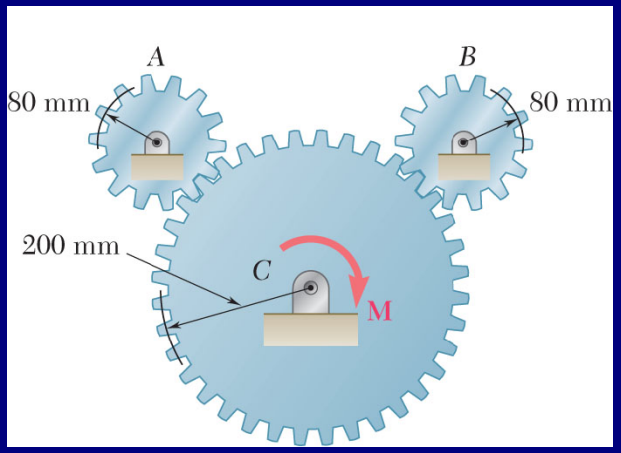
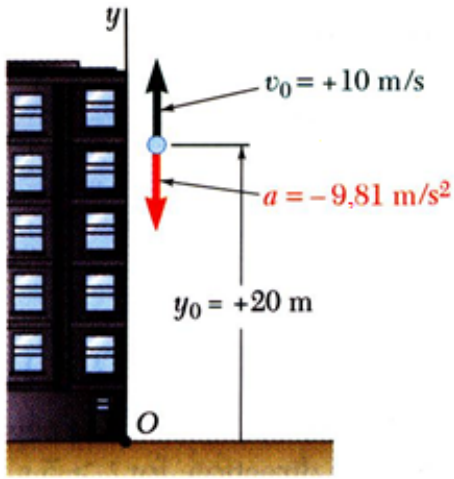


Exemplos - Soluções

I – Cinemática da Partícula

Exemplo 1.1

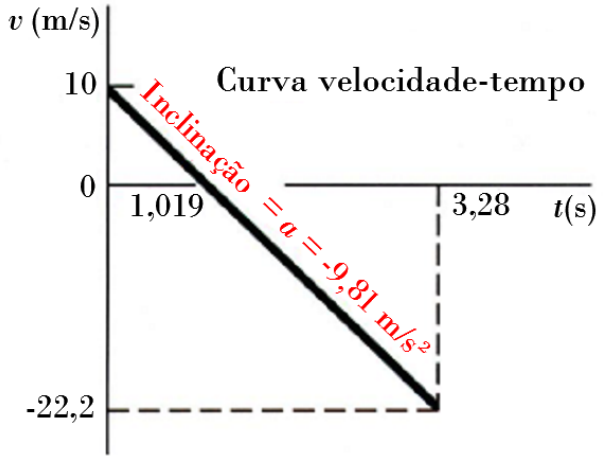


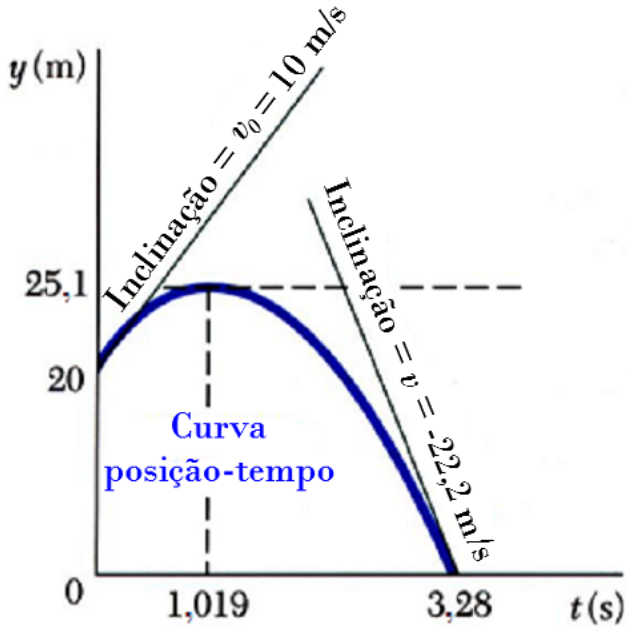
Uma bola é arremessada para cima com velocidade vertical de 10 m/s de uma janela localizada a 20 m acima do solo.
Determine:

- a velocidade e a elevação da bola acima do solo para qualquer instante *t*,
- a elevação máxima atingida pela bola e o correspondente valor de *t*, e
- o instante em que a bola atingirá o solo e a velocidade correspondente.

SOLUÇÃO:

- Integramos a aceleração duas vezes para encontrar $v(t)$ e $y(t)$.
- Determinamos o valor de *t* para o qual a velocidade se iguala a zero (instante em que a elevação é máxima) e calculamos a altitude correspondente.
- Determinamos o valor de *t* para o qual a elevação se iguala a zero (instante em que a bola atinge o solo) e calculamos a velocidade correspondente.





SOLUÇÃO:

- Integramos a aceleração duas vezes para encontrar $v(t)$ e $y(t)$.

$$\frac{dv}{dt} = a = -9{,}81\,\mathrm{m/s^2}$$

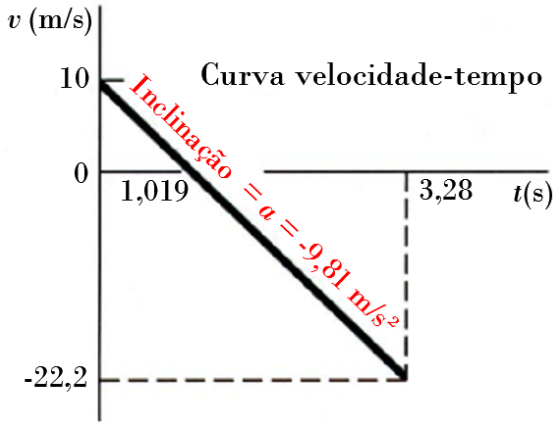
$$\int_{v_0}^{v(t)} dv = -\int_0^t 9{,}81\,dt \qquad v(t) - v_0 = -9{,}81t$$

$$v(t) = 10\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} - \left(9{,}81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s^2}}\right)t$$

$$\frac{dy}{dt} = v = 10 - 9{,}81t$$

$$\int_{y_0}^{y(t)} dy = \int_0^t (10 - 9{,}81t)\,dt \qquad y(t) - y_0 = 10t - \tfrac{1}{2}9{,}81t^2$$

$$y(t) = 20\,\mathrm{m} + \left(10\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)t - \left(4{,}905\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s^2}}\right)t^2$$

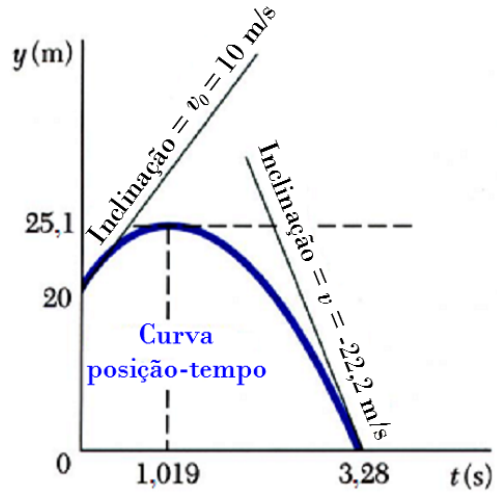


- Determinamos o valor de *t* para o qual a velocidade se iguala a zero.

$$v(t) = 10\frac{\text{m}}{\text{s}} - \left(9{,}81\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)t = 0$$

$$\boxed{t = 1{,}019\,\text{s}}$$

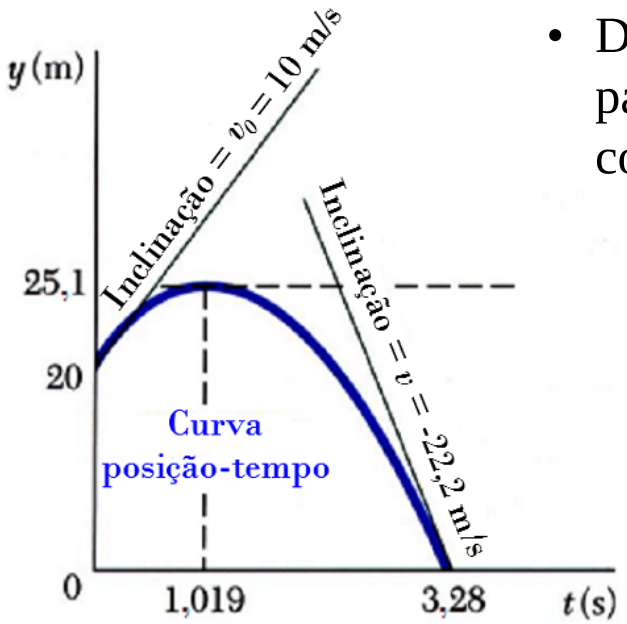
- Calculamos a altitude correspondente.



$$y(t) = 20\,\text{m} + \left(10\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)t - \left(4{,}905\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)t^2$$

$$y = 20\,\text{m} + \left(10\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)(1{,}019\,\text{s}) - \left(4{,}905\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)(1{,}019\,\text{s})^2$$

$$\boxed{y = 25{,}1\,\text{m}}$$



- Determinamos o valor de *t* para o qual a elevação da partícula se iguala a zero e calculamos a velocidade correspondente.

$$y(t) = 20\,\text{m} + \left(10\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)t - \left(4{,}905\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)t^2 = 0$$

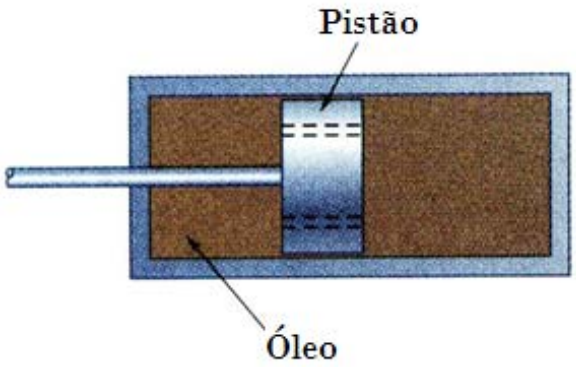
$$t = -1{,}243\,\text{s}\ \ (\text{não se aplica})$$
$$t = 3{,}28\,\text{s}$$

$$v(t) = 10\,\frac{\text{m}}{\text{s}} - \left(9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)t$$

$$v(3{,}28\,\text{s}) = 10\,\frac{\text{m}}{\text{s}} - \left(9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)(3{,}28\,\text{s})$$

$$v = -22{,}2\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Exemplo 1.2



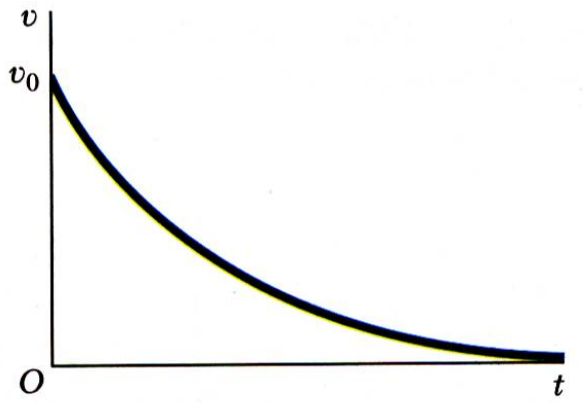
$a = -kv$

O mecanismo de freio usado para reduzir o recuo em certos tipos de arma consiste em um pistão preso ao cano e que se move em um cilindro fixo, cheio de óleo. Quando o cano recua com velocidade inicial v_0, o pistão se move e o óleo é forçado através de orifícios em seu interior, causando uma desaceleração do pistão e do cano a uma taxa proporcional à velocidade de ambos.

Determine $v(t)$, $x(t)$, e $v(x)$.

SOLUÇÃO:

- Integramos $a = dv/dt = -kv$ para encontrar $v(t)$.
- Integramos $v(t) = dx/dt$ para encontrar $x(t)$.
- Integramos $a = v\, dv/dx = -kv$ para encontrar $v(x)$.

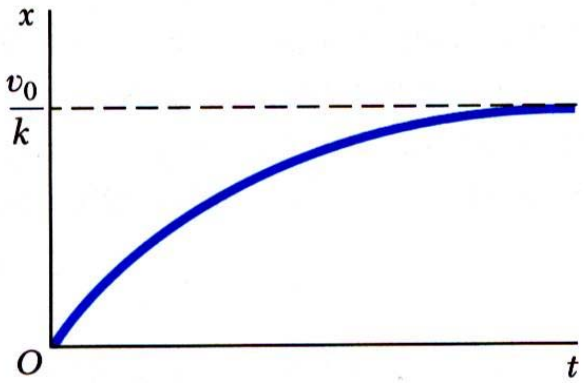


SOLUÇÃO:

- Integramos $a = dv/dt = -kv$ para encontrar $v(t)$.

$$a = \frac{dv}{dt} = -kv \qquad \int_{v_0}^{v(t)} \frac{dv}{v} = -k\int_0^t dt \qquad \ln\frac{v(t)}{v_0} = -kt$$

$$\boxed{v(t) = v_0 e^{-kt}}$$

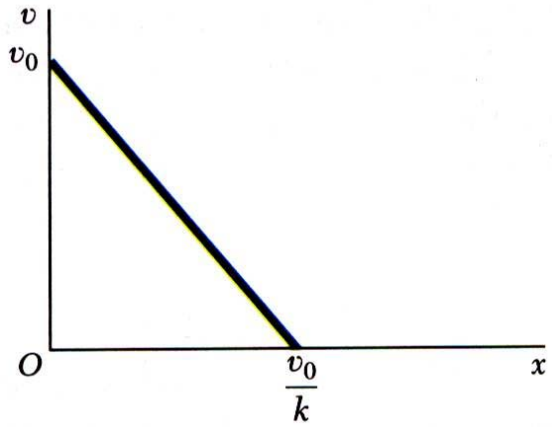


- Integramos $v(t) = dx/dt$ para encontrar $x(t)$.

$$v(t) = \frac{dx}{dt} = v_0 e^{-kt}$$

$$\int_0^{x(t)} dx = v_0\int_0^t e^{-kt}dt \qquad x(t) = v_0\left[-\frac{1}{k}e^{-kt}\right]_0^t$$

$$\boxed{x(t) = \frac{v_0}{k}\left(1 - e^{-kt}\right)}$$



- Integramos $a = v\,dv/dx = -kv$ para encontrar $v(x)$.

$$a = v\frac{dv}{dx} = -kv \qquad dv = -k\,dx \qquad \int_{v_0}^{v} dv = -k\int_{0}^{x} dx$$

$$v - v_0 = -kx$$

$$\boxed{v = v_0 - kx}$$

- Alternativamente,

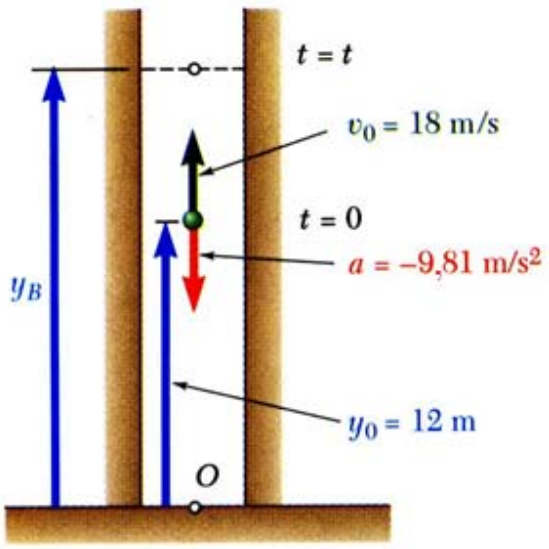
$$\text{com} \quad x(t) = \frac{v_0}{k}\left(1 - e^{-kt}\right)$$

$$\text{e} \quad v(t) = v_0 e^{-kt} \quad \text{or} \quad e^{-kt} = \frac{v(t)}{v_0}$$

$$\text{temos,} \quad x(t) = \frac{v_0}{k}\left(1 - \frac{v(t)}{v_0}\right)$$

$$\boxed{v = v_0 - kx}$$

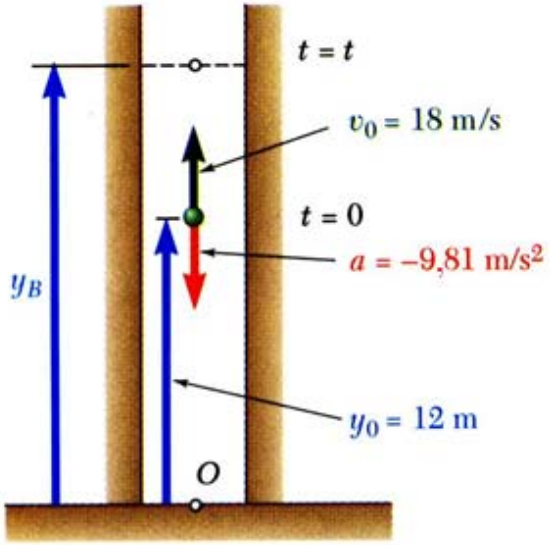
Exemplo 1.3



Uma bola é arremessada verticalmente de uma altura de 12 m de um poço de elevador com velocidade inicial de 18 m/s. No mesmo instante, um elevador de plataforma aberta passa pelo nível de 5 m, subindo com velocidade de 2 m/s. Determine *(a)* quando e onde a bola atinge o elevador e *(b)* a velocidade relativa da bola em relação ao elevator quando a bola o atinge.

SOLUÇÃO:

- Substituímos a posição e a velocidade iniciais e a aceleração constante nas equações gerais para o movimento retilíneo uniformemente acelerado.
- Substituímos a posição inicial e a velocidade do elevador na equação para o movimento retilíneo uniforme.
- Escrevemos equações para a posição relativa da bola em relação ao elevador e resolvemos para a posição relativa zero, ou seja, para a posição em que ambos se chocam.
- Susbstituímos o valor do instante de tempo do impacto nas equações para a posição do elevador e para velocidade relativa da bola em relação ao elevador.

