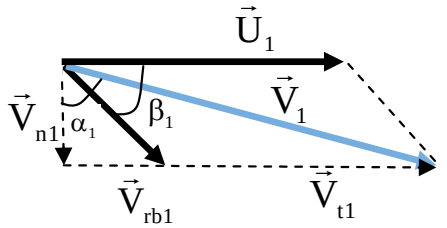
(escoamento sem choque e vórtices)

**Polígono de Velocidades no impelidor (rotor) e no fluido**

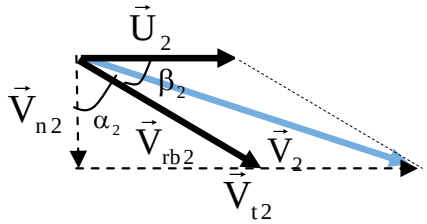



**Ângulos de entrada e saída das pás**

**Velocidade absoluta, igual à soma da velocidade relativa à pá com a velocidade do rotor**




**Componentes da velocidade na entrada**




**Componentes de velocidade na saída**

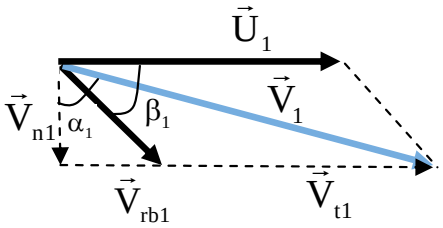
# Turbinas de Reação - Análise

- A partir da equação da continuidade, calcula-se $V_{n1}$ e $V_{n2}$;
- A partir dos ângulos $\beta_1$ $\beta_2$ e de $V_{n1}$ e $V_{n2}$, determina-se $V_{rb1}$ e $V_{rb2}$;
- A partir de $V_{rb1}$ e $V_{rb2}$ e $U_1$ e $U_2$, determina-se $V_{t1}$ e $V_{t2}$;
- E assim, calcula-se o torque, a potência e a carga dinâmica cedidos à turbina:

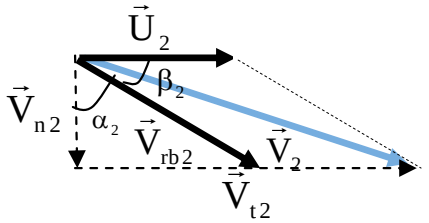
$$T_{eixo} = \left( r_2 V_{t2} - r_1 V_{t1} \right) \dot{m}$$

$$\dot{W}_m = \omega \left( r_2 V_{t2} - r_1 V_{t1} \right) \dot{m}$$

$$H = \frac{1}{g} \left( U_2 V_{t2} - U_1 V_{t1} \right)$$




**Componentes da velocidade na entrada**



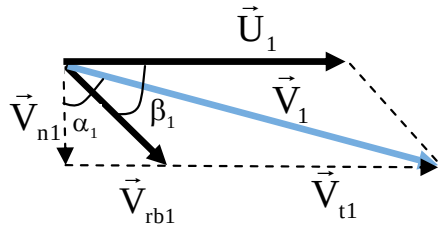

**Componentes de velocidade na saída**

# Turbinas de Reação - Análise

Para uma turbina com o fluxo de saída puramente radial, é nula a quantidade de movimento angular na saída, pois $V_{t2}=0$, de forma que:

$$H = \frac{\dot{W}_m}{\dot{m}\,g} = \frac{1}{g}\left(U_2 V_{t2} - U_1 V_{t1}\right) \quad \Rightarrow \quad H = (-)\frac{U_1 V_{t1}}{g}$$

Pela convenção, o sinal apenas indica que a energia está sendo **cedida à máquina pelo escoamento**




**Componentes da velocidade na entrada**

$$V_{t1} = U_1 + V_{rb1}\cos\beta_1 = U_1 + \frac{V_{n1}}{sen\,\beta_1}\cos\beta_1 = U_1 + V_{n1}\cot\beta_1$$

$$H = \frac{U_1^2 + U_1 V_{n1}\cot\beta_1}{g}$$

Se $\beta_1 = 90^0$ => pás radiais

# Turbinas de Reação - Análise

$$H = \frac{U_1^2 + U_1 V_{n1} \cot \beta_1}{g}$$

Para um impelidor de largura w, a vazão em volume é:

$$Q = \pi D_1 w V_{n1}$$

$$V_{n1} = \frac{Q}{\pi D_1 w}$$

$$H = \frac{U_1^2}{g} + \frac{U_1 \cot \beta_1}{\pi D_1 w g} Q$$

$$H = C_1 + C_2 Q$$

$C_1$ e $C_2$ são funções da geometria da máquina e da velocidade de rotação

# Turbinas de Reação - Análise

Assim, a altura de carga H **ideal** cedida à turbina pelo escoamento varia <u>linearmente</u> e de forma crescente com a vazão em volume:

$$H = \frac{U_1^2 + U_1 V_{n1} \cot \beta_1}{g}$$

$$C_1 = \frac{U_1^2}{g}$$

altura de carga **ideal** que deveria ser disponibilizada à turbina sem que houvesse vazão. Ou seja, seria apenas proporcional à energia cinética necessária para colocar a turbina em rotação à velocidade constante.

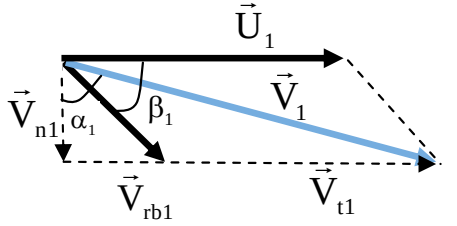
$$\frac{U_1 \cot \beta_1}{\pi D_1 w g}$$

define a inclinação da curva H x Q, sendo o coeficiente angular da função linear $H(Q) = C_1 + C_2 Q$

# Turbinas de Reação - Análise

$$H = \frac{U_1^2}{g} + \frac{U_1 \cot \beta_1}{\pi D_1 w g} Q$$

$$H = C_1 + C_2 Q$$




**Componentes da velocidade na entrada**

Dependência da velocidade de entrada em relação ao ângulo de saída das pás no impelidor:

$$\beta_1 = 90^o \Rightarrow C_2 = 0$$

**Pás Radiais**

- A componente tangencial da velocidade absoluta na entrada é igual à velocidade do rotor ($V_{t1} = U_1$) e independe da vazão
- A altura de carga também independe da vazão

$$\beta_1 < 90^o \Rightarrow C_2 > 0$$

**Pás Curvadas para Trás**

- A componente tangencial da velocidade absoluta na entrada é superior à velocidade do rotor e aumenta com a vazão
- A altura de carga cedida à turbina aumenta linearmente com o aumento da vazão

$$\beta_2 > 90^o \Rightarrow C_2 < 0$$

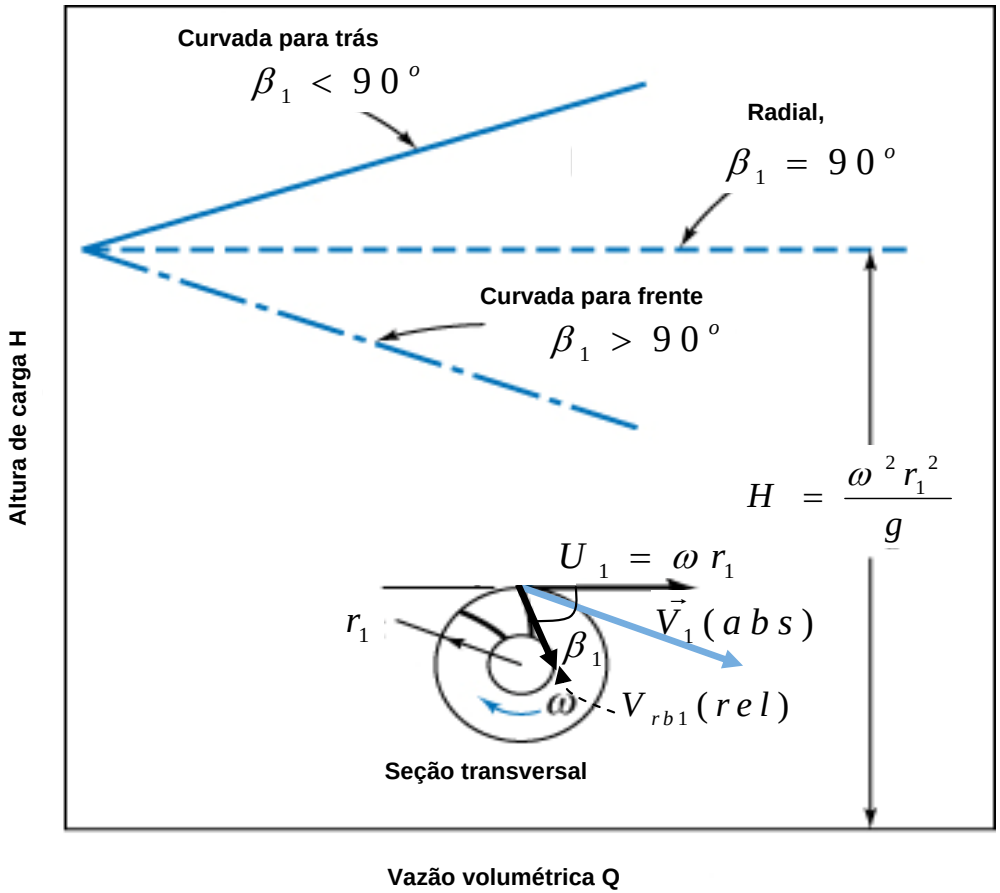
**Pás Curvadas para Frente**

(ineficiente)

- A componente tangencial da velocidade absoluta na entrada é inferior à velocidade do rotor e diminui com a vazão
- A altura de carga cedida à turbina diminui linearmente com o aumento da vazão

# Turbinas de Reação - Análise

**Dependência da velocidade de entrada em relação ao ângulo de entrada das pás no rotor, no caso ideal:**



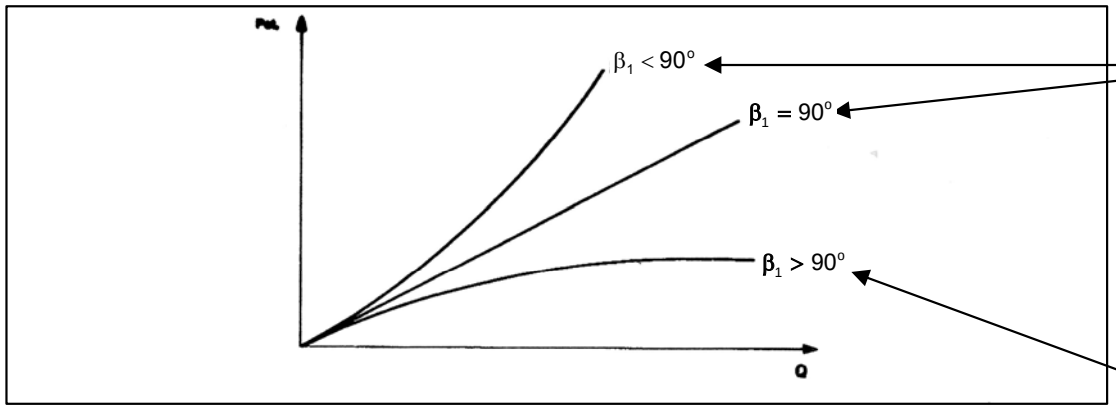
# Turbinas de Reação - Análise

**Para a potência: (no caso ideal)**

$$H = \frac{\dot{W}_m}{\dot{m}\,g} \Rightarrow \dot{W}_m = \dot{m}\,g\,H \;\therefore\; \dot{W}_m = \rho\,g\,Q\,H$$

$$\dot{W}_m = \rho U_1^2 Q + \frac{\rho U_1 \cot\beta_1}{\pi D_1 w} Q^2$$

$$\dot{W}_m = K_1 Q + K_2 Q^2$$




Capacidade de fornecimento crescente de potência à turbina com o aumento da vazão

Fornecimento de potência praticamente constante com o aumento da vazão. Menos eficiência.