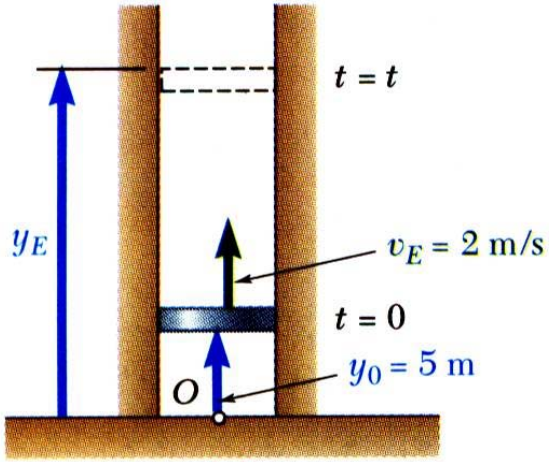


SOLUÇÃO:

- Substituímos a posição e a velocidade iniciais e a aceleração constante nas equações gerais para o movimento retilíneo uniformemente acelerado.

$$v_B = v_0 + at = 18\frac{\text{m}}{\text{s}} - \left(9{,}81\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)t$$

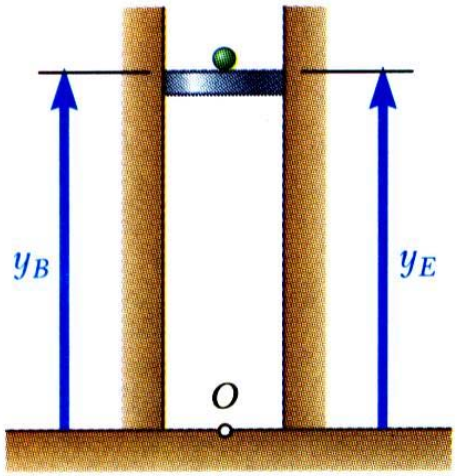
$$y_B = y_0 + v_0 t + \tfrac{1}{2}at^2 = 12\,\text{m} + \left(18\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)t - \left(4{,}905\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)t^2$$



- Substituímos a posição inicial e a velocidade do elevador na equação para o movimento retilíneo uniforme.

$$v_E = 2\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$y_E = y_0 + v_E t = 5\,\text{m} + \left(2\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)t$$



- Escrevemos equações para a posição relativa da bola em relação ao elevador e resolvemos para a posição relativa zero, ou seja, para a posição em que ambos se chocam.

$$y_{B/E} = \left(12 + 18t - 4{,}905t^2\right) - \left(5 + 2t\right) = 0$$

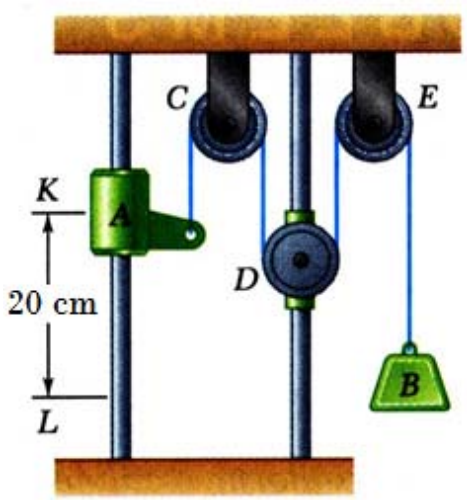
$$t = -0{,}39\,\text{s} \quad (\text{não se aplica})$$
$$t = 3{,}65\,\text{s}$$

- Susbstituímos o valor do instante de tempo do impacto nas equações para a posição do elevador e para velocidade relativa da bola em relação ao elevador.

$$y_E = 5 + 2(3{,}65) \qquad y_E = 12.3\,\text{m}$$

$$v_{B/E} = \left(18 - 9{,}81t\right) - 2$$
$$= 16 - 9{,}81\left(3{,}65\right) \qquad v_{B/E} = -19{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

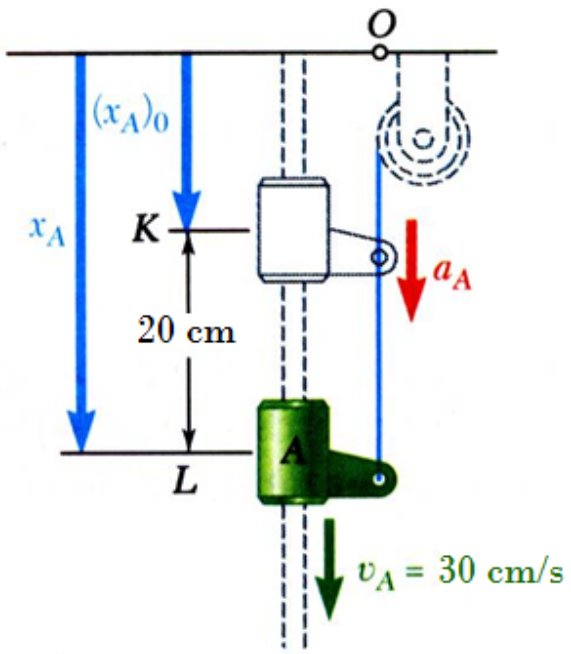
Exemplo 1.4



A polia *D* está presa a um cursor que que é puxado para baixo com velocidade de 7,5 cm/s. No instante $t = 0$, o cursor *A* começa a se mover para baixo a partir de *K* com aceleração constante e velocidade inicial nula. Sabendo que a velocidade do cursor *A* é de 30 cm/s ao passar pelo ponto *L*, determine a variação na elevação, a velocidade e a aceleração do bloco *B* quando o bloco *A* passar por *L*.

SOLUÇÃO:

- Colocamos a origem na superfície horizontal superior e escolhemos o sentido positivo para baixo.
- O cursor *A* tem movimento retilíneo uniformemente acelerado. Calculamos sua aceleração e o tempo *t* para que passe por *L*.
- A polia *D* tem movimento retilíneo uniforme. Calculamos a variação da posição no tempo *t*.
- O movimento do bloco *B* é dependente dos movimentos do cursor *A* e da polia *D*. Escremos relações entre os movimentos e as resolvemos para obter a variação na elevação do bloco *B*.
- Derivamos a relação de movimento duas vezes para obter equações para a velocidade e para a aceleração do bloco *B*.



SOLUÇÃO:

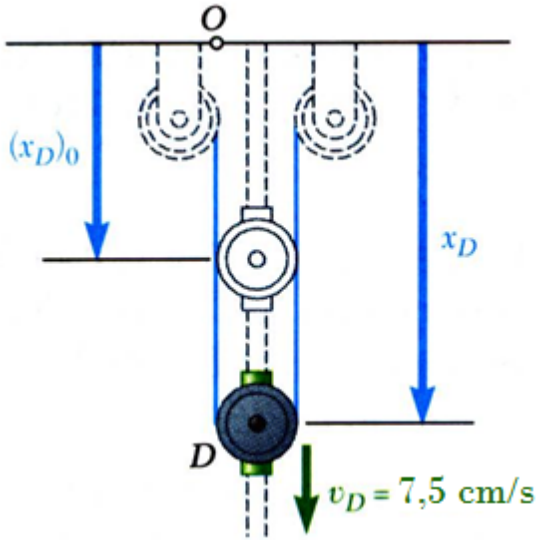
- Colocamos a origem na superfície horizontal superior e escolhemos o sentido positivo para baixo.
- O cursor *A* tem movimento retilíneo uniformemente acelerado. Calculamos sua aceleração e o tempo *t* para que passe por *L*.

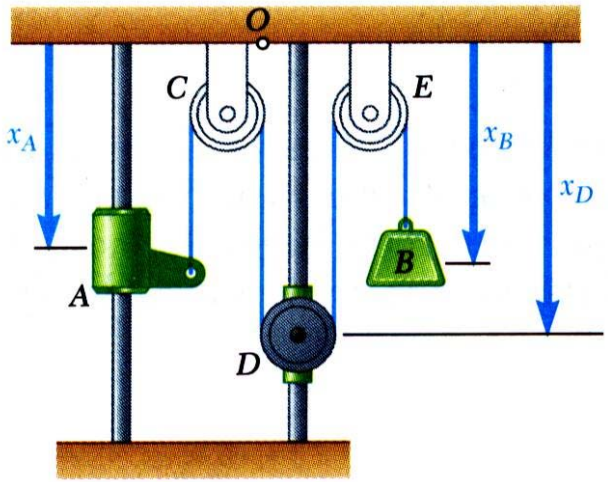
$$v_A^2 = (v_A)_0^2 + 2a_A\left[x_A - (x_A)_0\right]$$

$$\left(30\frac{\text{cm}}{\text{s}}\right)^2 = 2a_A(20\,\text{cm}) \qquad a_A = 22{,}5\frac{\text{cm}}{\text{s}^2}$$

$$v_A = (v_A)_0 + a_A t$$

$$30\frac{\text{cm}}{\text{s}} = 22{,}5\frac{\text{cm}}{\text{s}^2}t \qquad t = 1{,}333\,\text{s}$$





- A polia *D* tem movimento retilíneo uniforme. Calculamos a variação da posição no tempo *t*.

$$x_D = (x_D)_0 + v_D t$$

$$x_D - (x_D)_0 = \left(7{,}5\,\frac{\text{cm}}{\text{s}}\right)(1{,}333\,\text{s}) = 10\,\text{cm}$$

- O movimento do bloco *B* é dependente dos movimentos do cursor *A* e da polia *D*. Escremos relações entre os movimentos e as resolvemos para obter a variação na elevação do bloco *B*.

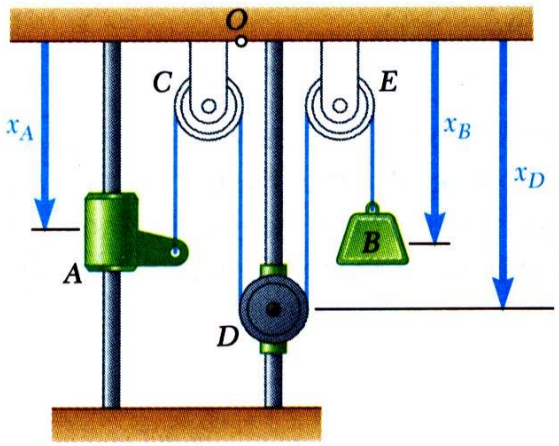
  O comprimento total do cabo permanece constante, logo,

$$x_A + 2x_D + x_B = (x_A)_0 + 2(x_D)_0 + (x_B)_0$$

$$[x_A - (x_A)_0] + 2[x_D - (x_D)_0] + [x_B - (x_B)_0] = 0$$

$$(20\,\text{cm}) + 2(10\,\text{cm}) + [x_B - (x_B)_0] = 0$$

$$\boxed{x_B - (x_B)_0 = -40\,\text{cm}}$$



- Derivamos a relação de movimento duas vezes para obter equações para a velocidade e para a aceleração do bloco *B*.

$$x_A + 2x_D + x_B = \text{constante}$$

$$v_A + 2v_D + v_B = 0$$

$$\left(30\frac{\text{cm}}{\text{s}}\right) + 2\left(3\frac{7,5}{\text{s}}\right) + v_B = 0$$

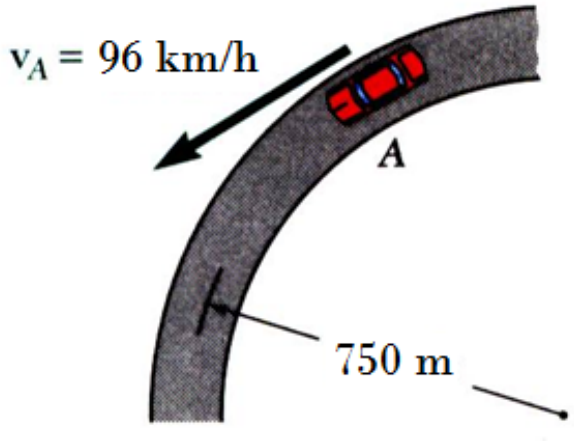
$$\boxed{v_B = -45\frac{\text{cm}}{\text{s}}}$$

$$a_A + 2a_D + a_B = 0$$

$$\left(22,5\frac{\text{cm}}{\text{s}^2}\right) + a_B = 0$$

$$\boxed{a_B = -22,5\frac{\text{cm}}{\text{s}^2}}$$

Exemplo 1.5

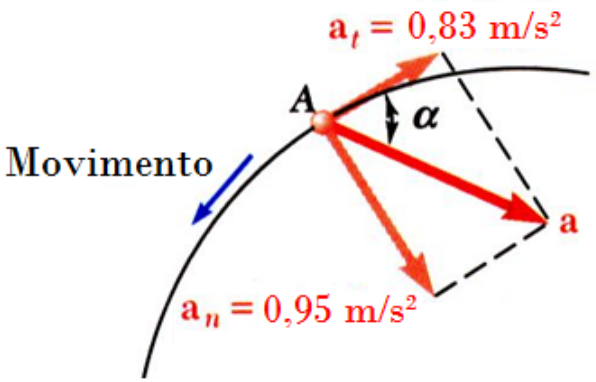


Um motorista está percorrendo uma seção curva de rodovia a 96 km/h. Ele, então, aciona os freios impondo ao carro uma taxa de desaceleração constante.

Sabendo que após 8 s a velocidade escalar for reduzida para 72 km/h, determine a aceleração do automóvel imediatamente após os freios terem sido acionados.

SOLUÇÃO:

- Calculamos os componentes tangencial e normal da aceleração.
- Determinamos a intensidade e a direção da aceleração.



$96\,km/h = 26{,}67\,m/s$

$72\,km/h = 20\,m/s$

SOLUÇÃO:

- Calculamos os componentes tangencial e normal da aceleração.

$$a_t = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{(20 - 26{,}67)\,m/s}{8\,s} = -0{,}83\,\frac{m}{s^2}$$

$$a_n = \frac{v^2}{\rho} = \frac{(26{,}67\,m/s)^2}{750\,m} = 0{,}95\,\frac{m}{s^2}$$

- Determinamos a intensidade e a direção da aceleração.

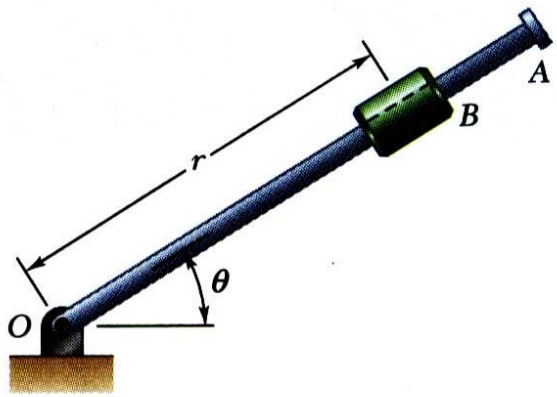
$$a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2} = \sqrt{(-0{,}83)^2 + 0{,}95^2}$$

$$\boxed{a = 1{,}26\,\frac{m}{s^2}}$$

$$\tan\alpha = \frac{a_n}{a_t} = \frac{0{,}95}{0{,}83}$$

$$\boxed{\alpha = 48{,}9°}$$

Exemplo 1.6

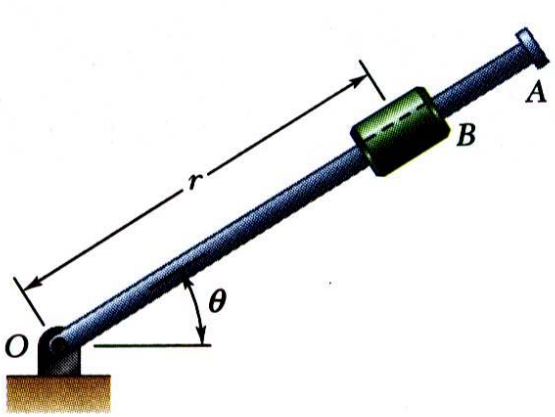


O rotação do braço *OA* em torno de *O* é definida pela relação $\theta = 0{,}15t^2$, onde θ está em radianos e *t* em segundos. O Cursor B desliza ao longo do braço de tal maneira que sua distância em relação a *O* é $r = 0{,}9 - 0{,}12t^2$, onde *r* é expresso em metros.

Após o braço ter girado 30º, determine *(a)* a velocidade total do cursor, *(b)* a aceleração total do cursor e *(c)* a aceleração relativa do cursor em relação ao braço.

SOLUÇÃO:

- Determinamos o tempo *t* para o qual $\theta = 30^o$.
- Determinamos os valores de *r* e θ, e de suas primeiras e segundas derivadas no instante *t*.
- Calculamos a velocidade e a aceleração em coordenadas cilíndricas.
- Determinamos a aceleração do cursor em relação ao braço.



SOLUÇÃO:

- Calculamos o tempo t para o qual $\theta = 30^{o}$.

$$\theta = 0{,}15t^2$$

$$= 30° = 0{,}524\,\text{rad} \qquad t = 1{,}869\,\text{s}$$

- Determinamos os valores de r e θ, e de suas primeiras e segundas derivadas no instante t

$$r = 0{,}9 - 0{,}12t^2 = 0{,}481\,\text{m}$$

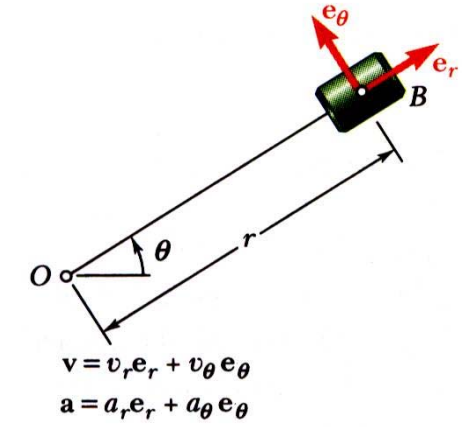
$$\dot{r} = -0{,}24t = -0{,}449\,\text{m/s}$$

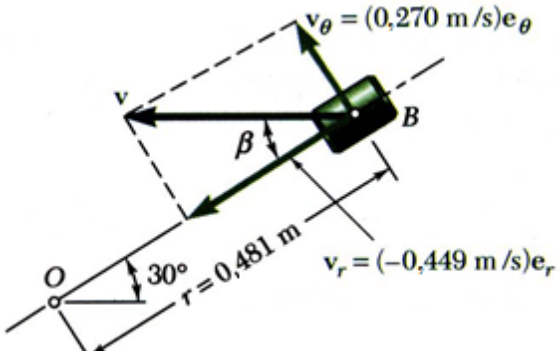
$$\ddot{r} = -0{,}240\,\text{m/s}^2$$

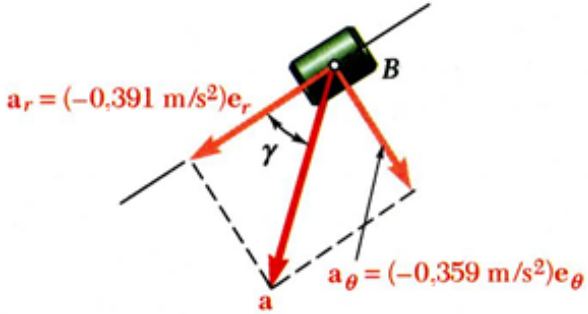
$$\theta = 0{,}15t^2 = 0{,}524\,\text{rad}$$

$$\dot{\theta} = 0{,}30t = 0{,}561\,\text{rad/s}$$

$$\ddot{\theta} = 0{,}300\,\text{rad/s}^2$$







- Calculamos a velocidade e a aceleração.

$$v_r = \dot{r} = -0{,}449\,\text{m/s}$$

$$v_\theta = r\dot{\theta} = (0{,}481\,\text{m})(0{,}561\,\text{rad/s}) = 0{,}270\,\text{m/s}$$

$$v = \sqrt{v_r^2 + v_\theta^2} \qquad \beta = \arctan\frac{v_\theta}{v_r}$$

$$v = 0{,}524\,\text{m/s} \qquad \beta = 31{,}0°$$

$$a_r = \ddot{r} - r\dot{\theta}^2$$

$$= -0{,}240\,\text{m/s}^2 - (0{,}481\,\text{m})(0{,}561\,\text{rad/s})^2$$

$$= -0{,}391\,\text{m/s}^2$$

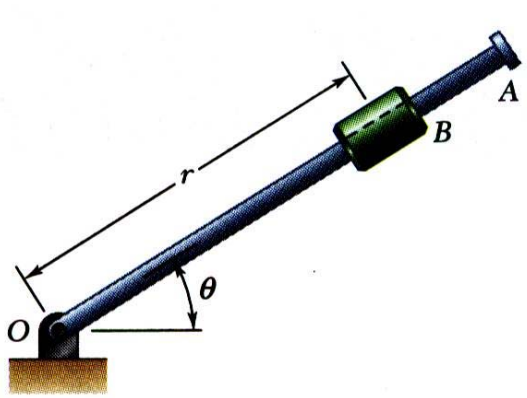
$$a_\theta = r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta}$$

$$= (0{,}481\,\text{m})(0{,}300\,\text{rad/s}^2) + 2(-0{,}449\,\text{m/s})(0{,}561\,\text{rad/s})$$

$$= -0{,}359\,\text{m/s}^2$$

$$a = \sqrt{a_r^2 + a_\theta^2} \qquad \gamma = \arctan\frac{a_\theta}{a_r}$$

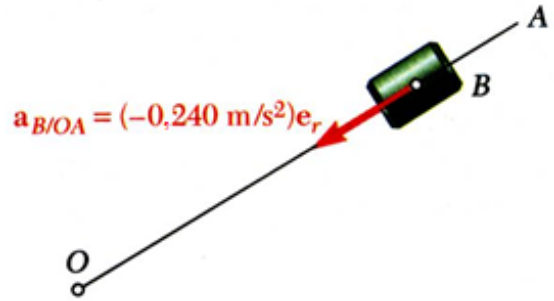
$$a = 0{,}531\,\text{m/s} \qquad \gamma = 42{,}6°$$



- Determinamos a aceleração do cursor em relação ao braço.