Curvas teóricas Potência X Vazão - Turbinas

# Turbinas de Reação - Análise

**Velocidade Específica ($N_s$):** Grupo adimensional, relacionando carga (H), vazão (Q) e rotação (N), muito utilizado pelos fabricantes na caracterização das condições de operação de famílias de turbinas geometricamente semelhantes, sob condições semelhantes de escoamento. Ensaios com modelos físicos **reduzidos** são utilizados neste processo.

$$N_s = \frac{N\sqrt{Q}}{H^{3/4}}, \dot{W} = \rho Q H \Rightarrow N_s = \frac{N\sqrt{\dot{W}}}{\rho^{1/2} H^{5/4}}$$

Velocidade específica **adimensional** $N_s$

energia por unidade de massa

$$N_{sco} = \frac{N(rpm)\sqrt{\dot{W}(hp)}}{H(ft)^{5/4}}$$

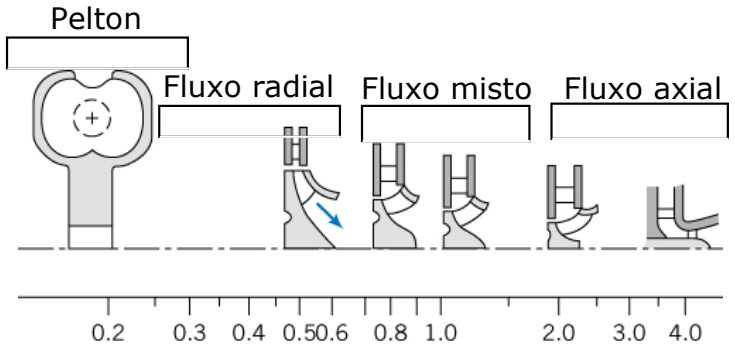
Velocidade específica **dimensional** $N_{sco}$

energia por unidade de peso

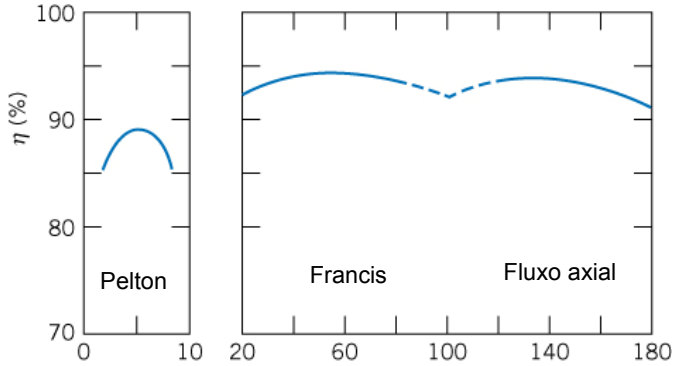
rpm, gpm e ft (EUA): unidades convenientes, porém inconsistentes

$$N_{sco} = N_s \times 43,46$$

***"Velocidade requerida para uma turbina produzir uma potência unitária sob uma altura de carga unitária."***

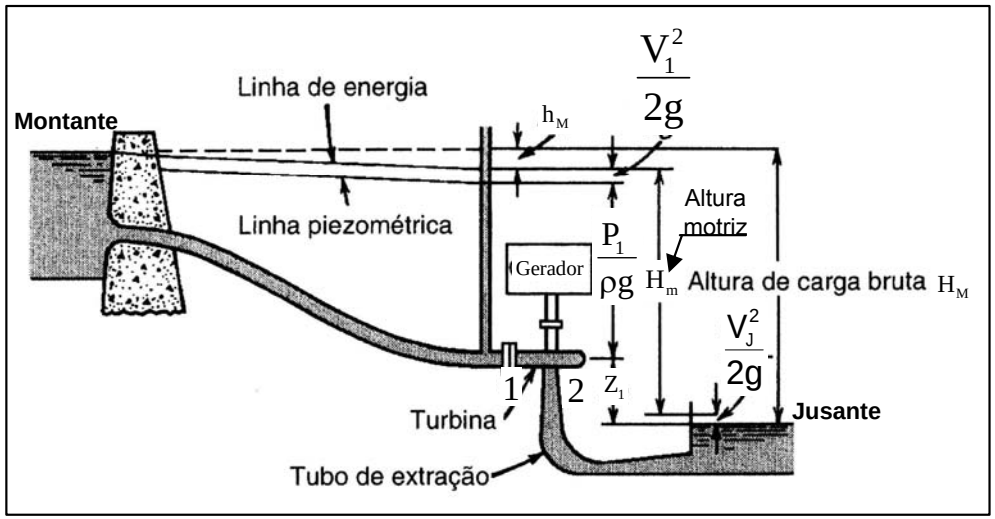



Velocidade específica **adimensional** $N_s$
(para uma dada condição de potência e carga)




Velocidade específica **dimensional** $N_{sco}$

# Balanço de Energia para uma Turbina Hidráulica




**Turbina de reação**

## No trecho de adução (a montante da Turbina):

$$0 = \left[ \left( \frac{p_1}{\rho} + \frac{\bar{V}_1^2}{2} + g z_1 \right) - \left( \frac{p_M}{\rho} + \frac{\bar{V}_M^2}{2} + g z_M \right) + \left( u_1 - u_M \right) \right] \dot{m}$$

$$\div \dot{m} g$$

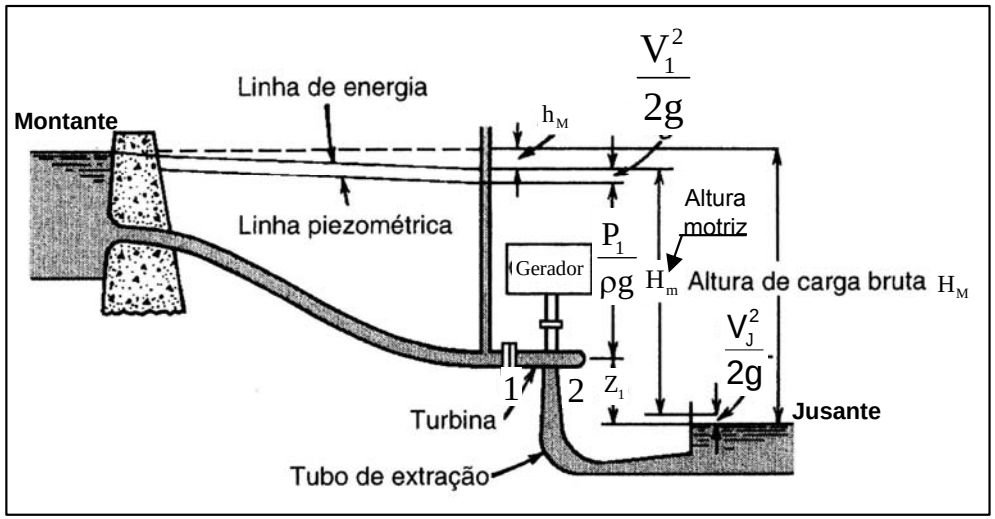
0 0

$$\left( \frac{p_M}{\rho g} + \frac{\bar{V}_M^2}{2g} + z_M \right) = \left( \frac{p_1}{\rho g} + \frac{\bar{V}_1^2}{2g} + z_1 \right) + \frac{\Delta u_M}{g}$$

$$\Rightarrow \left( \frac{p_1}{\rho g} + \frac{\bar{V}_1^2}{2g} + z_1 \right) = z_M - \frac{\Delta u_M}{g}$$

$$H_M = H_1 + h_M \quad \Rightarrow \quad H_1 = H_M - h_M$$

# Balanço de Energia para uma Turbina Hidráulica




**Turbina de reação**

## Na turbina:

$$-(+\dot{W}_m) = \left[\left(\frac{p_2}{\rho} + \frac{\overline{V}_2^2}{2} + g z_2\right) - \left(\frac{p_1}{\rho} + \frac{\overline{V}_1^2}{2} + g z_1\right) + (u_2 - u_1)\right]\dot{m}$$

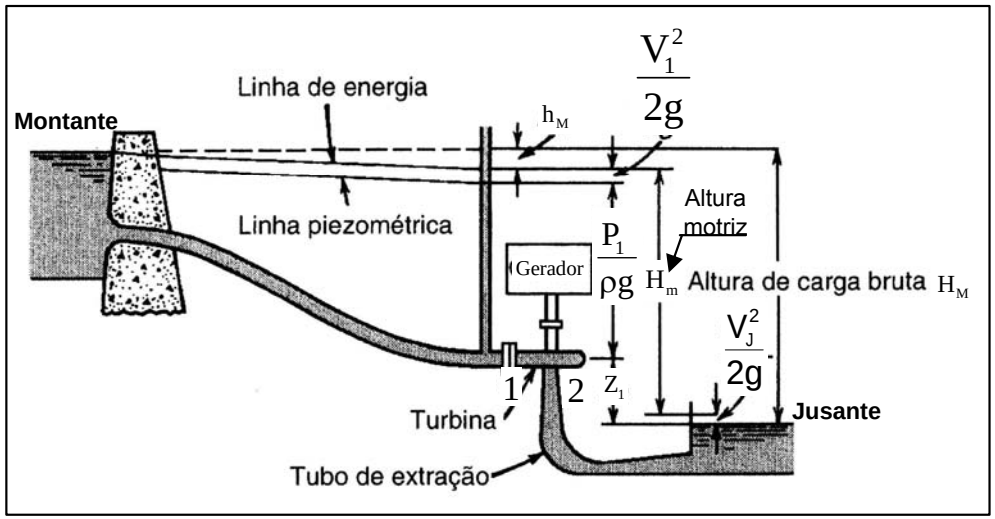
**Potência fornecida à turbina pelo escoamento ( + )**

$$\div \dot{m} g$$

$$\frac{\dot{W}_m}{\dot{m} g} = \left(\frac{p_1}{\rho g} + \frac{\overline{V}_1^2}{2g} + z_1\right) - \left(\frac{p_2}{\rho g} + \frac{\overline{V}_2^2}{2g} + z_2\right) - \frac{\Delta u_{turb}}{g}$$

$$\frac{\dot{W}_m}{\dot{m} g} = H_1 - H_2 - h_{turb}$$

# Balanço de Energia para uma Turbina Hidráulica




**Turbina de reação**

## No trecho de descarga (a jusante da turbina):

$$0 = \left[\left(\frac{p_J}{\rho} + \frac{\overline{V}_J^2}{2} + g z_J\right) - \left(\frac{p_2}{\rho} + \frac{\overline{V}_2^2}{2} + g z_2\right) + \left(u_J - u_2\right)\right] \dot{m}$$

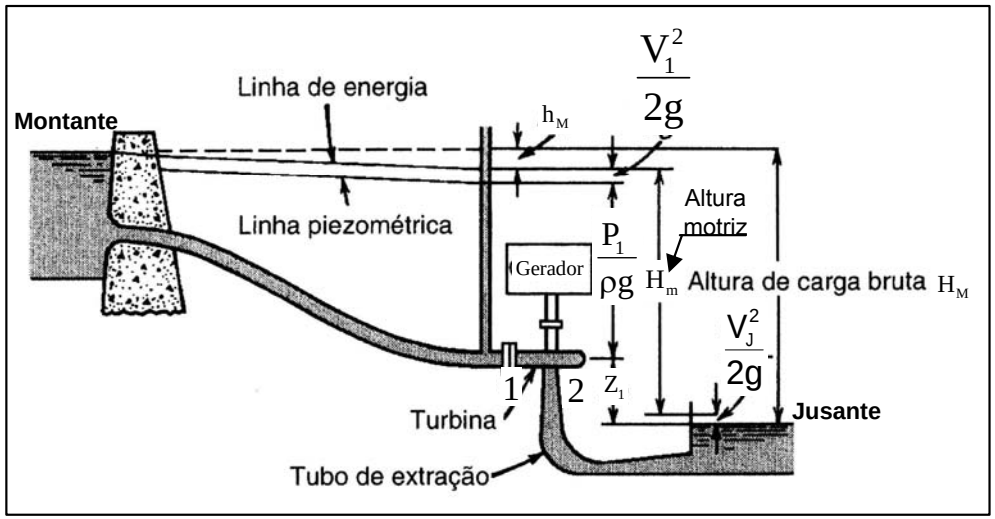
$$\div \dot{m} g$$

$$\left(\frac{p_2}{\rho g} + \frac{\overline{V}_2^2}{2g} + z_2\right) = \left(\frac{p_J}{\rho g} + \frac{\overline{V}_J^2}{2g} + z_J\right) + \frac{\Delta u_J}{g} \quad \Rightarrow \quad \frac{\overline{V}_J^2}{2g} = \left(\frac{p_2}{\rho g} + \frac{\overline{V}_2^2}{2g} + z_2\right) - \frac{\Delta u_j}{g}$$