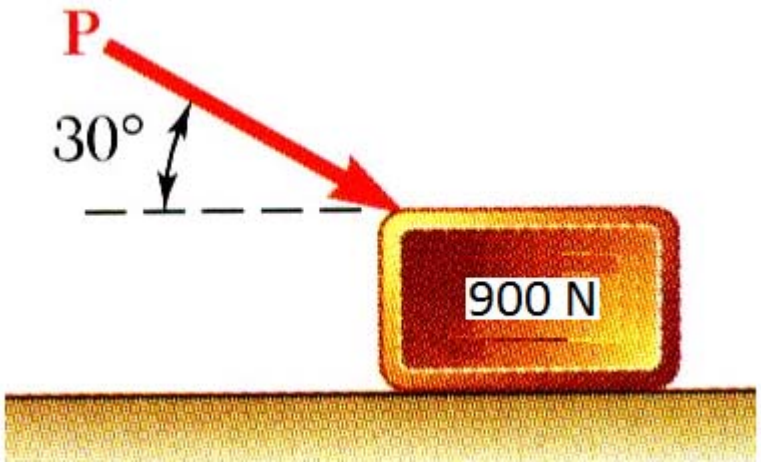
  O movimento do cursor em relação ao braço é retilíneo e definido pela coordenada r.

$$a_{B/OA} = \ddot{r} = -0{,}240\,\mathrm{m/s^2}$$



II – Cinética da Partícula

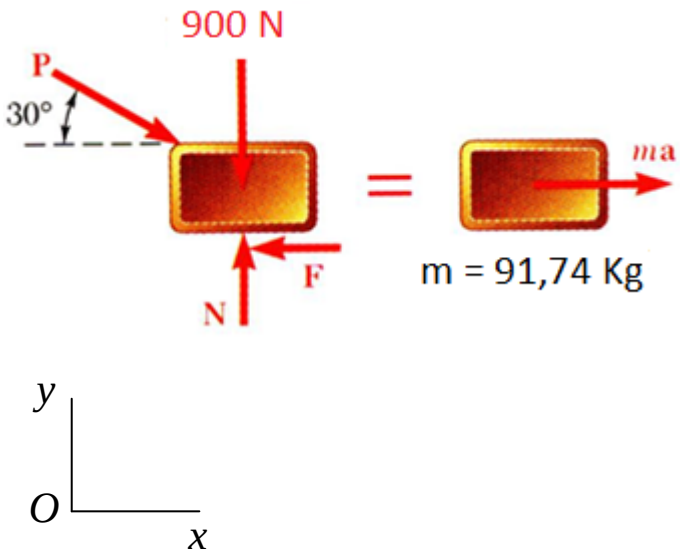
Exemplo 2.1



Um bloco de 900 N repousa sobre um plano horizontal. Encontre o módulo da força P necessária para dar ao bloco uma aceleração de 3 m/s² para a direita. O coeficiente de atrito cinético entre o bloco e o plano é μ = 0,25.

SOLUÇÃO:

- Deve-se separar a equação de movimento do bloco em duas equações componentes ortogonais.
- As incógnitas consistem da força aplicada P e a reação normal do plano N. As duas equações podem ser resolvidas para essas incógnitas.



$$m = \frac{W}{g} = \frac{900N}{9{,}81\,\mathrm{m/s^2}}$$

$$= 91{,}74Kg$$

$$F = \mu_k N$$

$$= 0.25N$$

SOLUÇÃO:

- Resolver a equação de movimento para o bloco em duas equações componentes retangulares.

$$\sum F_x = ma:$$

$$P\cos 30° - 0.25N = (91{,}74Kg)(3\,\mathrm{m/s^2})$$

$$= 275{,}22\mathrm{N}$$

$$\sum F_y = 0:$$

$$N - P\sin 30° - 900\mathrm{N} = 0$$

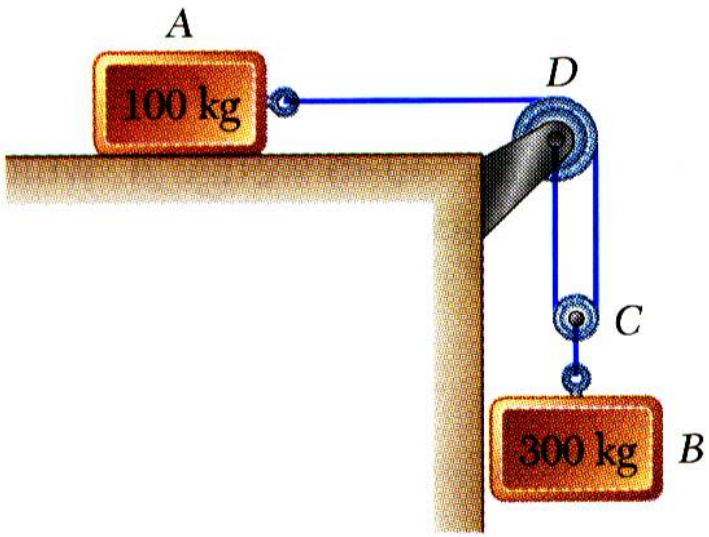
- As incógnitas consistem da força aplicada P e a reação normal N do plano. As duas equações podem ser resolvidas para essas incógnitas.

$$N = P\sin 30° + 900\mathrm{N}$$

$$P\cos 30° - 0.25(P\sin 30° + 900\mathrm{N}) = 275{,}22N$$

$$\boxed{P = 676\mathrm{N}}$$

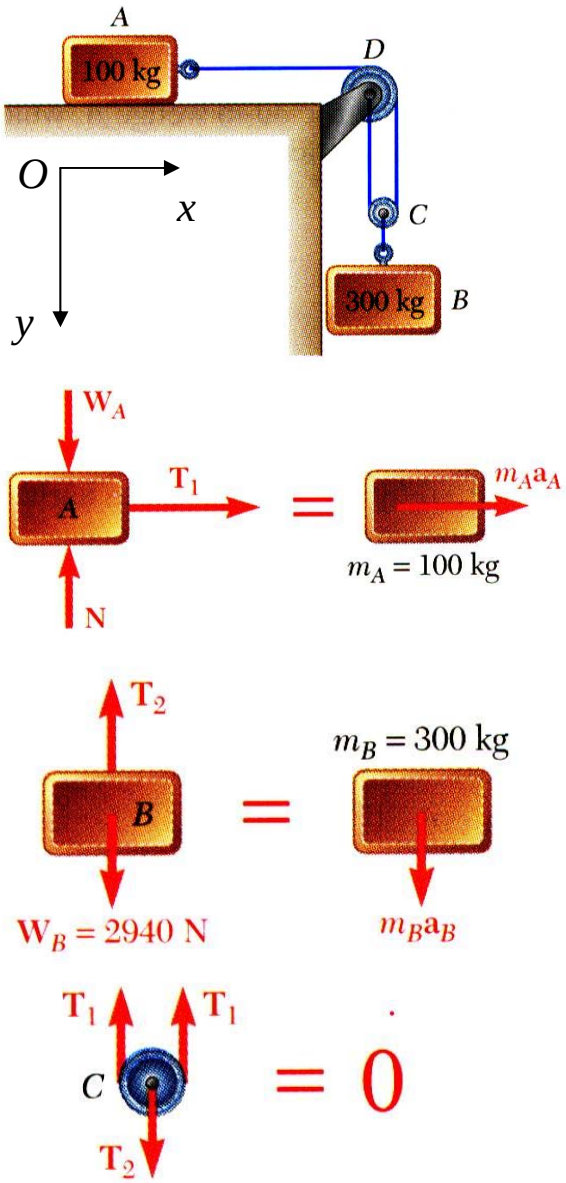
Exemplo 2.2



Os dois blocos mostrados partem do repouso. Não há atrito entre o plano horizontal e a polia e presume-se que a polia tenha massa desprezível. Determine a aceleração de cada bloco e a tensão em cada corda.

SOLUÇÃO:

- Escreva as relações cinemáticas para os movimentos dependentes e acelerações dos blocos
- Escreva as equações de movimento para os blocos e a polia.
- Combine as relações cinemáticas com as equações de movimento para encontrar as acelerações de cada bloco e a tensão em cada corda.



SOLUÇÃO:

- Escreva as relações cinemáticas para os movimentos dependentes e acelerações dos blocos.

$$y_B = \frac{1}{2} x_A \qquad a_B = \frac{1}{2} a_A$$

- Escreva as equações de movimento para blocos e polias.

$$\sum F_x = m_A a_A :$$

$$T_1 = (100\,\text{kg}) a_A$$

$$\sum F_y = m_B a_B :$$

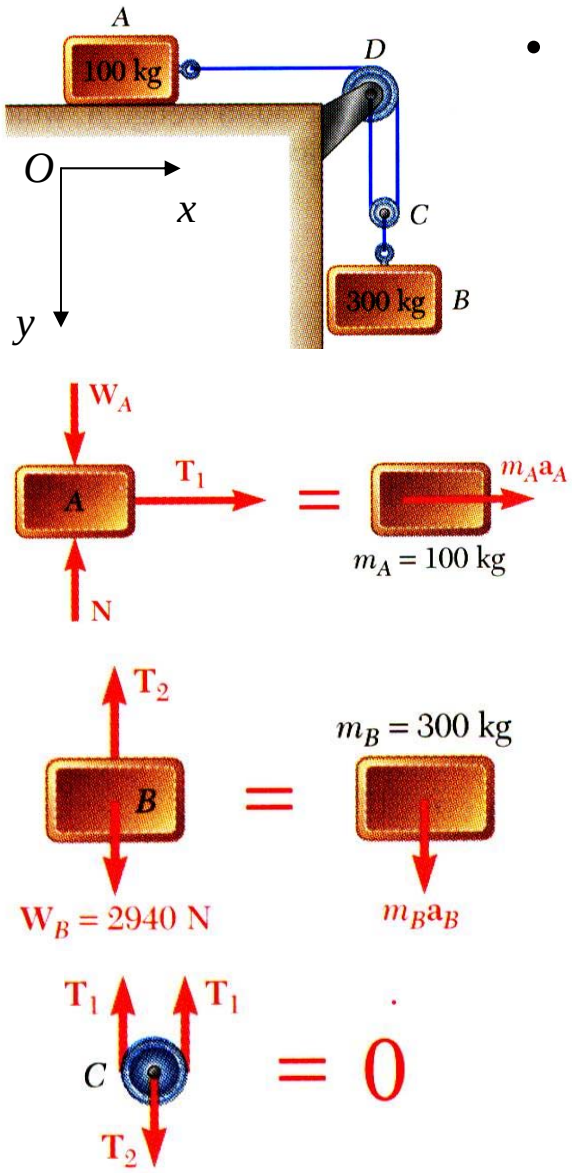
$$m_B g - T_2 = m_B a_B$$

$$(300\,\text{kg})\left(9.81\,\text{m/s}^2\right) - T_2 = (300\,\text{kg}) a_B$$

$$T_2 = 2940\,\text{N} - (300\,\text{kg}) a_B$$

$$\sum F_y = m_C a_C = 0 :$$

$$T_2 - 2T_1 = 0$$



- Combine as relações cinemáticas com as equações de movimento para encontrar as acelerações e a tensão em cada corda.

$$y_B = \tfrac{1}{2} x_A \qquad a_B = \tfrac{1}{2} a_A$$

$$T_1 = (100\,\text{kg}) a_A$$

$$T_2 = 2940\,\text{N} - (300\,\text{kg}) a_B$$

$$= 2940\,\text{N} - (300\,\text{kg})\left(\tfrac{1}{2} a_A\right)$$

$$T_2 - 2T_1 = 0$$

$$2940\,\text{N} - (150\,\text{kg}) a_A - 2(100\,\text{kg}) a_A = 0$$

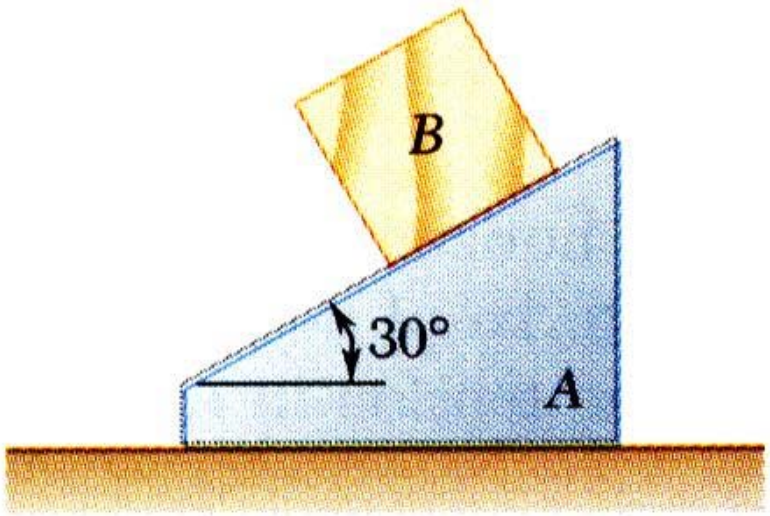
$$a_A = 8.40\,\text{m/s}^2$$

$$a_B = \tfrac{1}{2} a_A = 4.20\,\text{m/s}^2$$

$$T_1 = (100\,\text{kg}) a_A = 840\,\text{N}$$

$$T_2 = 2T_1 = 1680\,\text{N}$$

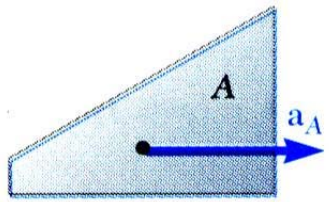
Exemplo 2.3

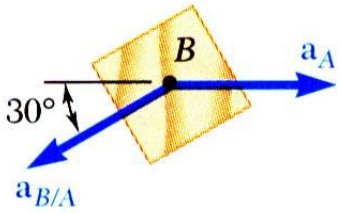


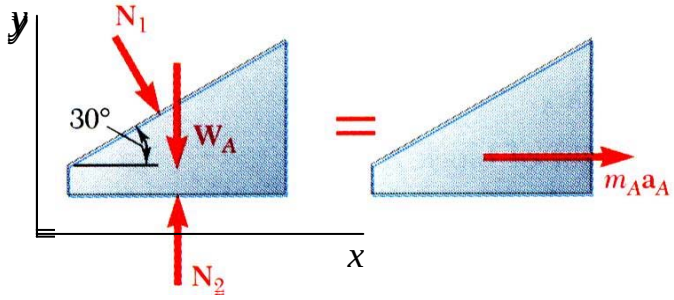
O bloco 54 N parte do repouso e desliza sobre a cunha A de massa 135 N, que é apoiada por uma superfície horizontal. Desprezando o atrito, determine (a) a aceleração da cunha, e (b) a aceleração do bloco em relação à cunha.

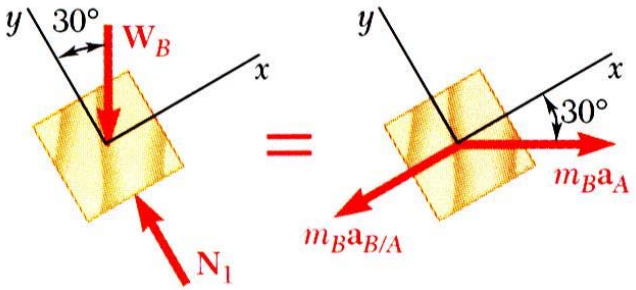
SOLUÇÃO:

- O bloco é restrito a escorregar da cunha. Portanto, o movimento do bloco e o da cunha são dependentes entre si. Deve-se expressar a aceleração do bloco como a aceleração da cunha mais a aceleração do bloco em relação à cunha.
- Escrever as equações de movimento para o cunha e bloco.
- Encontrar as acelerações.









SOLUÇÃO:

- O bloco é restrito a escorregar da cunha. Portanto, seus movimentos são dependentes.

$$\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}_{B/A}$$

- Escrever equações de movimento para cunha e bloco.

$$\sum F_x = m_A a_A :$$

$$N_1 \sin 30° = m_A a_A$$

$$0.5 N_1 = (W_A / g) a_A$$

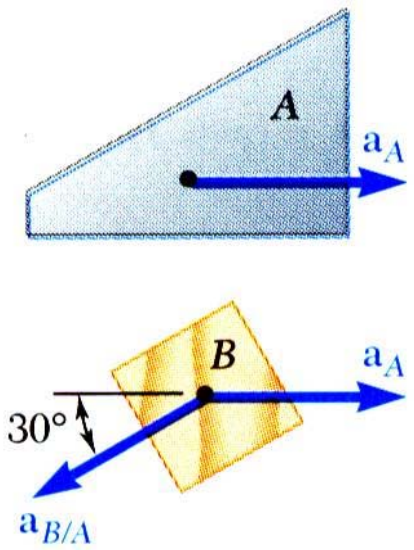
$$\sum F_x = m_B a_x = m_B \left(a_A \cos 30° - a_{B/A}\right):$$

$$-W_B \sin 30° = (W_B / g)\left(a_A \cos 30° - a_{B/A}\right)$$

$$a_{B/A} = a_A \cos 30° + g \sin 30°$$

$$\sum F_y = m_B a_y = m_B \left(-a_A \sin 30°\right):$$

$$N_1 - W_B \cos 30° = -(W_B / g) a_A \sin 30°$$



- Resolva para as acelerações.

$$0.5N_1 = (W_A/g)a_A$$

$$N_1 - W_B\cos 30° = -(W_B/g)a_A \sin 30°$$

$$2(W_A/g)a_A - W_B\cos 30° = -(W_B/g)a_A \sin 30°$$

$$a_A = \frac{gW_B\cos 30°}{2W_A + W_B \sin 30°}$$

$$a_A = \frac{(9{,}81\,\mathrm{m/s^2})(54\,N)\cos 30°}{2(135N) + (54N)\sin 30°}$$

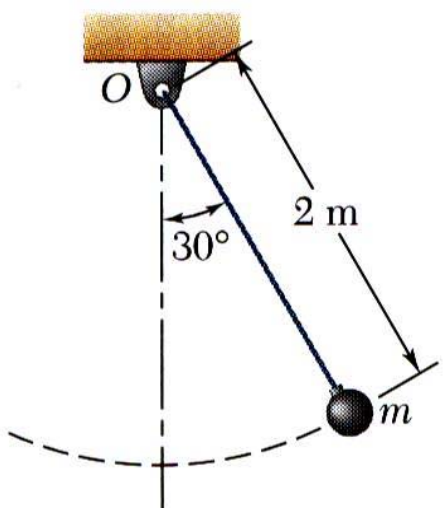
$$\boxed{a_A = 1{,}54\,\mathrm{m/s^2}}$$

$$a_{B/A} = a_A\cos 30° + g\sin 30°$$

$$a_{B/A} = (1{,}54\,\mathrm{m/s^2})\cos 30° + (9{,}81\,\mathrm{m/s^2})\sin 30°$$

$$\boxed{a_{B/A} = 6{,}24\,\mathrm{m/s^2}}$$

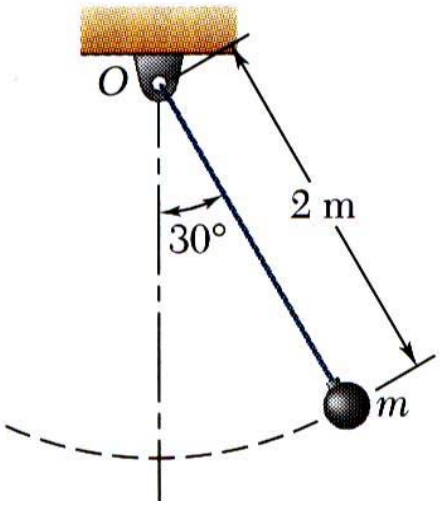
Exemplo 2.4

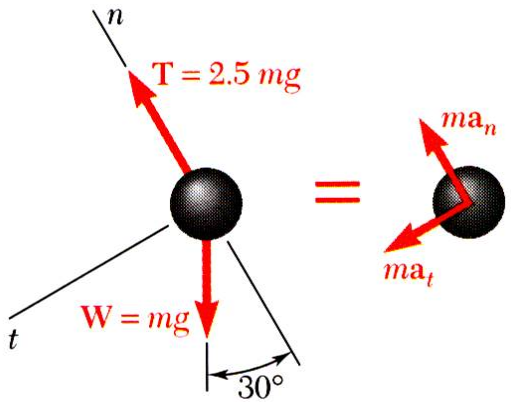


O pêndulo de 2 m descreve um arco de um círculo em um plano vertical. Se a tensão no cabo é de 2,5 vezes o peso do pêndulo para a posição mostrada, encontrar a velocidade e a aceleração do pêndulo nessa posição.