(0 sobre $\frac{p_J}{\rho g}$ e 0 sobre $\frac{\overline{V}_J^2}{2g}$)

$$H_2 = H_J + h_J \quad \Rightarrow \quad H_j = H_2 - h_J$$

# Balanço de Energia para uma Turbina Hidráulica




**Turbina de reação**

## No trecho completo:

### adução (montante)

$$H_M = H_1 + h_M$$

### turbina

$$\frac{\dot{W}_m}{\dot{m}\,g} = H_1 - H_2 - h_{turb}$$

$$H_1 = H_2 + h_{turb} + \frac{\dot{W}_m}{\dot{m}\,g}$$

### descarga (jusante)

$$H_2 = H_J + h_J$$

$$H_M = H_J + h_J + h_{turb} + h_M + \frac{\dot{W}_m}{\dot{m}\,g}$$

$$\frac{\dot{W}_m}{\dot{m}\,g} = H_m = H_M - H_J - h_T$$

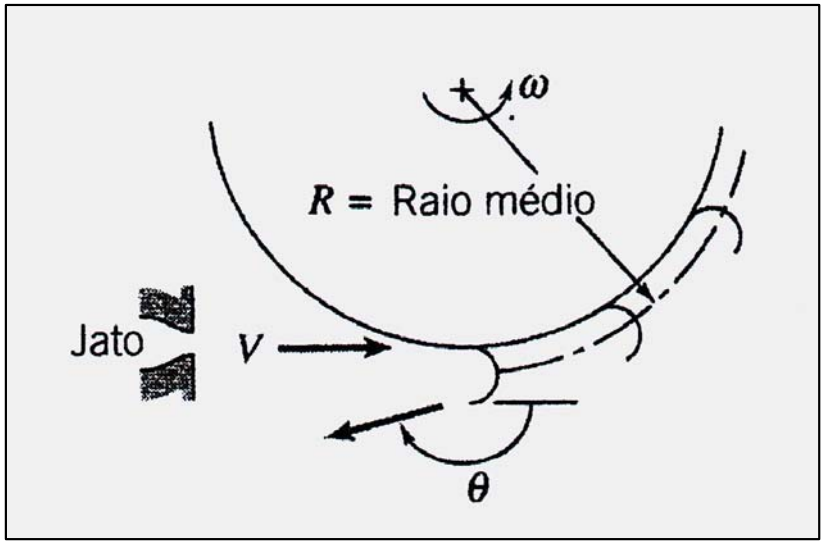
Altura motriz

$$\dot{W}_m = \dot{m}\,g\,H_m$$

$$\dot{W}_m = \rho\,g\,Q\,H_m$$

## Ex. 10.5 – Velocidade Ótima para uma Turbina de Impulsão

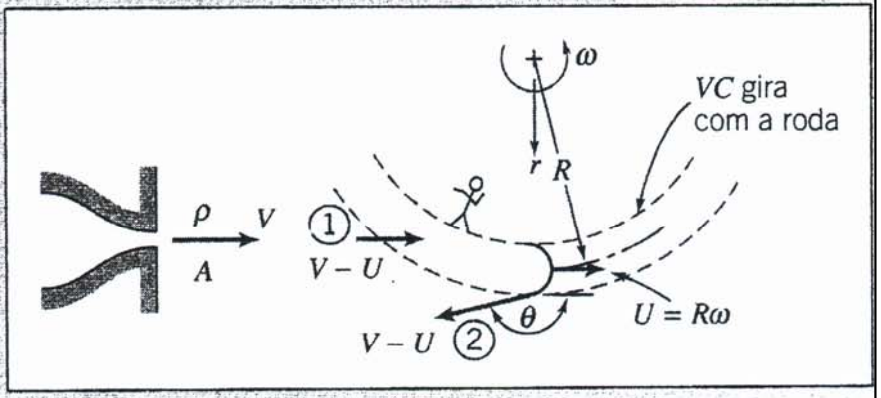
*Uma roda Pelton é uma forma de turbina de impulsão bem adaptada para situações de altura de carga elevada e baixa vazão. Considere o arranjo de roda Pelton e jato único mostrado, no qual o jato atinge a pá curva tangencialmente e é defletido de um ângulo θ. Obter uma expressão para o torque externo exercido pela corrente d'água sobre a roda e a correspondente potência produzida. Mostrar que a potência é máxima quando a velocidade da pá, U=Rω, é metade da velocidade V do jato.*



**Fox 6ª. edição**

**DADOS:** Roda Pelton e jato único mostrados.

**DETERMINAR:** (a) Expressão para o torque exercido sobre a roda.
(b) Expressão para a potência produzida.
(c) Razão entre a velocidade da roda $U$ e a velocidade do jato $V$, para potência máxima.




**SOLUÇÃO:**

Como uma ilustração de seu uso, começamos com a equação da quantidade de movimento angular, Eq. 4.52 (no CD), para um volume de controle rotativo, em vez da forma de VC inercial, Eq. 4.46, que usamos na dedução da equação de Euler para turbomáquinas na Seção 10-3.

Equação básica:

$$\vec{r}\times\vec{F}_S + \int_{VC}\vec{r}\times\vec{g}\,\rho d\forall + \vec{T}_{eixo} - \int_{VC}\vec{r}\times[2\vec{\omega}\times\vec{V}_{xyz} + \vec{\omega}\times(\vec{\omega}\times\vec{r}) + \dot{\vec{\omega}}\times\vec{r}]\,\rho d\forall$$

$$= 0(1) \qquad = 0(2) \qquad \approx 0(3)$$

$$= 0(4)$$

$$= \frac{\partial}{\partial t}\int_{VC}\vec{r}\times\vec{V}_{xyz}\,\rho d\forall + \int_{SC}\vec{r}\times\vec{V}_{xyz}\,\rho\vec{V}_{xyz}\cdot d\vec{A} \qquad (4.52)$$

Considerações: (1) Desprezar torque devido às forças de superfície.
(2) Desprezar torque devido às forças de campo.
(3) Desprezar massa de água sobre a roda.
(4) Escoamento permanente com relação à roda.
(5) Toda a água que sai do bocal atua sobre as pás.
(6) A altura da concha é pequena comparada com $R$, portanto $r_1 \simeq r_2 \simeq R$.
(7) Escoamento uniforme em cada seção.
(8) Não há variação da velocidade do jato em relação à pá.

Assim, posto que toda a água do jato cruza as pás,

$$\vec{T}_{\text{eixo}} = \vec{r}_1 \times \vec{V}_1(-\rho VA) + \vec{r}_2 \times \vec{V}_2(+\rho VA)$$

$$\vec{r}_1 = R\hat{e}_r \qquad \vec{r}_2 = R\hat{e}_r$$

$$\vec{V}_1 = (V-U)\hat{e}_\theta \qquad \vec{V}_2 = (V-U)\cos\theta\,\hat{e}_\theta + (V-U)\,\text{sen}\,\theta\,\hat{e}_r$$

$$T_{\text{eixo}}\,\hat{k} = R(V-U)\hat{k}(-\rho VA) + R(V-U)\cos\theta\,\hat{k}(\rho VA)$$

de modo que, finalmente,

$$T_{\text{eixo}}\,\hat{k} = -R(1-\cos\theta)\rho VA(V-U)\hat{k}$$

Este é o torque externo do eixo sobre o volume de controle, i.e., sobre a roda. O torqué exercido pela água sobre a roda é igual e oposto,

$$\vec{T}_{\text{saída}} = -\vec{T}_{\text{eixo}} = R(1-\cos\theta)\rho VA(V-U)\hat{k} = \rho QR(V-U)(1-\cos\theta)\hat{k} \longleftarrow \vec{T}_{\text{saí}}$$

A potência produzida correspondente é

$$\dot{W}_{\text{saída}} = \vec{\omega}\cdot\vec{T}_{\text{saída}} = R\omega(1-\cos\theta)\rho VA(V-U) = \rho QU(V-U)(1-\cos\theta) \longleftarrow \dot{W}_{\text{saí}}$$

Para determinar a condição de potência máxima, derive a expressão da potência com respeito à velocidade da roda $U$ e iguale o resultado a zero. Desse modo,

$$\frac{d\dot{W}}{dU} = \rho Q(V-U)(1-\cos\theta) + \rho QU(-1)(1-\cos\theta) = 0$$

$$\therefore (V-U) - U = V - 2U = 0$$

Assim, para potência máxima, $U/V = \frac{1}{2}$ ou $U = V/2$. $\longleftarrow U/V$

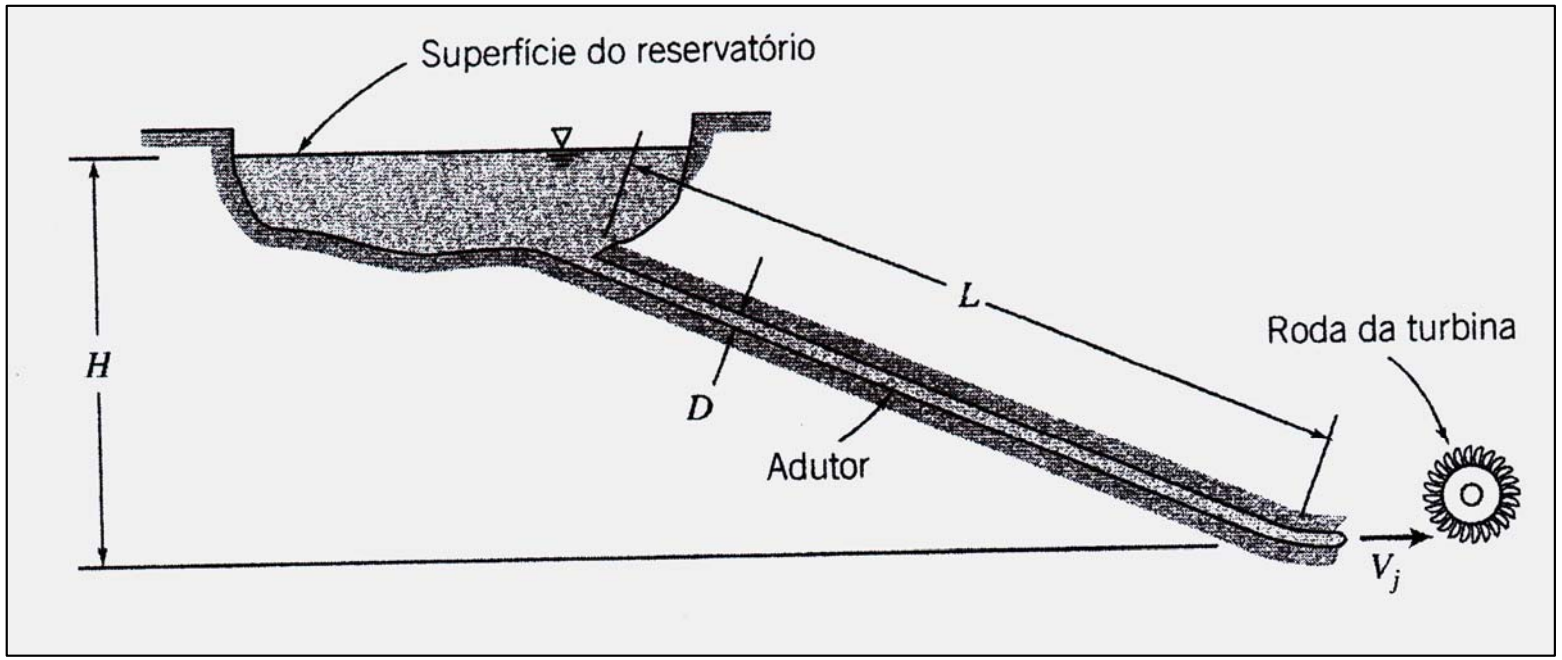
Nota: A deflexão do escoamento de $\theta = 180°$ resultaria em potência máxima com $U = V/2$. Sob estas condições, a velocidade absoluta teórica do fluido na saída (calculada na direção de $U$) seria $U - (V-U) = V/2 - (V - V/2) = 0$, de forma que não existiria perda de energia cinética na saída, maximizando a potência produzida. Na prática, é possível defletir o jato de ângulos de até 165°. Com $\theta = 165°$, $1 - \cos\theta \simeq 1{,}97$, ou cerca de 1,5% abaixo do valor para potência máxima.