SOLUÇÃO:

- Resolver a equação de movimento para o pêndulo em componentes transversal e normal.
- Resolver as equações de componentes para as acelerações normal e transversal.
- Resolva para a velocidade em termos de aceleração normal.





SOLUÇÃO:

- Resolver a equação de movimento para o pêndulo em componentes transversal e normal.
- Resolver as equações de componentes para as acelerações normal e transversal.

$$\sum F_t = ma_t: \qquad mg\sin 30^\circ = ma_t$$

$$a_t = g\sin 30^\circ$$

$$a_t = 4.9\,\mathrm{m/s^2}$$

$$\sum F_n = ma_n: \qquad 2.5mg - mg\cos 30^\circ = ma_n$$

$$a_n = g\left(2.5 - \cos 30^\circ\right)$$

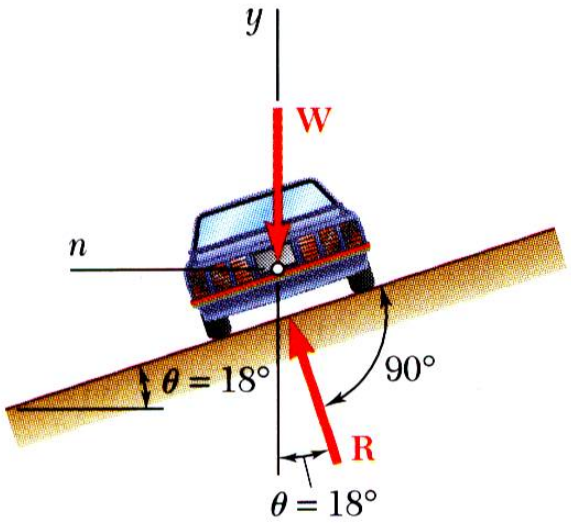
$$a_n = 16.03\,\mathrm{m/s^2}$$

- Resolva para a velocidade em termos de aceleração normal.

$$a_n = \frac{v^2}{\rho} \qquad v = \sqrt{\rho a_n} = \sqrt{(2\,\mathrm{m})\left(16.03\,\mathrm{m/s^2}\right)}$$

$$v = \pm 5.66\,\mathrm{m/s}$$

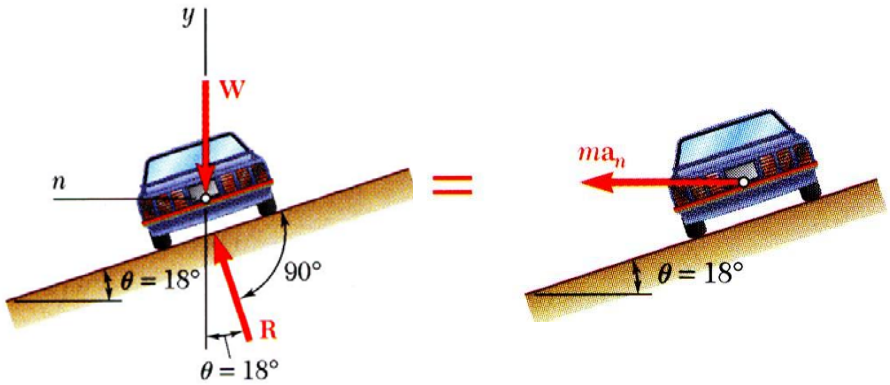
Exemplo 2.5



Determinar a velocidade de segurança de uma curva inclinada de estrada de raio r = 120 m com inclinação lateral cujo angulo é q= 18 graus. A velocidade de segurança de uma curva de estrada com inclinação lateral é a velocidade com que um carro pode trafegar sem que nenhuma força de atrito lateral seja exercida em suas rodas.

SOLUÇÃO:

- O carro percorre em um caminho horizontal circular com uma componente normal da aceleração dirigida para o centro da trajetória. As forças agindo sobre o carro são seu peso e uma reação normal da superfície da estrada.
- Decomponha a equação de movimento do carro nas componentes normal e vertical.
- Resolva para a velocidade do veículo.



SOLUÇÃO:

- Determinar a velocidade nominal de uma curva da estrada de raio r = 120 m com inclinação lateral cujo angulo é θ = 18 graus. A velocidade nominal de uma curva da estrada com inclinação lateral é a velocidade com que um carro deve viajar se não houver força de atrito lateral e deve para ser exercida sobre suas rodas.

- Resolver a equação de movimento para o carro em componentes vertical e normal.

$$\sum F_y = 0: \qquad R\cos\theta - W = 0$$

$$R = \frac{W}{\cos\theta}$$

$$\sum F_n = ma_n: \qquad R\sin\theta = \frac{W}{g}a_n$$

$$\frac{W}{\cos\theta}\sin\theta = \frac{W}{g}\frac{v^2}{\rho}$$

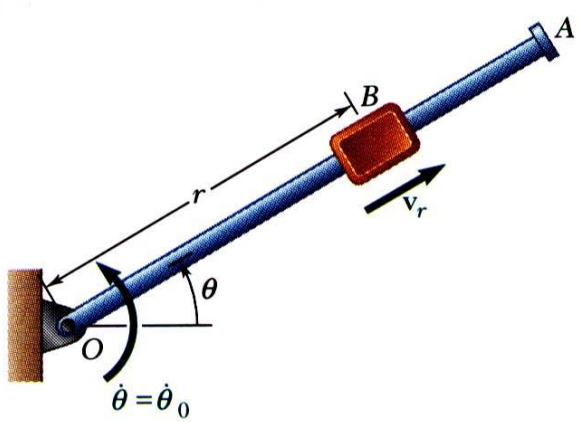
- Resolva para a velocidade do veículo.

$$v^2 = g\rho\tan\theta$$

$$= \left(9{,}81\,\mathrm{m/s^2}\right)\left(120\,m\right)\tan 18°$$

$$\boxed{v = 70{,}6\,Km/h}$$

Exemplo 2.6



Um bloco B de massa m pode deslizar livremente sobre um braço OA sem atrito que gira em um plano horizontal a uma taxa constante $\dot{\theta}_0$.

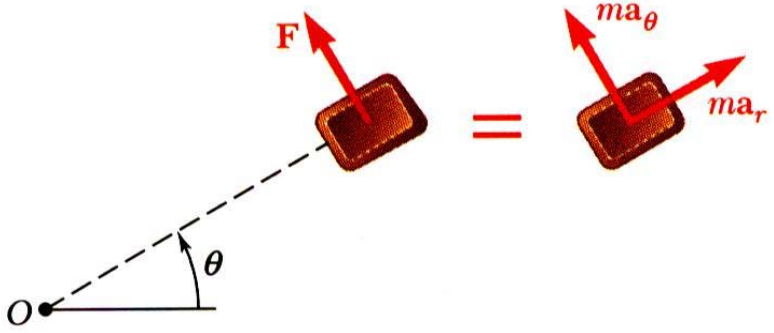
Sabendo que B é lançado a uma distância r_0 de *O*, expressar como função de *r:*

a) a componente vr da velocidade de B ao longo OA e,

b) o módulo da força horizontal exercida sobre B pelo braço OA.

SOLUÇÃO:

- Escreva as equações radial e transversal de movimento para o bloco.
- Integre a equação radial para encontrar uma expressão para a velocidade radial.
- Substitua as informações conhecidas na equação transversal para encontrar uma expressão para a força sobre o bloco.



SOLUÇÃO:

- Escreva as equações radial e transversal de movimento para o bloco.

$$\sum F_r = m a_r: \quad 0 = m\left(\ddot{r} - r\dot{\theta}^2\right)$$

$$\sum F_\theta = m a_\theta: \quad F = m\left(r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta}\right)$$

- Integre a equação radial para encontrar uma expressão para a velocidade radial.

$$\ddot{r} = \dot{v}_r = \frac{dv_r}{dt} = \frac{dv_r}{dr}\frac{dr}{dt} = v_r\frac{dv_r}{dr}$$

$$\ddot{r} = \dot{v}_r = \frac{dv_r}{dt} = \frac{dv_r}{dr}\frac{dr}{dt} = v_r\frac{dv_r}{dr}$$

$$v_r dv_r = r\dot{\theta}^2 dr = r\dot{\theta}_0^2 dr$$

$$\int_0^{v_r} v_r dv_r = \dot{\theta}_0^2 \int_{r_0}^{r} r\,dr$$

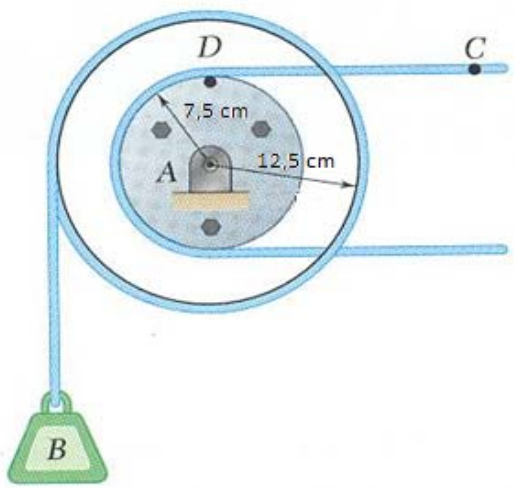
$$v_r^2 = \theta_0^2\left(r^2 - r_0^2\right)$$

- Substitua as informações conhecidas na equação transversal para encontrar uma expressão para a força sobre o bloco.

$$F = 2m\theta_0^2\left(r^2 - r_0^2\right)^{1/2}$$

V – Cinemática Plana do Corpo

Exemplo 5.1

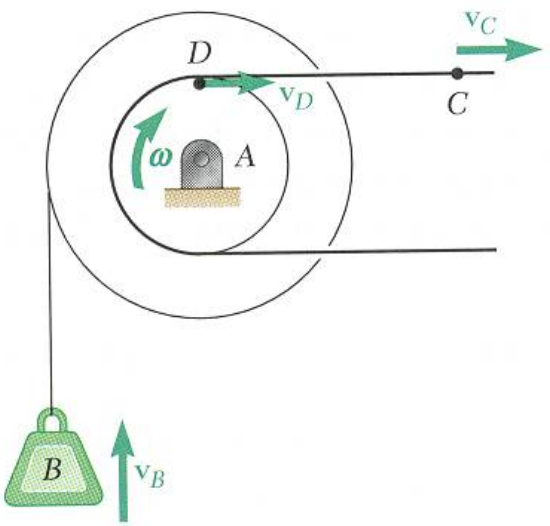


O cabo C tem uma aceleração constante de 22,5 cm/s² e uma velocidade inicial de 30 cm/s, ambos direcionados para a direita.

Determine (a) o número de voltas da polia em 2s, (b) a velocidade e a mudança de posição da carga B depois de 2s, e (c) a aceleração do ponto D na borda da polia interna em t = 0.

SOLUÇÃO:

- Devido à ação do cabo, a velocidade tangencial e aceleração de D são iguais à velocidade e aceleração de C. Calcule a velocidade angular inicial e aceleração.
- Aplique as relações de rotação uniformemente acelerada para determinar a velocidade e a posição angular da polia depois de 2s.
- Avalie a componente normal e a tangencial da aceleração de D.



SOLUÇÃO:

- A velocidade tangencial e aceleração de D são iguais à velocidade e aceleração de C.

$$(\vec{v}_D)_0 = (\vec{v}_C)_0 = 30\,\text{cm/s} \rightarrow \qquad (\vec{a}_D)_t = \vec{a}_C = 3\,\text{m/s} \rightarrow$$

$$(v_D)_0 = r\omega_0 \qquad (a_D)_t = r\alpha$$

$$\omega_0 = \frac{(v_D)_0}{r} = \frac{30}{7{,}5} = 4\,\text{rad/s} \qquad \alpha = \frac{(a_D)_t}{r} = \frac{22{,}5}{7{,}5} = 3\,\text{rad/s}^2$$

- Aplique as relações para rotação uniformemente acelerada para determinar a velocidade e a posição angular da polia após 2s.

$$\omega = \omega_0 + \alpha t = 4\,\text{rad/s} + (3\,\text{rad/s}^2)(2\,\text{s}) = 10\,\text{rad/s}$$

$$\theta = \omega_0 t + \tfrac{1}{2}\alpha t^2 = (4\,\text{rad/s})(2\,\text{s}) + \tfrac{1}{2}(3\,\text{rad/s}^2)(2\,\text{s})^2$$

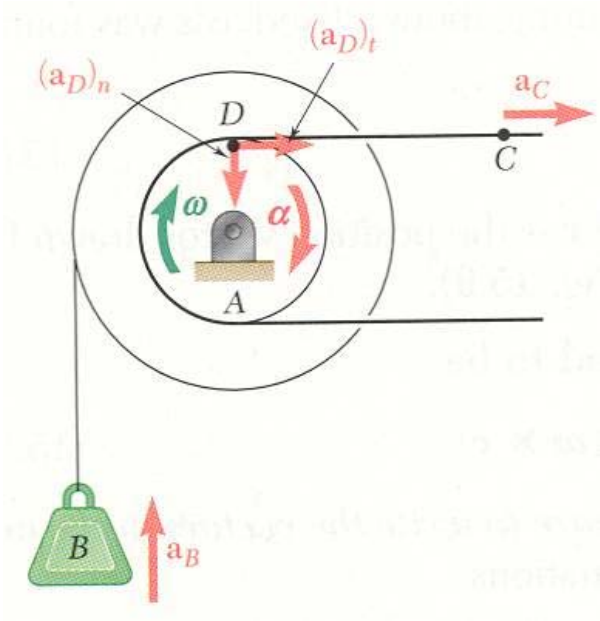
$$= 14\,\text{rad}$$

$$N = (14\,\text{rad})\left(\frac{1\,\text{rot}}{2\pi\,\text{rad}}\right) = \text{número de rotações} \qquad \boxed{\text{N} = 2{,}23\ \text{rev}}$$

$$v_B = r\omega = (12{,}5\text{cm})(10\,\text{rad/s})$$

$$\Delta y_B = r\theta = (12{,}5\text{cm})(14\,\text{rad})$$

$$\boxed{\vec{v}_B = 125\,\text{cm/s} \uparrow \qquad \Delta y_B = 175\,\text{cm}}$$



- Avaliar os componentes iniciais tangenciais e normais de aceleração de D.

$$(\vec{a}_D)_t = \vec{a}_C = 22{,}5\,\text{cm/s} \rightarrow$$

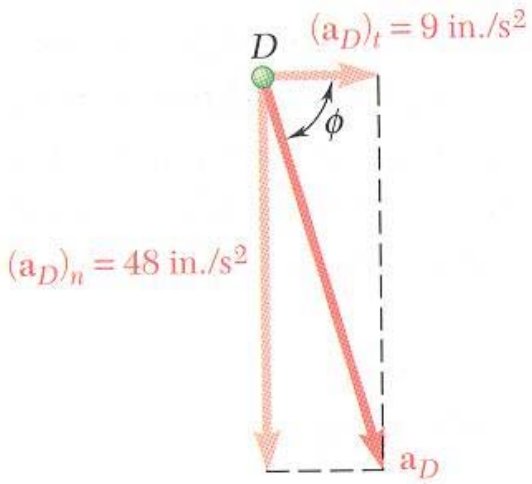
$$(a_D)_n = r_D\omega_0^2 = (7{,}5\text{cm})(4\,\text{rad/s})^2 = 120\,\text{cm/s}^2$$

$$\boxed{(\vec{a}_D)_t = 22{,}5\,\text{cm/s}^2 \rightarrow \qquad (\vec{a}_D)_n = 120\,\text{cm/s}^2 \downarrow}$$

Módulo e direção da aceleração total,

$$a_D = \sqrt{(a_D)_t^2 + (a_D)_n^2} = \sqrt{22{,}5^2 + 120^2}$$

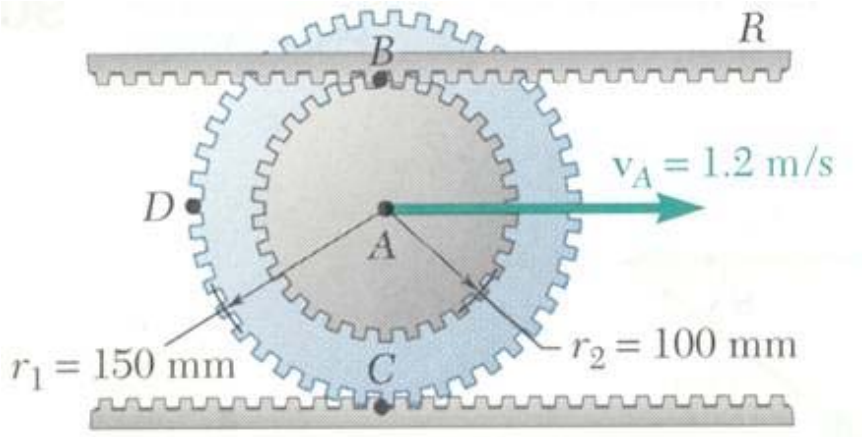
$$\boxed{a_D = 122\,\text{cm/s}^2}$$



$$\tan\phi = \frac{(a_D)_n}{(a_D)_t} = \frac{120}{22{,}5}$$

$$\boxed{\phi = 79.4°}$$

Exemplo 5.2



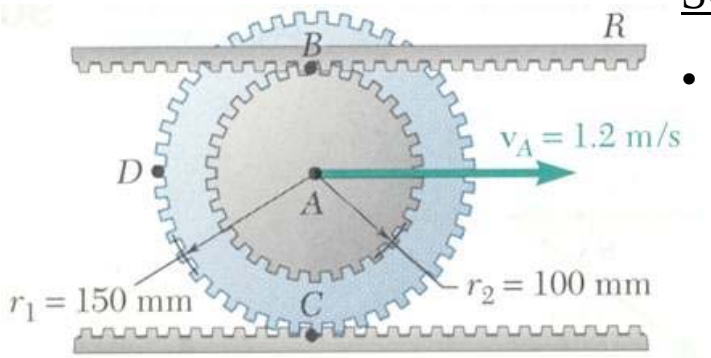
A engrenagem dupla rola na cremalheira estacionária mais baixa: a velocidade do seu centro é de 1,2 m/s. Determine *(a)* a velocidade angular da engrenagem, e *(b)* as velocidades da da cremalheira superior *R* e do ponto *D* da engrenagem.

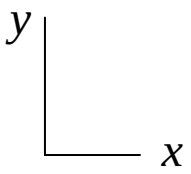
SOLUÇÃO:

- O deslocamento do centro da engrenagem em uma revolução é igual à circunferência exterior. Relacione os deslocamentos de translação e angular. Diferencie para relacionar as velocidades de translação e angular.
- A velocidade de qualquer ponto *P* na engrenagem pode ser escrita como

$$\vec{v}_P = \vec{v}_A + \vec{v}_{P/A} = \vec{v}_A + \omega\vec{k} \times \vec{r}_{P/A}$$

Avalie as velocidades dos pontos *B* e *D*.





SOLUÇÃO:

- O deslocamento do centro da engrenagem em uma revolução é igual à circunferência exterior.