Este problema ilustra o uso da equação da quantidade de movimento angular aplicada a um volume de controle girando, Eq. 4.52, para analisar o escoamento através de uma uma turbina de impulsão ideal.

- ✓ O pico de potência ocorre quando a velocidade da roda é metade da velocidade do jato, o que é um critério de projeto útil na seleção de uma turbina para uma dada altura de carga disponível.
- ✓ Este problema também pode ser analisado partindo de um volume de controle inercial, i. e., usando a equação de Euler das turbomáquinas (Problema 10.15).

## Ex. 10.15 – Desempenho e Otimização de uma Turbina de Impulsão

*Considere a instalação hipotética de uma turbina de impulsão mostrada. Analise o escoamento no adutor e desenvolva uma expressão para a potência ótima produzida pela turbina como função do diâmetro do tubo de adução, D. Obtenha uma expressão para a razão entre o diâmetro do jato, $D_j$, e o diâmetro do tubo de adução, para a qual a potência de saída é maximizada. Sob condições de potência máxima produzida, mostre que a perda de carga no tubo de adução representa 1/3 da altura de carga disponível. Desenvolva uma equação paramétrica para o diâmetro mínimo do adutro necessário para produzir uma potência especificada, usando a altura de carga bruta e o comprimento do adutor como parâmetros.*



**DADOS:** Instalação de turbina de impulsão mostrada.

**DETERMINAR:**
**(a)** Uma expressão para a potência produzida pela turbina como uma função do diâmetro do jato.
**(b)** Uma expressão para a razão entre o diâmetro do jato, $D_j$, e o diâmetro do tubo de adução, $D$, na qual a potência de saída é maximizada.
**(c)** A razão entre a perda de carga no tubo de adução e a altura disponível para as condições de máxima potência.
**(d)** Uma equação paramétrica para o diâmetro mínimo do tubo de adução necessário para produzir uma potência especificada, usando a altura de carga bruta e o comprimento do tubo como parâmetros.

**SOLUÇÃO:**
De acordo com os resultados do Exemplo 10.5, a potência produzida por uma turbina de impulsão idealizada é dada por $\mathcal{P}_{saída} = \rho Q U(V - U)(1 - \cos\theta)$. Para potência ótima de saída, $U = V/2 = V_j/2$, e

$$\mathcal{P}_{saída} = \rho Q \frac{V}{2}\left(V - \frac{V}{2}\right)(1 - \cos\theta) = \rho A_j V_j \frac{V_j}{2}\frac{V_j}{2}(1 - \cos\theta)$$

$$\mathcal{P}_{saída} = \rho A_j \frac{V_j^3}{4}(1 - \cos\theta)$$

Desse modo, a potência produzida é proporcional a $A_j V_j^3$.

Aplique a equação de energia para escoamento em tubos, permanente e incompressível, através do adutor, a fim de analisar $V_j^2$ na saída do bocal. A superfície livre do reservatório é designada como seção ①; ali $\bar{V}_1 \approx 0$.

Equação básica:

$$\frac{p_1}{\rho} + \alpha_1 \frac{\bar{V}_1^2}{2} + gz_1 - \left(\frac{p_j}{\rho} + \alpha_j \frac{\bar{V}_j^2}{2} + gz_j\right) = h_{l_T} = \left(K_{ent} + f\frac{L}{D}\right)\frac{\bar{V}_p^2}{2} + K_{bocal}\frac{\bar{V}_j^2}{2}$$

($\bar{V}_1 \approx 0$)

Considerações:
(1) Escoamento permanente.
(2) Escoamento incompressível.
(3) Escoamento completamente desenvolvido.
(4) Pressão atmosférica na saída do jato.
(5) $\alpha_j = 1$, então $\bar{V}_j = V_j$.
(6) Escoamento uniforme no tubo de adução, $\bar{V}_p = V$.
(7) $K_{ent} \ll f\frac{L}{D}$.
(8) $K_{bocal} = 0$.

Então,

$$g(z_1 - z_j) = gH = f\frac{L}{D}\frac{V^2}{2} + \frac{V_j^2}{2} \quad \text{ou} \quad V_j^2 = 2gH - f\frac{L}{D}V^2$$

Portanto, a altura de carga disponível é parcialmente consumida pelo atrito no tudo de adução, e o restante está disponível como energia cinética no jato de saída — em outras palavras, a energia cinética do jato é reduzida pela perda no tubo de adução. Entretanto, essa perda é uma função da velocidade do jato, conforme podemos ver da continuidade,

$$VA = V_j A_j, \text{ logo } V = V_j\frac{A_j}{A} = V_j\left(\frac{D_j}{D}\right)^2 \quad \text{e} \quad V_j^2 = 2gH - f\frac{L}{D}V_j^2\left(\frac{D_j}{D}\right)^4$$

Resolvendo para $V_j$, obtemos

$$V_j = \left[\frac{2gH}{\left\{1 + f\frac{L}{D}\left(\frac{D_j}{D}\right)^4\right\}}\right]^{\frac{1}{2}} \qquad (1)$$

A potência da turbina pode ser escrita como

$$\mathcal{P} = \rho A_j \frac{V_j^3}{4}(1-\cos\theta) = \rho\frac{\pi}{16}D_j^2\left[\frac{2gH}{\left\{1+f\frac{L}{D}\left(\frac{D_j}{D}\right)^4\right\}}\right]^{\frac{3}{2}}(1-\cos\theta)$$

$$\mathcal{P} = C_1 D_j^2\left[\frac{2gH}{\left\{1+f\frac{L}{D}\left(\frac{D_j}{D}\right)^4\right\}}\right]^{\frac{3}{2}} \longleftarrow \mathcal{P}$$

onde $C_1 = \rho\pi(2gH)^{3/2}(1-\cos\theta)/16 = \text{constante}$.

Para encontrar a condição de máxima potência produzida, para um diâmetro fixo do tubo de adução, $D$, derivamos em relação a $D_j$ e igualamos a zero.

$$\frac{d\mathcal{P}}{dD_j} = 2C_1 D_j\left[1+f\frac{L}{D}\left(\frac{D_j}{D}\right)^4\right]^{-\frac{3}{2}} - \frac{3}{2}C_1 D_j^2\left[1+f\frac{L}{D}\left(\frac{D_j}{D}\right)^4\right]^{-\frac{5}{2}}4f\frac{L}{D}\frac{D_j^3}{D^4} = 0$$

Então,

$$1+f\frac{L}{D}\left(\frac{D_j}{D}\right)^4 = 3f\frac{L}{D}\left(\frac{D_j}{D}\right)^4$$

Resolvendo para $D_j/D$, obtemos

$$\frac{D_j}{D} = \left[\frac{1}{2f\frac{L}{D}}\right]^{\frac{1}{4}} \longleftarrow \frac{D_j}{D}$$

Para o valor ótimo de $D_j/D$, a velocidade do jato é dada pela Eq. 1 como

$$V_j = \left[\frac{2gH}{\left\{1+f\frac{L}{D}\left(\frac{D_j}{D}\right)^4\right\}}\right]^{\frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{4}{3}gH}$$

A perda de carga na potência máxima é, então,

$$h_l = f\frac{L}{D}\frac{V^2}{V} = gH - \frac{V_j^2}{2} = gH - \frac{2}{3}gH = \frac{1}{3}gH$$

e

$$\frac{h_l}{gH} = \frac{1}{3} \longleftarrow \frac{h_l}{gH}$$

Sob condições de potência máxima

$$\mathcal{P}_{máx} = \rho V_j^3\frac{A_j}{4}(1-\cos\theta) = \rho\left(\frac{4}{3}gH\right)^{\frac{3}{2}}\frac{\pi}{16}\left[\frac{D^5}{2fL}\right]^{\frac{1}{2}}(1-\cos\theta)$$

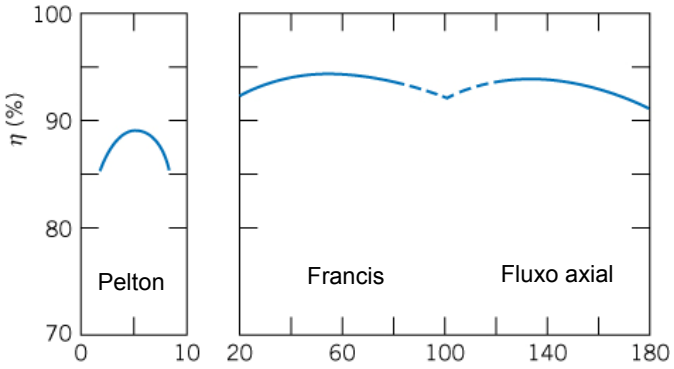
Finalmente, para obter o mínimo diâmetro do tubo de adução, a equação pode ser escrita na forma

$$D \propto \left(\frac{L}{H}\right)^{\frac{1}{5}}\left(\frac{\mathcal{P}}{H}\right)^{\frac{2}{5}} \longleftarrow D$$

Este problema ilustra a otimização de uma turbina de impulsão idealizada. A análise determina a bitola mínima do adutor necessária para obter uma potência de saída especificada. Na prática, diâmetros maiores do que o calculado são usados, reduzindo a perda de carga por atrito abaixo daquela aqui determinada.

## Prob. 10.43 (6ª. Edição) – Definição de um modelo reduzido de uma turbina de reação

*Uma turbina de reação é projetada para produzir 24.000 hp a 120 rpm, com uma altura de carga de 150ft. Bancadas de laboratório estão disponíveis para fornecer 30 ft de altura de carga e para abosrver 45 hp da turbina modelo. Considere eficiências comparáveis para as turbinas modelo e protótipo e determine a velocidade, a razão de escala e a vazão volumétrica apropriadas para o teste do modelo. Considerar as curvas de eficiência apresentadas.*



***A partir dos requisitos de projeto, definir as características do modelo reduzido apropriado, ou seja, velocidade de rotação, razão de escala e vazão volumétrica.***

$$N_{sco} = \frac{N\,(rpm)\sqrt{\dot{W}\,(hp)}}{H\,(ft)^{5/4}} = \frac{(120\,rpm)(24.000\,hp)^{1/2}}{(150\,ft)^{5/4}} = 35,4$$

***Resolvendo para a velocidade do modelo:***

$$N\,(rpm) = \frac{N_{sco}\,H\,(ft)^{5/4}}{\sqrt{\dot{W}\,(hp)}} = \frac{35,4(30\,ft)^{5/4}}{(45hp)^{1/2}} = \boxed{371rpm}$$

***Considerando as mesmas condições dinâmicas:***

$$\frac{D_m}{D_p} = \left[\frac{H_m\,(\omega_p)^2}{H_p\,(\omega_m)^2}\right]^{1/2} = \left[\frac{H_m}{H_p}\right]^{1/2}\frac{\omega_p}{\omega_m} = \left[\frac{30}{150}\right]^{1/2}\frac{120}{371} = \boxed{0,145}$$

***Além disso:***
$$\frac{Q_p}{\omega_p D_p^3} = \frac{Q_m}{\omega_m D_m^3} \Rightarrow Q_m = Q_p\,\frac{\omega_m}{\omega_p}\left(\frac{D_m}{D_p}\right)^3$$

***Para se encontrar $Q_p$, é necessária a eficiência, que deve ser retirada do gráfico fornecido, donde $\eta_p$=0,93***

***Como:***
$$\eta = \frac{\dot{W}_m}{\dot{W}_h} = \frac{\dot{W}_m}{\rho g Q H},\quad Q_p = \frac{\dot{W}_m}{\eta\rho g H}$$

$$Q_p = \frac{1}{0,93}\times 24.000hp \times \frac{ft^3}{62,4lbf}\times\frac{1}{150\,ft}\times 550\,\frac{ft\cdot lbf}{hp\cdot s} = 1520\,ft^3/s \therefore \boxed{Q_m = 14,2\,ft^3/s}$$