Para $x_A > 0$ (movimentos para a direita), $\omega < 0$ (giros no sentido horário).

$$\frac{x_A}{2\pi r} = -\frac{\theta}{2\pi} \qquad x_A = -r_1\theta$$

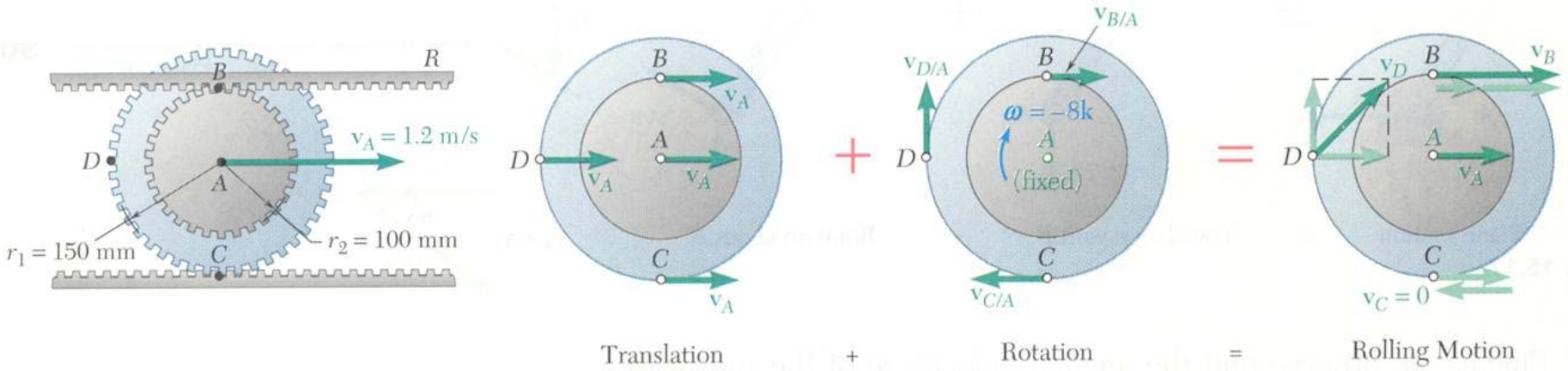
Diferencie para relacionar as velocidades de translação e angular.

$$v_A = -r_1\omega$$

$$\omega = -\frac{v_A}{r_1} = -\frac{1.2\,\text{m/s}}{0.150\,\text{m}}$$

$$\vec{\omega} = \omega\vec{k} = -(8\,\text{rad/s})\vec{k}$$

- Para qualquer ponto P na engrenagem, $\vec{v}_P = \vec{v}_A + \vec{v}_{P/A} = \vec{v}_A + \omega\vec{k} \times \vec{r}_{P/A}$



A velocidade da parte superior da cremalheira é igual à velocidade do ponto B:

$$\vec{v}_R = \vec{v}_B = \vec{v}_A + \omega\vec{k} \times \vec{r}_{B/A}$$
$$= (1.2\,\text{m/s})\vec{i} + (8\,\text{rad/s})\vec{k} \times (0.10\,\text{m})\vec{j}$$
$$= (1.2\,\text{m/s})\vec{i} + (0.8\,\text{m/s})\vec{i}$$

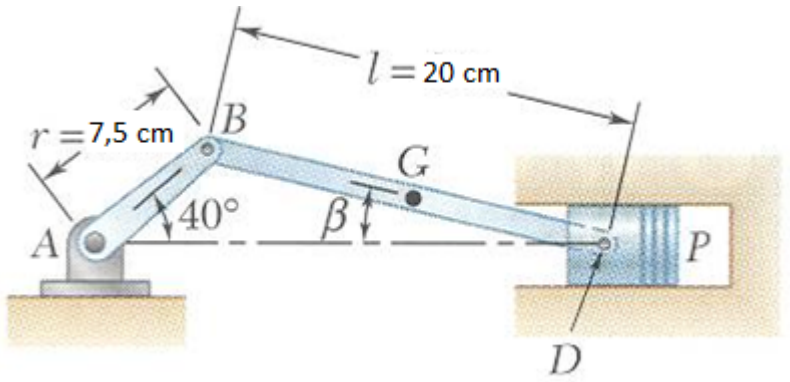
$$\boxed{\vec{v}_R = (2\,\text{m/s})\vec{i}}$$

Velocidade do ponto D:

$$\vec{v}_D = \vec{v}_A + \omega\vec{k} \times \vec{r}_{D/A}$$
$$= (1.2\,\text{m/s})\vec{i} + (8\,\text{rad/s})\vec{k} \times (-0.150\,\text{m})\vec{i}$$

$$\boxed{\vec{v}_D = (1.2\,\text{m/s})\vec{i} + (1.2\,\text{m/s})\vec{j}}$$
$$\boxed{v_D = 1.697\,\text{m/s}}$$

Exemplo 5.3



A manivela AB tem uma velocidade angular constante no sentido horário de 2000 rpm.

Para a posição indicada da manivela, determine (a) a velocidade angular da biela BD, e (b) a velocidade do pistão P.

SOLUÇÃO:

- Determine a velocidade absoluta do ponto D com

$$\vec{v}_D = \vec{v}_B + \vec{v}_{D/B}$$

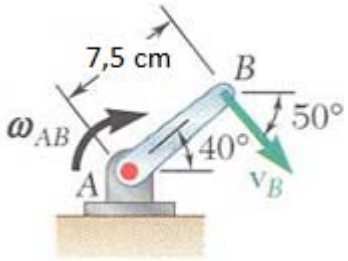
- A velocidade $\vec{v}_B$ é obtida a partir das informações dadas de rotação da manivela.

- As direções da velocidade absoluta $\vec{v}_D$ e da velocidade relativa $\vec{v}_{D/B}$ são determinadas a partir da geometria problema.

- As incógnitas na expressão do vetor são as módulos de velocidade v_D e $v_{D/B}$ as quais podem ser determinadas a partir do triângulo vetorial correspondente.

- A velocidade angular da biela é calculada a partir de

$$v_{D/B}.$$



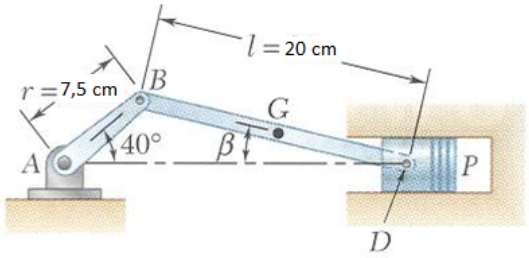
SOLUÇÃO:

- Determine a velocidade absoluta do ponto *D* com $\vec{v}_D = \vec{v}_B + \vec{v}_{D/B}$
- A velocidade $\vec{v}_B$ é obtida dos dados de rotação da manivela.

$$\omega_{AB} = \left(2000\,\frac{\text{rev}}{\text{min}}\right)\left(\frac{\text{min}}{60\,\text{s}}\right)\left(\frac{2\pi\,\text{rad}}{\text{rev}}\right) = 209.4\,\text{rad/s}$$

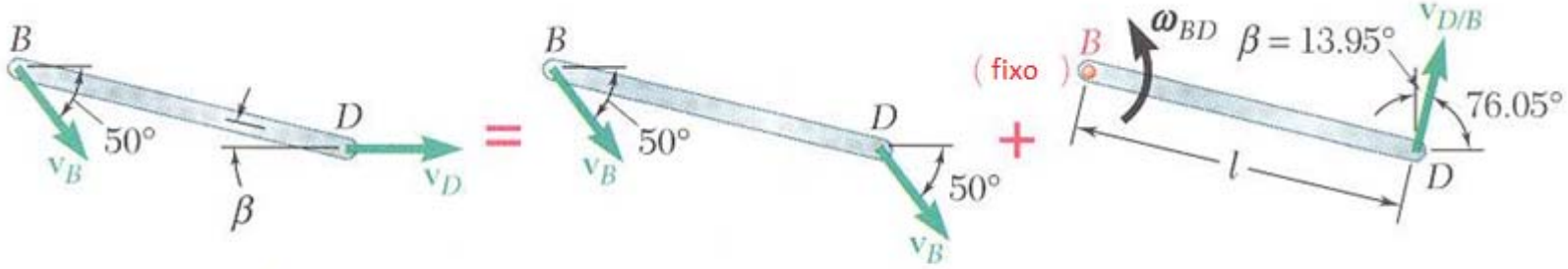
$$v_B = (AB)\omega_{AB} = (7{,}5\,\text{cm})(209.4\,\text{rad/s})$$

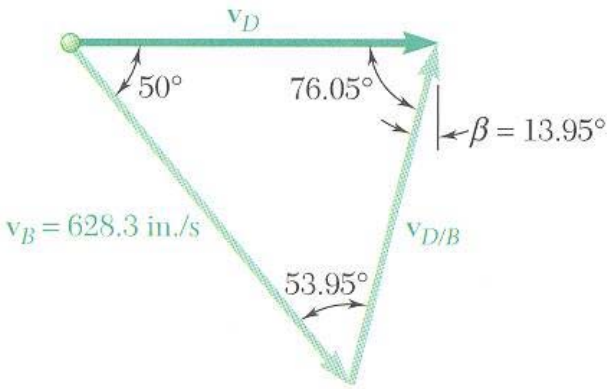
A direção da velocidade é como é mostrada.



- A direção da velocidade absoluta $\vec{v}_D$ é horizontal. A direção da velocidade relativa $\vec{v}_{D/B}$ é perpendicular a *BD*. Calcule o ângulo entre a horizontal e a biela com lei dos senos.

$$\frac{\sin 40°}{8\,\text{in.}} = \frac{\sin\beta}{3\,\text{in.}} \qquad \beta = 13.95°$$





$$\vec{v}_D = \vec{v}_B + \vec{v}_{D/B}$$

- Determine os módulos das velocidades v_D e $v_{D/B}$ do triângulo vetorial.

$$\frac{v_D}{\text{sen}53.95°} = \frac{v_{D/B}}{\text{sen}50°} = \frac{1570{,}5\,\text{cm/s}}{\text{sen}76.05°}$$

$$v_D = 1308{,}5\,\text{cm/s}$$

$$v_{D/B} = 1239{,}7\,\text{cm/s}$$

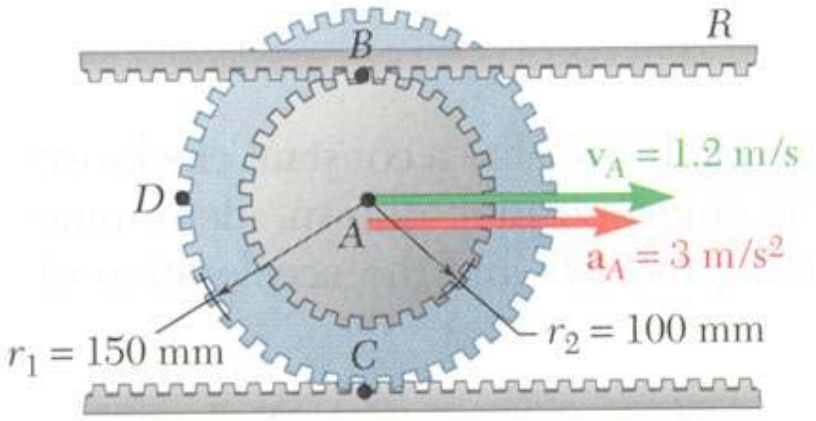
$$v_P = v_D = 13{,}09\,\text{m/s}$$

$$v_{D/B} = l\,\omega_{BD}$$

$$\omega_{BD} = \frac{v_{D/B}}{l} = \frac{1239{,}7\,\text{cm/s}}{20\,\text{cm}} = 62.0\,\text{rad/s}$$

$$\vec{\omega}_{BD} = (62.0\,\text{rad/s})\vec{k}$$

Exemplo 5.4



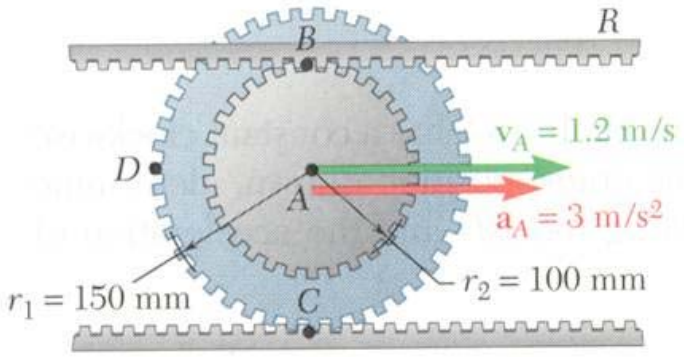
O centro da engrenagem dupla tem uma velocidade e uma aceleração para a direita de 1,2 m/s e 3 m/s² , respectivamente. A cremalheira inferior é estacionária.

Determine (a) a aceleração angular da engrenagem, e (b) a aceleração dos pontos B, C e D.

SOLUÇÃO:

- A expressão da posição da marcha em função de θ é diferenciada duas vezes para definir a relação entre as acelerações translacional e angular.

- A aceleração de cada ponto da engrenagem é obtida pela adição da aceleração do centro da engrenagem e das acelerações relativas com relação ao centro. Este último inclui componentes de aceleração normal e tangencial.



SOLUÇÃO:

- A expressão da posição da marcha em função de θ é diferenciada duas vezes para definir a relação entre as acelerações translacional e angular.

$$x_A = -r_1\theta$$

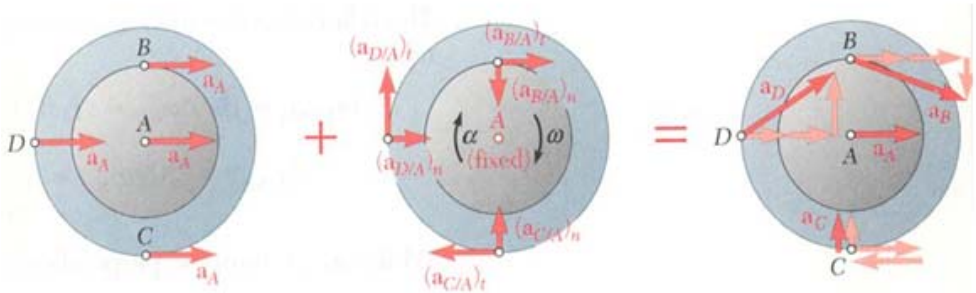
$$v_A = -r_1\dot{\theta} = -r_1\omega$$

$$\omega = -\frac{v_A}{r_1} = -\frac{1.2\,\text{m/s}}{0.150\,\text{m}} = -8\,\text{rad/s}$$

$$a_A = -r_1\ddot{\theta} = -r_1\alpha$$

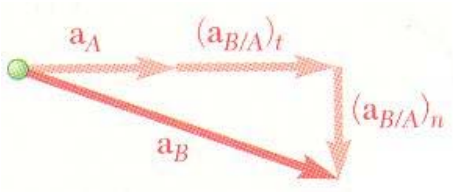
$$\alpha = -\frac{a_A}{r_1} = -\frac{3\,\text{m/s}^2}{0.150\,\text{m}}$$

$$\vec{\alpha} = \alpha\vec{k} = -\left(20\,\text{rad/s}^2\right)\vec{k}$$



- A aceleração de cada ponto da engrenagem é obtida pela adição da aceleração do centro da engrenagem e das acelerações relativas com relação ao centro.

Este último inclui componentes de aceleração normal e tangencial.



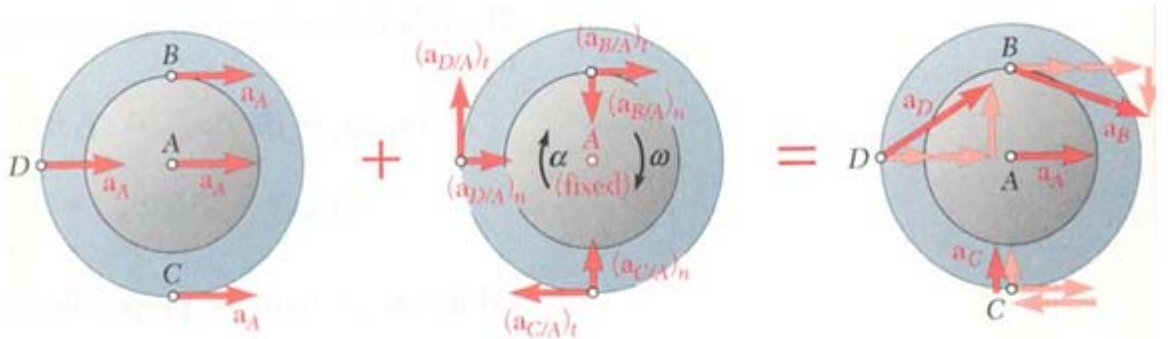
$$\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}_{B/A} = \vec{a}_A + \left(\vec{a}_{B/A}\right)_t + \left(\vec{a}_{B/A}\right)_n$$

$$= \vec{a}_A + \alpha\vec{k} \times \vec{r}_{B/A} - \omega^2 \vec{r}_{B/A}$$

$$= \left(3\,\mathrm{m/s^2}\right)\vec{i} - \left(20\,\mathrm{rad/s^2}\right)\vec{k} \times (0.100\,\mathrm{m})\,\vec{j} - (8\,\mathrm{rad/s})^2(-0.100\,\mathrm{m})\,\vec{j}$$

$$= \left(3\,\mathrm{m/s^2}\right)\vec{i} + \left(2\,\mathrm{m/s^2}\right)\vec{i} - \left(6.40\,\mathrm{m/s^2}\right)\vec{j}$$

$$\vec{a}_B = \left(5\,\mathrm{m/s^2}\right)\vec{i} - \left(6.40\,\mathrm{m/s^2}\right)\vec{j} \qquad a_B = 8.12\,\mathrm{m/s^2}$$

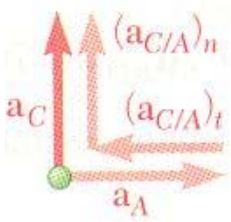


$$\vec{a}_C = \vec{a}_A + \vec{a}_{C/A} = \vec{a}_A + \alpha\vec{k} \times \vec{r}_{C/A} - \omega^2 \vec{r}_{C/A}$$

$$= \left(3\,\mathrm{m/s^2}\right)\vec{i} - \left(20\,\mathrm{rad/s^2}\right)\vec{k} \times \left(-0.150\,\mathrm{m}\right)\vec{j} - \left(8\,\mathrm{rad/s}\right)^2\left(-0.150\,\mathrm{m}\right)\vec{j}$$

$$= \left(3\,\mathrm{m/s^2}\right)\vec{i} - \left(3\,\mathrm{m/s^2}\right)\vec{i} + \left(9.60\,\mathrm{m/s^2}\right)\vec{j}$$

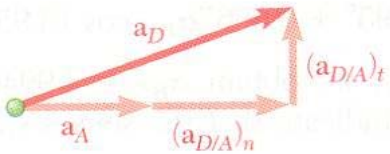
$$\boxed{\vec{a}_c = \left(9.60\,\mathrm{m/s^2}\right)\vec{j}}$$



$$\vec{a}_D = \vec{a}_A + \vec{a}_{D/A} = \vec{a}_A + \alpha\vec{k} \times \vec{r}_{D/A} - \omega^2 \vec{r}_{D/A}$$

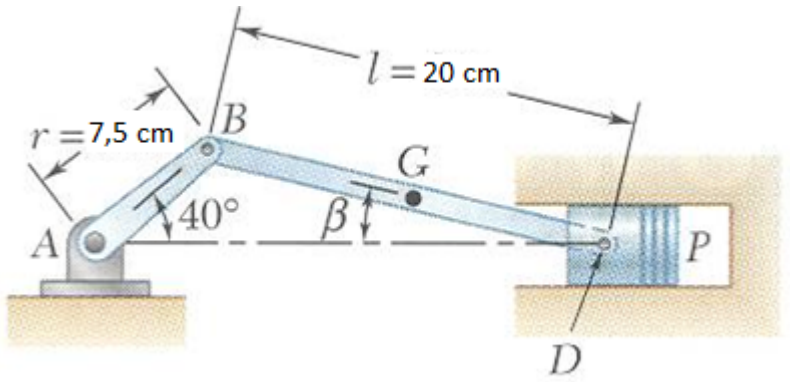
$$= \left(3\,\mathrm{m/s^2}\right)\vec{i} - \left(20\,\mathrm{rad/s^2}\right)\vec{k} \times \left(-0.150\,\mathrm{m}\right)\vec{i} - \left(8\,\mathrm{rad/s}\right)^2\left(-0.150\mathrm{m}\right)\vec{i}$$

$$= \left(3\,\mathrm{m/s^2}\right)\vec{i} + \left(3\,\mathrm{m/s^2}\right)\vec{j} + \left(9.60\,\mathrm{m/s^2}\right)\vec{i}$$



$$\boxed{\vec{a}_D = \left(12.6\,\mathrm{m/s^2}\right)\vec{i} + \left(3\,\mathrm{m/s^2}\right)\vec{j} \qquad a_D = 12.95\,\mathrm{m/s^2}}$$

Exemplo 5.5



A manivela AB do sistema biela-manivela (BD-AB) do motor do prob. 5.3 tem uma velocidade angular constante de 2000 rpm no sentido horário.

Para a posição mostrada da manivela, determine a aceleração angular da biela BD e a aceleração do ponto D.

SOLUÇÃO:

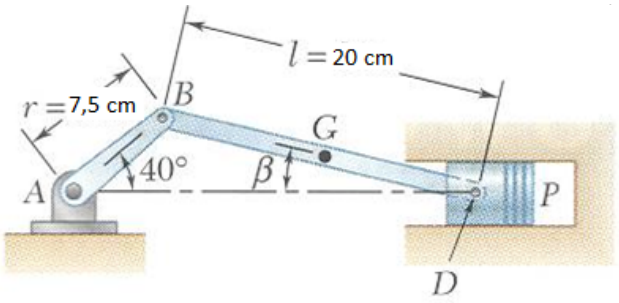
- A aceleração angular da biela BD e a aceleração do ponto D será determinada a partir

$$\vec{a}_D = \vec{a}_B + \vec{a}_{D/B} = \vec{a}_B + (\vec{a}_{D/B})_t + (\vec{a}_{D/B})_n$$

- A aceleração de B é determinada a partir da velocidade de rotação dada de AB.

- As direções das acelerações $\vec{a}_D$, $(\vec{a}_{D/B})_t$, e $(\vec{a}_{D/B})_n$ são determinadas a partir da geometria.

- As equações componente para a aceleração do ponto D são resolvidas simultaneamente para a aceleração de D e para a aceleração angular da biela.

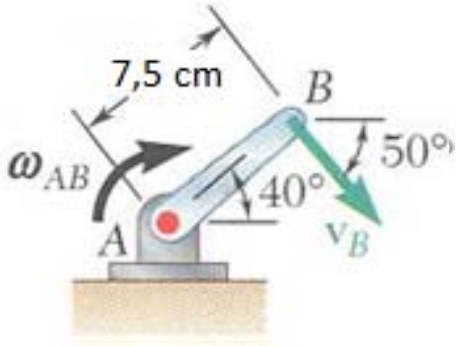


SOLUÇÃO:

A aceleração angular da biela *BD* e a aceleração do ponto *D* será determinada a partir

$$\vec{a}_D = \vec{a}_B + \vec{a}_{D/B} = \vec{a}_B + \left(\vec{a}_{D/B}\right)_t + \left(\vec{a}_{D/B}\right)_n$$

A aceleração de *B* é determinada a partir da velocidade de rotação dada de *AB*.

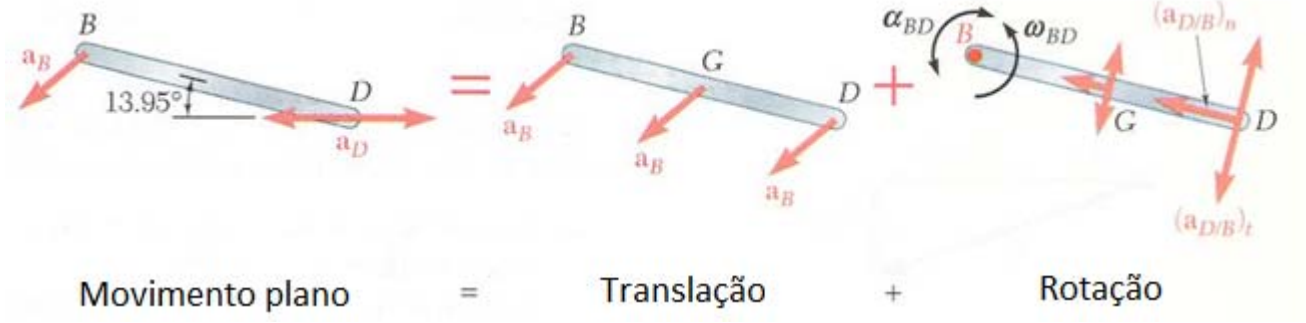


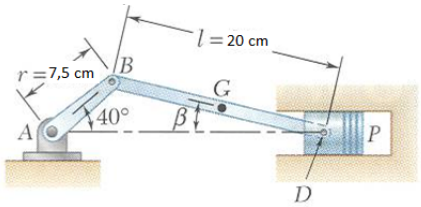
$$\omega_{AB} = 2000\,\text{rpm} = 209.4\,\text{rad/s} = \text{constante}$$

$$\alpha_{AB} = 0$$

$$a_B = r\omega_{AB}^2 = (0{,}075\,\text{m})(209.4\,\text{rad/s})^2 = 3289\,\text{m/s}^2$$

$$\vec{a}_B = \left(3289\,\text{m/s}^2\right)\left(-\cos 40°\,\vec{i} - \text{sen}\,40°\,\vec{j}\right)$$





- As direções das acelerações $\vec{a}_D, (\vec{a}_{D/B})_t$, e $(\vec{a}_{D/B})_n$ são determinadas a partir da geometria.

$$\vec{a}_D = \mp a_D \vec{i}$$

A partir do Exemplo 15.3, $\omega_{BD} = 62.0$ rad/s, $\beta = 13.95^o$.

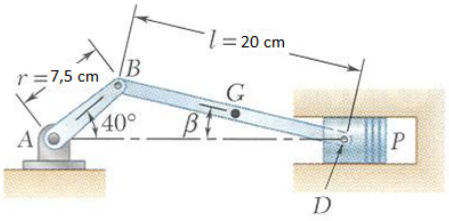
$$(a_{D/B})_n = (BD)\omega_{BD}^2 = (0{,}2\text{m})(62.0\,\text{rad/s})^2 = 769\,\text{m/s}^2$$

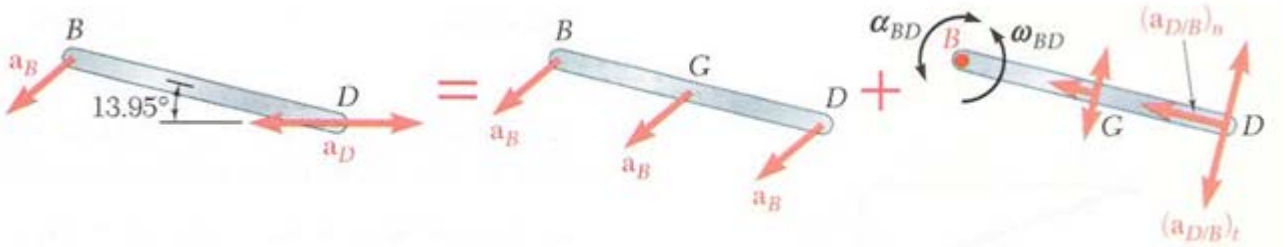
$$(\vec{a}_{D/B})_n = (769\ \text{m/s}^2)(-\cos 13.95^\circ \vec{i} + \text{sen}\,13.95^\circ \vec{j})$$

$$(a_{D/B})_t = (BD)\alpha_{BD} = 0{,}2\alpha_{BD}$$

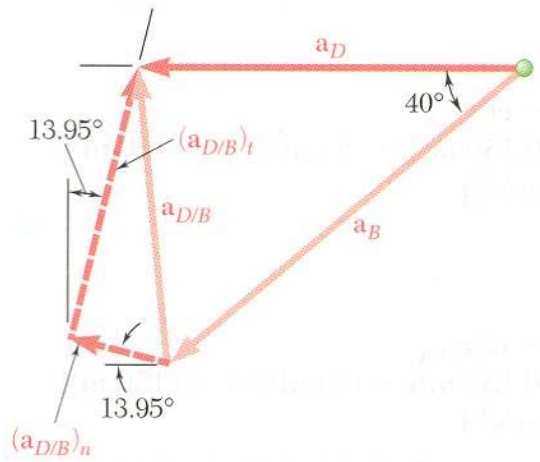
A direção de $(a_{D/B})_t$ é conhecida, mas o sentido não,

$$(\vec{a}_{D/B})_t = (0{,}2\,\alpha_{BD})(\pm\ \text{sen}\ 76.05^\circ \vec{i} \pm \cos\ 76.05^\circ \vec{j})$$





Movimento plano = Translação + Rotação



- As equações componente para a aceleração do ponto *D* são resolvidas simultaneamente.

$$\vec{a}_D = \vec{a}_B + \vec{a}_{D/B} = \vec{a}_B + (\vec{a}_{D/B})_t + (\vec{a}_{D/B})_n$$

Componentes *x*:

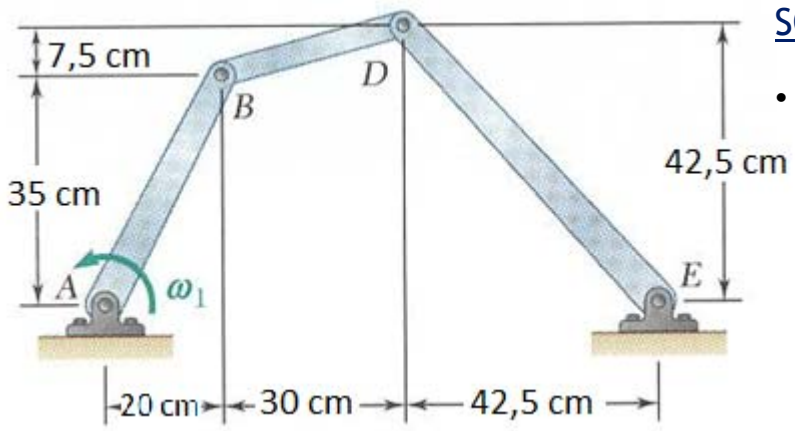
$$-a_D = -3289\cos 40° - 769\cos 13.95° + 0{,}2\alpha_{BD}\,\text{sen}\,13.95°$$

Componentes *y*:

$$0 = -3289\,\text{sen}\,40° + 769\,\text{sen}\,13.95° + 0{,}2\alpha_{BD}\cos 13.95°$$

$$\vec{\alpha}_{BD} = (9937\ \text{rad/s}^2)\vec{k}$$
$$\vec{a}_D = -(2787\ \text{m/s}^2)\vec{i}$$

Exemplo 5.6



SOLUÇÃO:

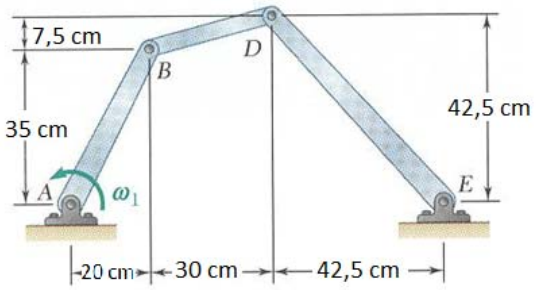
- As velocidades angulares são determinadas pela resolução simultânea das equações componentes a partir de:

$$\vec{v}_D = \vec{v}_B + \vec{v}_{D/B}$$

- As acelerações angulares são determinadas pela resolução simultânea das equações componentes a partir de:

$$\vec{a}_D = \vec{a}_B + \vec{a}_{D/B}$$

A articulação ABDE movimenta-se no plano vertical. Sabendo-se que, na posição mostrada na figura, a manivela AB tem velocidade constante ω_1 de 20 rad/s no sentido anti-horário, determine a velocidade e a aceleração angulares da barra de ligação BD e da manivela DE.

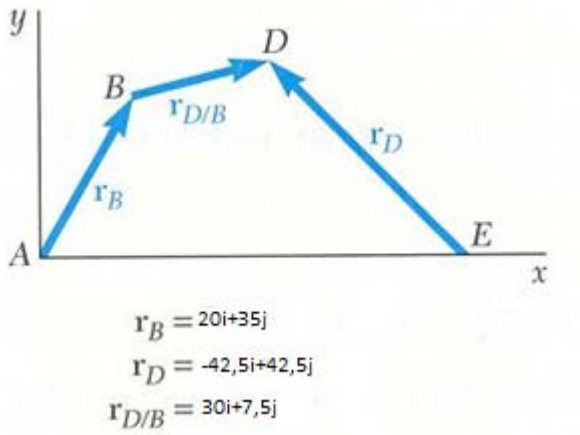


SOLUÇÃO:

- As velocidades angulares são determinadas pela resolução simultânea das equações componente a partir

$$\vec{v}_D = \vec{v}_B + \vec{v}_{D/B}$$

$$\vec{v}_D = \vec{\omega}_{DE} \times \vec{r}_D = \omega_{DE}\vec{k} \times \left(-42{,}5\vec{i} + 42{,}5\vec{j}\right)$$
$$= -42{,}5\omega_{DE}\vec{i} - 42{,}5\omega_{DE}\vec{j}$$

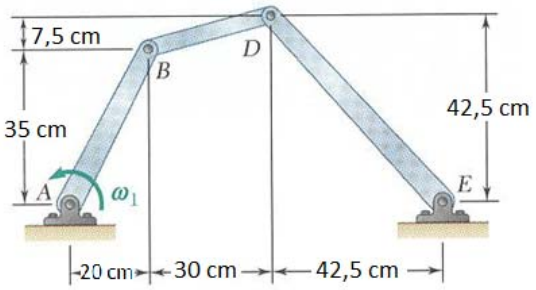


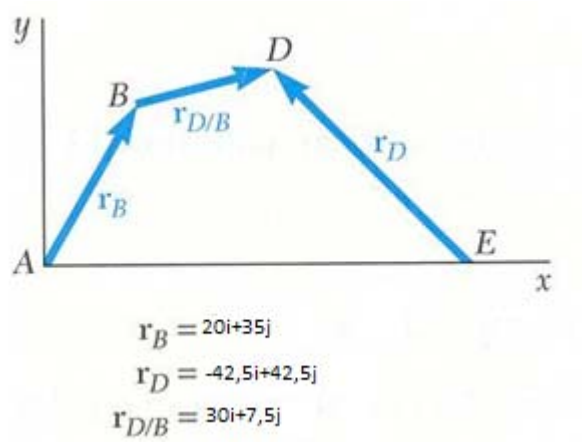
$$\vec{v}_B = \vec{\omega}_{AB} \times \vec{r}_B = 20\vec{k} \times \left(20\vec{i} + 35\vec{j}\right)$$
$$= -400\vec{i} + 700\vec{j}$$

Componentes x: $-42{,}5\omega_{DE} = -400 - 7{,}5\omega_{BD}$

Componentes y: $-42{,}5\omega_{DE} = +400 + 30\omega_{BD}$

$$\vec{\omega}_{BD} = -(29.33\,\text{rad/s})\vec{k} \qquad \vec{\omega}_{DE} = (11.29\,\text{rad/s})\vec{k}$$





- As acelerações angulares são determinadas pela resolução simultânea das equações componente a partir

$$\vec{a}_D = \vec{a}_B + \vec{a}_{D/B}$$

$$\vec{a}_D = \vec{\alpha}_{DE} \times \vec{r}_D - \omega_{DE}^2 \vec{r}_D$$
$$= \alpha_{DE}\vec{k} \times \left(-42{,}5\vec{i} + 42{,}5\vec{j}\right) - (11.29)^2\left(-42{,}5\vec{i} + 42{,}5\vec{j}\right)$$
$$= -42{,}5\alpha_{DE}\vec{i} - 42{,}5\alpha_{DE}\vec{j} + 5417\vec{i} - 5417\vec{j}$$

$$\vec{a}_B = \vec{\alpha}_{AB} \times \vec{r}_B - \omega_{AB}^2 \vec{r}_B = 0 - (20)^2\left(20\vec{i} + 35\vec{j}\right)$$
$$= -8000\vec{i} + 14000\vec{j}$$

$$\vec{a}_{D/B} = \vec{\alpha}_{BD} \times \vec{r}_{B/D} - \omega_{BD}^2 \vec{r}_{B/D}$$
$$= \alpha_{B/D}\vec{k} \times \left(30\vec{i} + 7{,}5\vec{j}\right) - (29.33)^2\left(30\vec{i} + 7{,}5\vec{j}\right)$$
$$= -7{,}5\alpha_{B/D}\vec{i} + 30\alpha_{B/D}\vec{j} - 25807\vec{i} - 6439\vec{j}$$

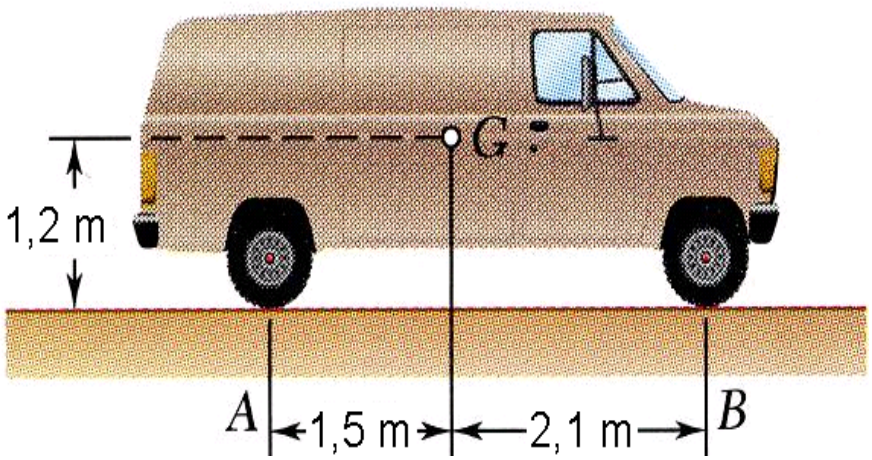
Componentes x: $-42{,}5\alpha_{DE} + 7{,}5\alpha_{BD} = -3922$

Componentes y: $-42{,}5\alpha_{DE} - 30\alpha_{BD} = -15022$

$$\vec{\alpha}_{BD} = -\left(645\,\text{rad/s}^2\right)\vec{k} \qquad \vec{\alpha}_{DE} = \left(809\,\text{rad/s}^2\right)\vec{k}$$

VI – Cinética Plana do Corpo

Exemplo 6.1

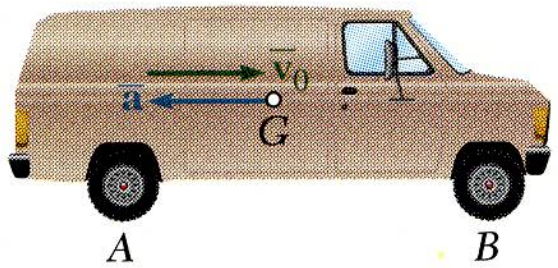


A uma velocidade de 9,1 m/s para a frente, os freios do caminhão foram acionados, fazendo com que as rodas paressem de girar. Observou-se que o caminhão derrapou até parar em 6,1 m. Determinar a magnitude da reação normal e a força de atrito.

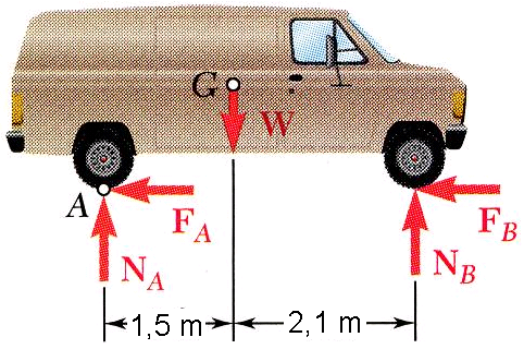
SOLUÇÃO:

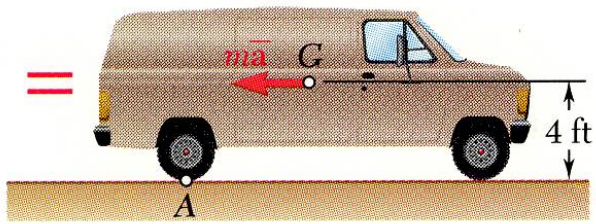
- Calcular a aceleração no quantidade de movimento em que o caminhão derrapa sobre a superfície considerando aceleração uniformemente variada.
- Escreva as equações do diagrama de corpo livre observando a equivalência das forças externas e efetivas.
- Aplique as três equções para encontrar a força normal das rodas do caminhão na dianteira e na traseira e para encontrar o coeficiente de atrito entre as rodas e a superfície.

Exemplo 6.1



$$\bar{v}_0 = 9{,}14\,\frac{\text{m}}{\text{s}} \qquad \bar{x} = 6\,m$$





SOLUÇÃO:

- Calcular a aceleração no quantidade de movimento em que o caminhão derrapa.

$$\bar{v}^2 = \bar{v}_0^2 + 2\bar{a}\left(\bar{x} - \bar{x}_0\right)$$

$$0 = \left(9{,}14\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 + 2\bar{a}\,(6\,\text{m}) \qquad \bar{a} = -6{,}85\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

- Escreva as equações do diagrama de corpo livre observando a equivalência das forças externas e efetivas.

$$+\uparrow \sum F_y = \sum \left(F_y\right)_{eff} \qquad N_A + N_B - W = 0$$

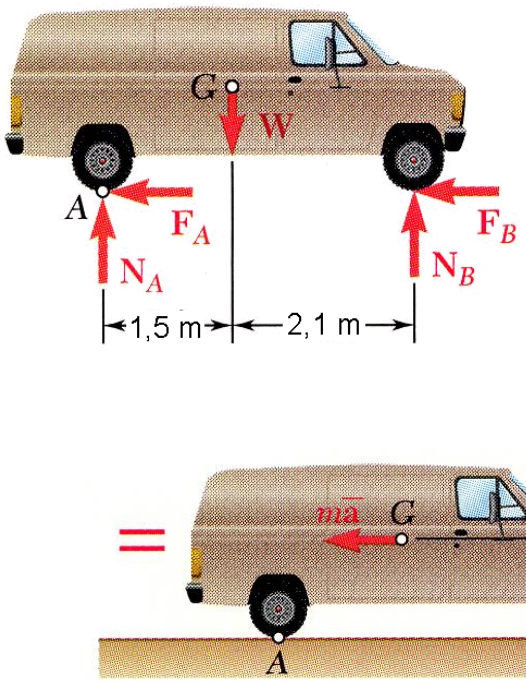
$$\rightarrow \sum F_x = \sum \left(F_x\right)_{eff} \qquad -F_A - F_B = -m\bar{a}$$

$$-\mu_k\left(N_A + N_B\right) =$$

$$-\mu_k W = -\left(W/g\right)\bar{a}$$

$$\mu_k = \frac{\bar{a}}{g} = \frac{6{,}85}{9{,}81} = 0.699$$

Exemplo 6.1



- Resolvendo as equações,

$$+\circlearrowleft \sum M_A = \sum (M_A)_{eff}$$

$$-(1{,}5m)W + (3{,}6m)N_B = (1{,}2m)m\bar{a}$$

$$N_B = \frac{1}{12}\left(5W + 4\frac{W}{g}\bar{a}\right) = \frac{W}{12}\left(5 + 4\frac{\bar{a}}{g}\right)$$

$$N_B = 0.650W$$

$$N_A = W - N_B = 0.350W$$

$$N_{rear} = \tfrac{1}{2}N_A = \tfrac{1}{2}(0.350W) \qquad \boxed{N_{traseira} = 0.175W}$$

$$F_{rear} = \mu_k N_{rear} = (0.690)(0.175W)$$

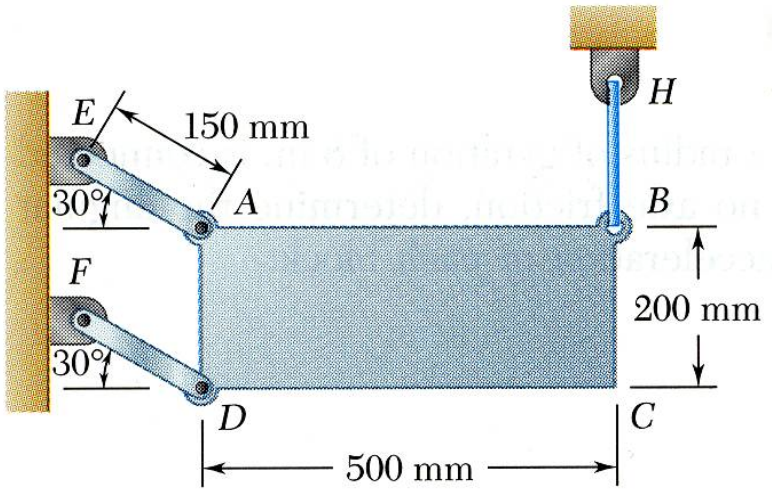
$$\boxed{F_{traseira} = 0.122W}$$

$$N_{front} = \tfrac{1}{2}N_V = \tfrac{1}{2}(0.650W) \qquad \boxed{N_{dianteira} = 0.325W}$$

$$F_{front} = \mu_k N_{front} = (0.690)(0.325W)$$

$$\boxed{F_{dianteira} = 0.0.227W}$$

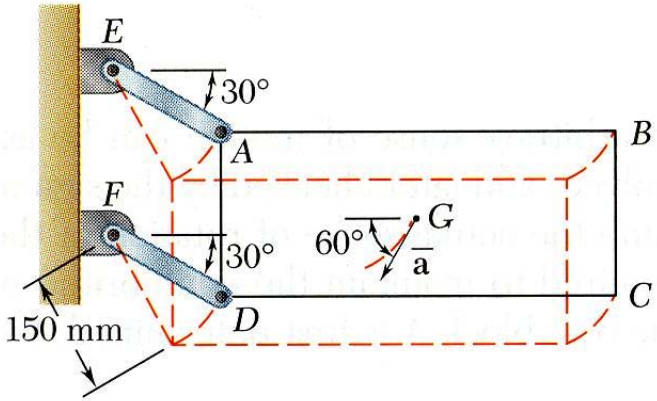
Exemplo 6.2

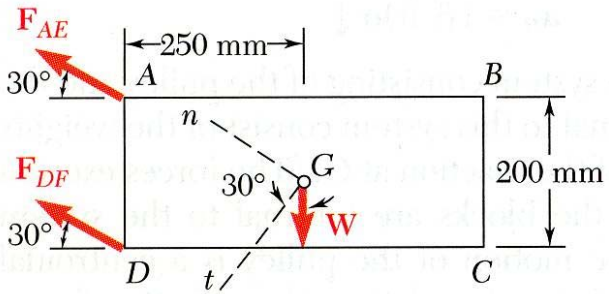


A placa fina de massa 8 kg é mantida no lugar, como mostrado. Desconsiderando a massa das hastes, determine imediatamente após o fio ser cortado: (a) a aceleração da placa, e (b) a força em cada haste.

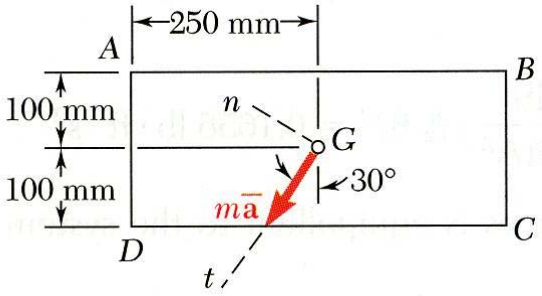
SOLUÇÃO:

- Observe que depois de o fio ser cortado, todas as partículas da placa se movem através de trajetórias circulares de raio 150 mm.A placa está em movimento curvilíneo
- Escreva as equações do diagrama de corpo livre observando a equivalência das forças externas e efetivas.
- Simplifique para componentes escalares paralelas e perpendiculares à direção do centro de massa da placa
- Resolva as equações de momentoss e de componentes para a aceleração desconhecida e para as forças das hastes.





=



SOLUÇÃO:

- Observe que depois de o fio ser cortado, todas as partículas da placa se movem através de trajetórias circulares de raio 150mm. A placa está em movimento curvilíneo
- Escreva as equações do diagrama de corpo livre observando a equivalencia das forças externas e efetivas.
- Simplifique para componentes escalares paralelas e perpendiculares à direção do centro de massa da placa

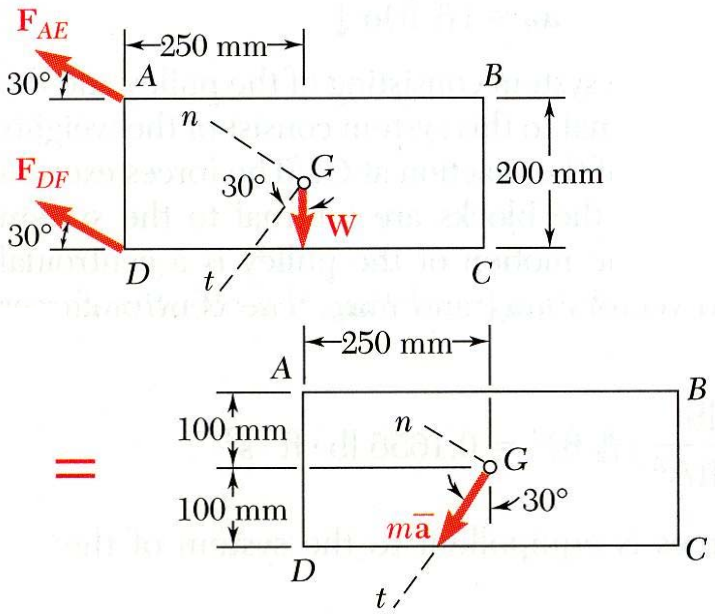
$$+\swarrow \quad \sum F_t = \sum (F_t)_{eff}$$

$$W\cos 30° = m\bar{a}$$

$$mg\cos 30° =$$

$$\bar{a} = \left(9.81\,\mathrm{m/s^2}\right)\cos 30°$$

$$\bar{a} = 8.50\,\mathrm{m/s^2} \measuredangle 60^{o}$$



$$\bar{a} = 8.50\,\text{m/s}^2 \angle 60^\circ$$

- Resolva as equações de momentoss e de componentes para a aceleração desconhecida e para as forças das hastes.

$$+\circlearrowleft \sum M_G = \left(\sum M_G\right)_{eff}$$

$$(F_{AE}\sin 30^\circ)(250\,\text{mm}) - (F_{AE}\cos 30^\circ)(100\,\text{mm})$$
$$(F_{DF}\sin 30^\circ)(250\,\text{mm}) + (F_{DF}\cos 30^\circ)(100\,\text{mm}) = 0$$

$$38.4\,F_{AE} + 211.6\,F_{DF} = 0$$

$$F_{DF} = -0.1815\,F_{AE}$$

$$+\nwarrow \sum F_n = \sum (F_n)_{eff}$$

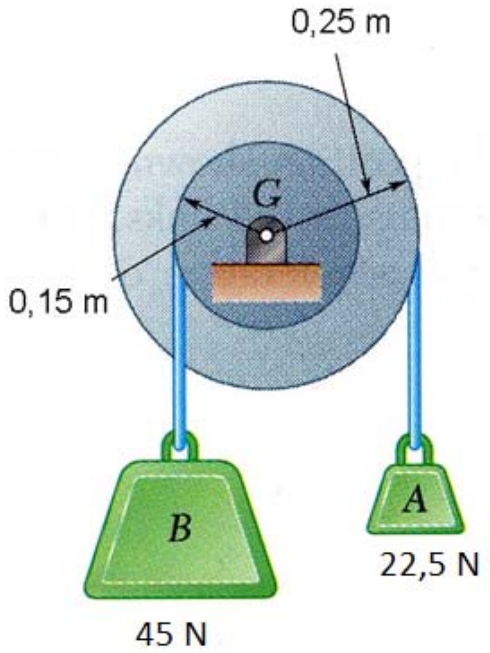
$$F_{AE} + F_{DF} - W\sin 30^\circ = 0$$

$$F_{AE} - 0.1815\,F_{AE} - W\sin 30^\circ = 0$$

$$F_{AE} = 0.619(8\,\text{kg})(9.81\,\text{m/s}^2) \qquad \boxed{F_{AE} = 47.9\,\text{N} \quad T}$$

$$F_{DF} = -0.1815(47.9\,\text{N}) \qquad \boxed{F_{DF} = 8.70\,\text{N} \quad C}$$

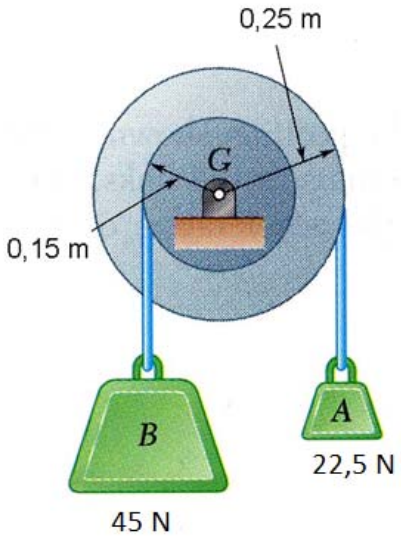
Exemplo 6.3

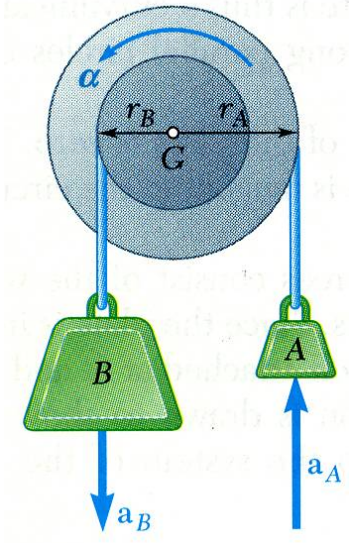


Uma polia de peso 54 N que possui um raio de giro de 0,2 m. está ligada a dois blocos, como mostrado.
Assumindo que não há atrito do eixo, determine a aceleração angular da polia e a aceleração de cada bloco

SOLUÇÃO:

- Determinar o sentido de rotação, avaliando o momento global na polia
- Relacionar a aceleração dos blocos com a aceleração angular da polia.
- Escreva as equações do diagrama de corpo livre observando a equivalencia das forças externas e efetivas.
- Resolva a equação do momento para a aceleração angular da polia.





SOLUÇÃO:

- Determinar o sentido de rotação, avaliando o momento global na polia

$$+\circlearrowleft \sum M_G = (45N)(0{,}15m) - (22{,}5\text{N})(0{,}25\text{m}) = 1{,}125\ \text{N.m}$$

→ a rotação é anti-horária.

Note que:

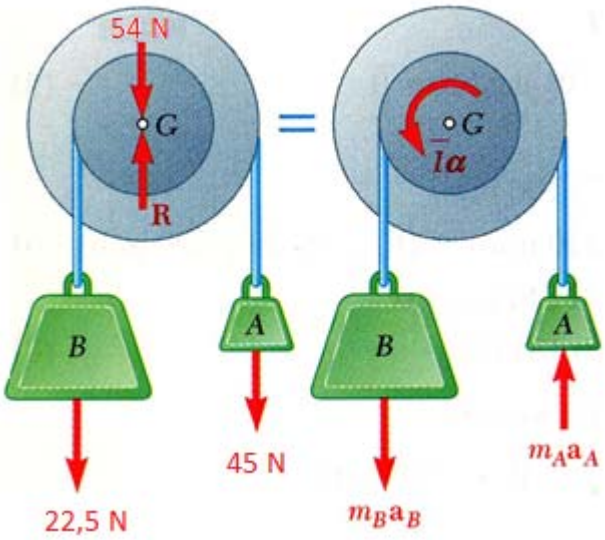
$$\bar{I} = m\bar{k}^2 = \frac{W}{g}\bar{k}^2$$

$$= \frac{54N}{9{,}81\,\text{m/s}^2}(0{,}2\text{m})^2$$

$$= 0.22\ \text{N}\cdot\text{m}\cdot\text{s}^2$$

- Relacionar a aceleração dos blocos com a aceleração angular da polia.

$$a_A = r_A\alpha = (0{,}25\text{m})\alpha \qquad a_B = r_B\alpha = (0{,}15\,\text{m})\alpha$$



- Escreva as equações do diagrama de corpo livre observando a equivalencia das forças externas e efetivas.

- Resolva a equação do momento para a aceleração angular da polia.

$$+\circlearrowleft \sum M_G = \sum (M_G)_{eff}$$

$$(45\,\text{N})(0{,}15\,\text{m}) - (22{,}5\,\text{N})(0{,}25\,\text{m}) = \bar{I}\alpha + m_B a_B (0{,}25\,\text{m}) - m_A a_A (0{,}25\,\text{m})$$

$$(45)(0{,}15) - (22{,}5)(0{,}25) = (0{,}22)\alpha + \left(\tfrac{45}{9{,}81}\right)(0{,}15\alpha)(0{,}15) - \left(\tfrac{22{,}5}{9{,}81}\right)(0{,}25)(0{,}25)$$

$$\alpha = 2{,}41\,\text{rad/s}^2 \quad \circlearrowleft$$

$$\bar{I} = 0{,}22\ \text{N}\cdot\text{m}\cdot\text{s}^2$$

$$a_A = (0{,}25\alpha)\,\text{m/s}^2$$

$$a_B = (0{,}15\alpha)\,\text{m/s}^2$$

então,

$$a_A = r_A\alpha$$

$$= (0{,}25\,\text{m})(2{,}41\ \text{rad/s}^2)$$

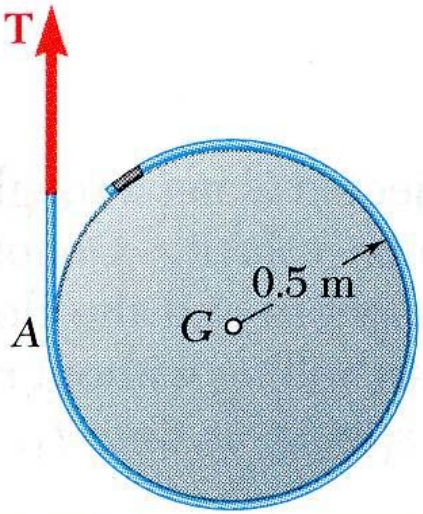
$$a_A = 0{,}603\,\text{m/s}^2 \uparrow$$

$$a_B = r_B\alpha$$

$$= (0{,}15\text{m})(2{,}41\,\text{rad/s}^2)$$

$$a_B = 0{,}362\ \text{m/s}^2 \downarrow$$

Exemplo 6.4

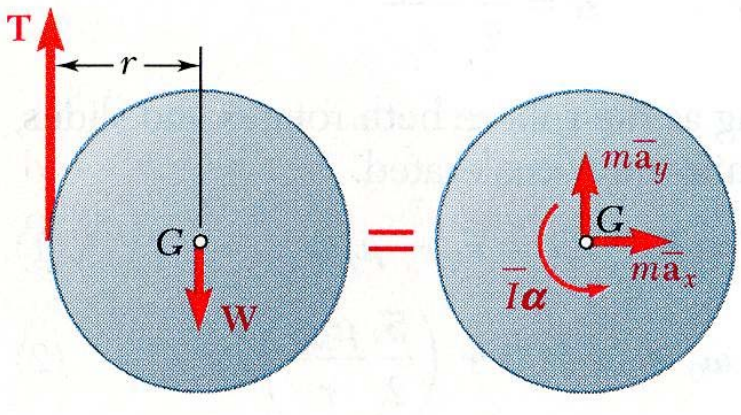


Um cabo é enrolado em um disco homogêneo de massa 15 kg. O cabo é puxado para cima com uma força T = 180 N.

Determine: (a) a aceleração do centro do disco, (b) a aceleração angular do disco, e (c) a aceleração do cabo

SOLUÇÃO:

- Escreva as equações do diagrama de corpo livre observando a equivalencia das forças externas e efetivas no disco.
- Resolva as três equações de equilibrio escalar para as velocidades horizontal, vertical e angular do disco.
- Determine a aceleração do cabo avaliando a aceleração tangencial do ponto A do disco.



SOLUÇÃO:

- Escreva as equações do diagrama de corpo livre observando a equivalencia das forças externas e efetivas no disco.
- Resolva as equações de equilibrio.

$$\overset{+}{\rightarrow} \sum F_x = \sum (F_x)_{eff}$$

$$0 = m\bar{a}_x \qquad \bar{a}_x = 0$$

$$+\uparrow \sum F_y = \sum (F_y)_{eff}$$

$$T - W = m\bar{a}_y$$

$$\bar{a}_y = \frac{T - W}{m} = \frac{180\,\text{N} - (15\,\text{kg})(9.81\,\text{m/s}^2)}{15\,\text{kg}}$$

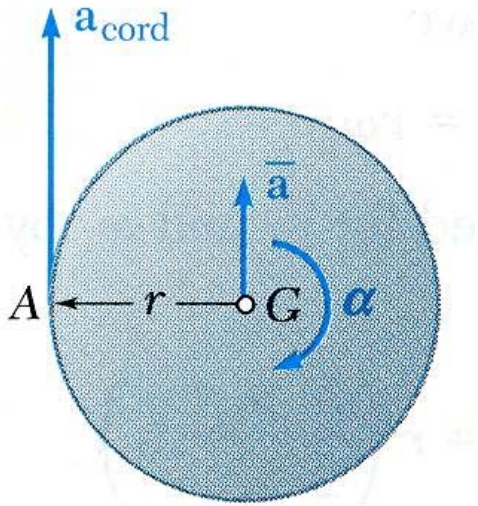
$$\bar{a}_y = 2.19\,\text{m/s}^2 \uparrow$$

$$+\circlearrowleft \sum M_G = \sum (M_G)_{eff}$$

$$-Tr = \bar{I}\alpha = \left(\tfrac{1}{2}mr^2\right)\alpha$$

$$\alpha = -\frac{2T}{mr} = -\frac{2(180\,\text{N})}{(15\,\text{kg})(0.5\,\text{m})}$$

$$\alpha = 48.0\,\text{rad/s}^2 \circlearrowleft$$



$\bar{a}_x = 0 \qquad \bar{a}_y = 2.19\,\mathrm{m/s^2}\uparrow$

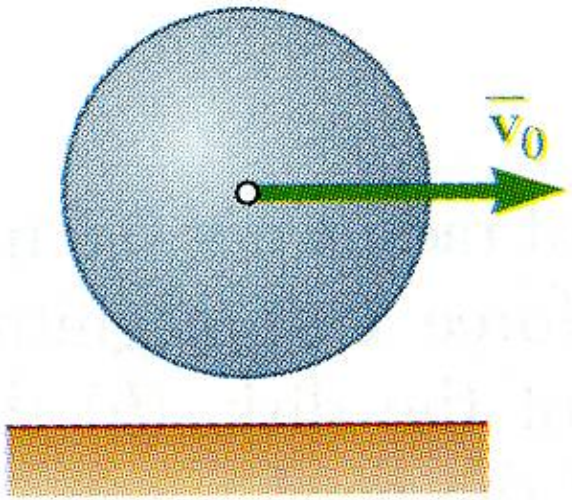
$\alpha = 48.0\,\mathrm{rad/s^2}\,\circlearrowleft$

- Determine a aceleração do cabo avaliando a aceleração tangencial do ponto A do disco.

$$\vec{a}_{cord} = (a_A)_t = \bar{a} + (a_{A/G})_t$$
$$= 2.19\,\mathrm{m/s^2} + (0.5\,\mathrm{m})(48\ \mathrm{rad/s^2})$$

$$a_{cord} = 26.2\,\mathrm{m/s^2}\uparrow$$

Exemplo 6.5

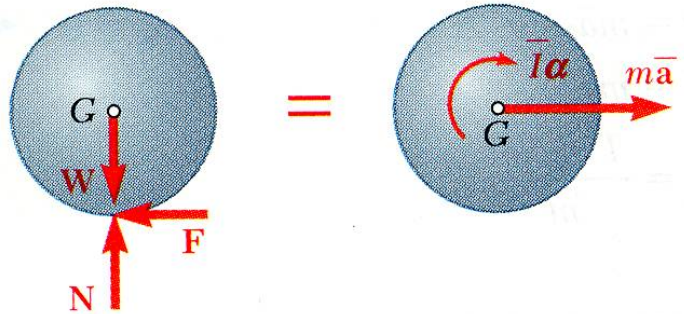


Uma esfera uniforme de massa m e raio r é projetada ao longo de uma superfície áspera horizontal com uma velocidade linear v_0. O coeficiente de atrito cinético entre a esfera e a superfície é μ_k.
Determine: (a) o tempo t_1 no qual a esfera vai começar a rolar sem deslizar, e (b) as velocidades linear e angular da esfera no tempo t_1.

SOLUÇÃO:

- Escreva as equações do diagrama de corpo livre observando a equivalencia das forças externas e efetivas na esfera.

- Resolva as equações de equilibrio escalar para a reação normal e acelerações angulares e tangenciais na esfera.
- Aplicar as relações cinemáticas para o movimento uniformemente acelerado para determinar o momento em que a velocidade tangencial da esfera seja zero, ou seja, quando a esfera para de deslizar.



SOLUÇÃO:

- Escreva as equações do diagrama de corpo livre observando a equivalencia das forças externas e efetivas na esfera.
- Resolva as três equações de equilíbrio.

$$+\uparrow \sum F_y = \sum (F_y)_{eff}$$

$$N - W = 0 \qquad N = W = mg$$

$$\xrightarrow{+} \sum F_x = \sum (F_x)_{eff}$$

$$-F = m\bar{a}$$

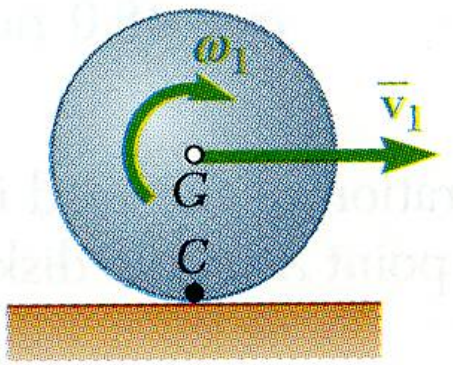
$$-\mu_k mg = \qquad \bar{a} = -\mu_k g$$

$$+\circlearrowleft \sum M_G = \sum (M_G)_{eff}$$

$$Fr = \bar{I}\alpha$$

$$(\mu_k mg)r = \left(\tfrac{2}{3}mr^2\right)\alpha \qquad \alpha = \frac{5}{2}\frac{\mu_k g}{r}$$

NOTA: Enquanto a esfera desliza e rotaciona , seus movimentos linear e angular são uniformemente acelerados



$$\bar{a} = -\mu_k g$$

$$\alpha = \frac{5}{2}\frac{\mu_k g}{r}$$

- Aplicar as relações cinemáticas para o movimento uniformemente acelerado para determinar o momento em que a velocidade tangencial da esfera seja zero, ou seja, quando a esfera para de deslizar.

$$\bar{v} = \bar{v}_0 + \bar{a}t = \bar{v}_0 + (-\mu_k g)t$$

$$\omega = \omega_0 + \alpha t = 0 + \left(\frac{5}{2}\frac{\mu_k g}{r}\right)t$$

No instante t_1 quando a esfera para de deslizar,

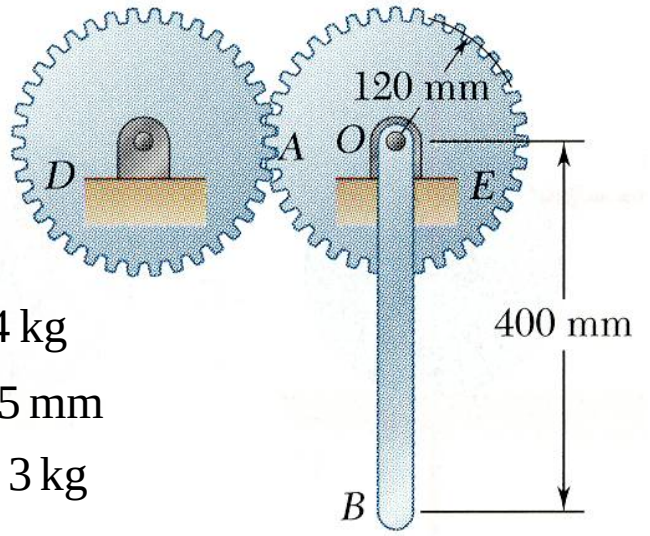
$$\bar{v}_1 = r\omega_1$$

$$\bar{v}_0 - \mu_k g t_1 = r\left(\frac{5}{2}\frac{\mu_k g}{r}\right)t_1 \qquad t_1 = \frac{2}{7}\frac{\bar{v}_0}{\mu_k g}$$

$$\omega_1 = \left(\frac{5}{2}\frac{\mu_k g}{r}\right)t_1 = \left(\frac{5}{2}\frac{\mu_k g}{r}\right)\left(\frac{2}{7}\frac{\bar{v}_0}{\mu_k g}\right) \qquad \omega_1 = \frac{5}{7}\frac{\bar{v}_0}{r}$$

$$\bar{v}_1 = r\omega_1 = r\left(\frac{5}{7}\frac{\bar{v}_0}{r}\right) \qquad \bar{v}_1 = \frac{5}{7}\bar{v}_0$$

Exemplo 6.6



$m_E = 4\,\text{kg}$

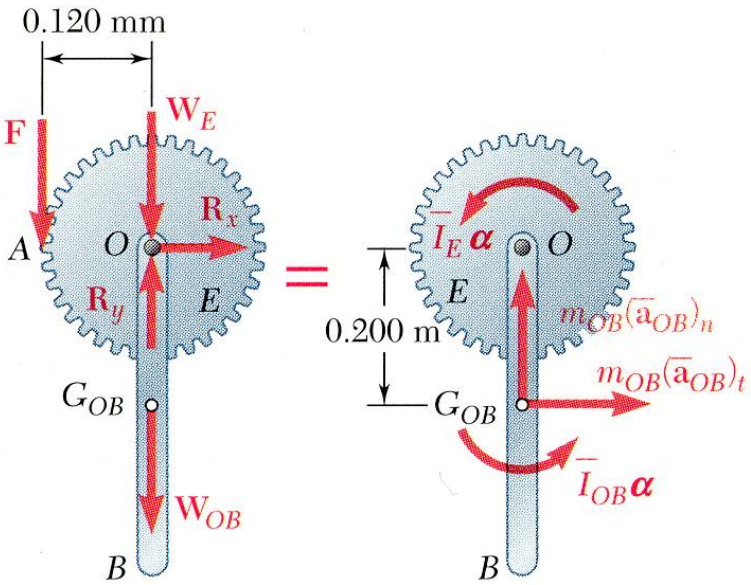
$\bar{k}_E = 85\,\text{mm}$

$m_{OB} = 3\,\text{kg}$

A parte AOB do mecanismo é acionada por uma engrenagem D e no instante mostrado tem uma velocidade angular no sentido horário de 8 rad/s e uma aceleração angular sentido anti-horário de 40 rad/s².
Determinar: a) força tangencial exercida pela engrenagem D, e b) componentes da reação no eixo O.

SOLUÇÃO:

- Escrever as equações do diagrama de corpo livre para AOB, observando a equivalência entre as forças externas e as efetivas.
- Avaliar as forças externas devido ao peso das engrenagens E e do braço OB e as forças eficazes associadas com a velocidade angular e a aceleração.
- Resolva as três equações do diagrama de corpo livre para a força tangencial em A e para os componentes horizontal e vertical da reação em O



$m_E = 4\,\text{kg}$ $\quad \alpha = 40\,\text{rad/s}^2$ ↻

$\bar{k}_E = 85\,\text{mm}$ $\quad \omega = 8\,\text{rad/s}$ ↺

$m_{OB} = 3\,\text{kg}$

SOLUÇÃO:

- Escreva as equações do diagrama de corpo livre.
- Avaliar as forças externas devido ao peso das engrenagens E e do braço OB.

$$W_E = (4\,\text{kg})(9.81\,\text{m/s}^2) = 39.2\,\text{N}$$

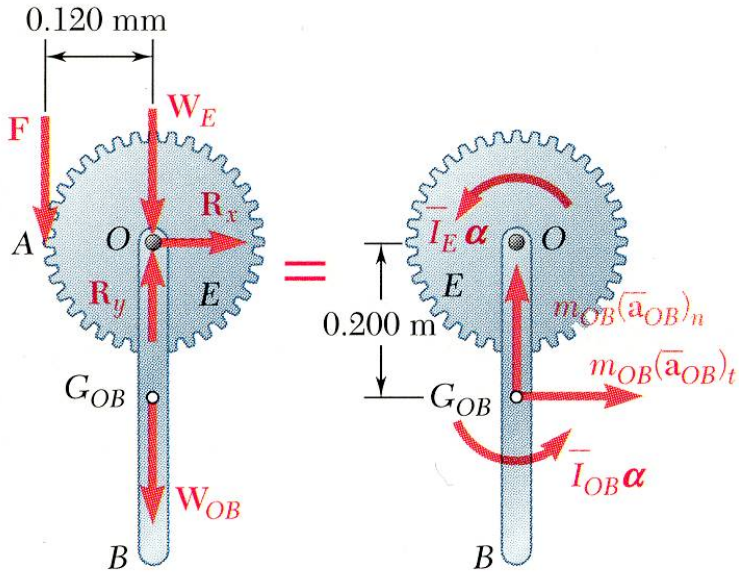
$$W_{OB} = (3\,\text{kg})(9.81\,\text{m/s}^2) = 29.4\,\text{N}$$

$$\bar{I}_E\alpha = m_E\bar{k}_E^2\alpha = (4\,\text{kg})(0.085\,\text{m})^2(40\,\text{rad/s}^2)$$
$$= 1.156\,\text{N}\cdot\text{m}$$

$$m_{OB}(\bar{a}_{OB})_t = m_{OB}(\bar{r}\alpha) = (3\,\text{kg})(0.200\,\text{m})(40\,\text{rad/s}^2)$$
$$= 24.0\,\text{N}$$

$$m_{OB}(\bar{a}_{OB})_n = m_{OB}(\bar{r}\omega^2) = (3\,\text{kg})(0.200\,\text{m})(8\,\text{rad/s})^2$$
$$= 38.4\,\text{N}$$

$$\bar{I}_{OB}\alpha = \left(\tfrac{1}{12}m_{OB}L^2\right)\alpha = \tfrac{1}{12}(3\,\text{kg})(0.400\,\text{m})^2(40\,\text{rad/s}^2)$$
$$= 1.600\,\text{N}\cdot\text{m}$$



$$W_E = 39.2\,\text{N}$$

$$W_{OB} = 29.4\,\text{N}$$

$$\bar{I}_E\alpha = 1.156\,\text{N}\cdot\text{m}$$

$$m_{OB}(\bar{a}_{OB})_t = 24.0\,\text{N}$$

$$m_{OB}(\bar{a}_{OB})_n = 38.4\,\text{N}$$

$$\bar{I}_{OB}\alpha = 1.600\,\text{N}\cdot\text{m}$$

- Resolva as três equações do diagrama de corpo livre para a força tangencial em A e para os componentes horizontal e vertical da reação em O

$$+\circlearrowleft \sum M_O = (\sum M_O)_{eff}$$

$$F(0.120\text{m}) = \bar{I}_E\alpha + m_{OB}(\bar{a}_{OB})_t(0.200\text{m}) + \bar{I}_{OB}\alpha$$

$$= 1.156\,\text{N}\cdot\text{m} + (24.0\,\text{N})(0.200\text{m}) + 1.600\,\text{N}\cdot\text{m}$$

$$F = 63.0\,\text{N}\downarrow$$

$$\overset{+}{\rightarrow} \sum F_x = (\sum F_x)_{eff}$$

$$R_x = m_{OB}(a_{OB})_t = 24.0\,\text{N}$$

$$R_x = 24.0\,\text{N}\rightarrow$$

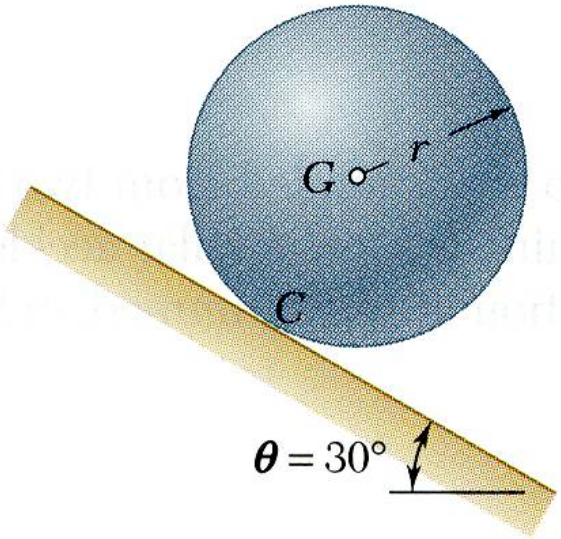
$$+\uparrow \sum F_y = (\sum F_y)_{eff}$$

$$R_y - F - W_E - W_{OB} = m_{OB}(\bar{a}_{OB})$$

$$R_y - 63.0\,\text{N} - 39.2\,\text{N} - 29.4\,\text{N} = 38.4\,\text{N}$$

$$R_y = 24.0\,\text{N}\uparrow$$

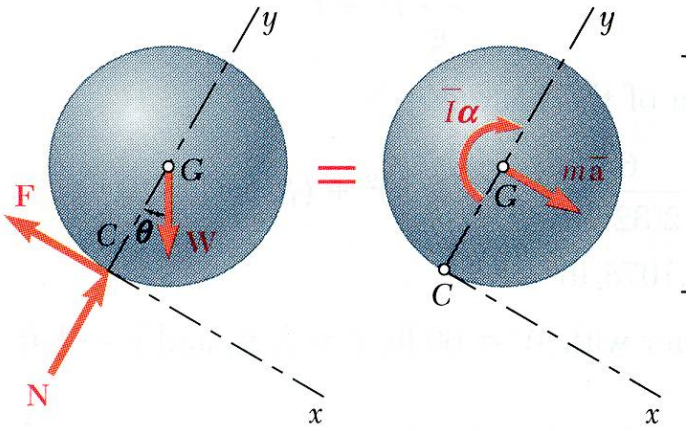
Exemplo 6.7



Uma esfera de peso W é liberada sem velocidade inicial e rola sem escorregar sobre o plano inclinado. Determinar: a) o valor mínimo do coeficiente de atrito, b) a velocidade de G após a esfera rolar 3m e c) a velocidade do G se a esfera se deslocar 3m abaixo de um declive sem atrito.

SOLUÇÃO:

- Escreva as equações do diagrama de corpo livre , observando a equivalência entre as forças externas e as efetivas.
- Com as acelerações lineares e angulares relacionadas, resolver as equações escalares derivadas da equação de corpo livre para a aceleração angular e as reações normais e tangenciais em C.
- Calcule o coeficiente de atrito necessário para a reação tangencial indicada em C
- Calcule a velocidade depois de 3m de movimento uniformemente acelerado
- Desprezando o atrito, calcule a aceleração linear e a velocidade correspondente após o deslocamento de 3 m.



$$\bar{a} = r\alpha$$

SOLUÇÃO:

- Escreva as equações do diagrama de corpo livre ,

- Com as acelerações lineares e angulares relacionadas, resolver as equações escalares derivadas da equação de corpo livre para a aceleração angular e as reações normais e tangenciais em C.

$$\sum M_C = \sum (M_C)_{eff}$$

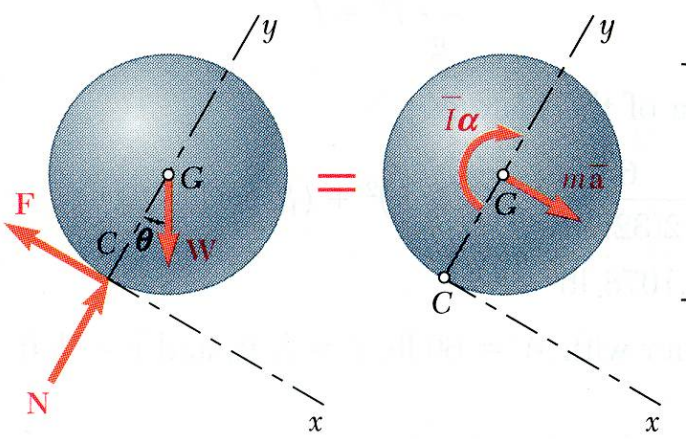
$$(W\sin\theta)r = (m\bar{a})r + \bar{I}\alpha$$

$$= (mr\alpha)r + \left(\tfrac{2}{5}mr^2\right)\alpha$$

$$= \left(\frac{W}{g}r\alpha\right)r + \left(\frac{2}{5}\frac{W}{g}r^2\right)\alpha \qquad \alpha = \frac{5g\sin\theta}{7r}$$

$$\bar{a} = r\alpha = \frac{5g\sin 30°}{7}$$

$$= \frac{5\left(9{,}81\,\mathrm{m/s^2}\right)\sin 30°}{7} \qquad \bar{a} = 3.50\,\mathrm{m/s^2}$$



$$\alpha = \frac{5g\sin\theta}{7r}$$

$$\bar{a} = r\alpha = 3.50\,\mathrm{m/s^2}$$

- Resolver as equações escalares derivadas da equação de corpo livre para a aceleração angular e as reações normais e tangenciais em C.

$$\sum F_x = \sum (F_x)_{eff} \qquad W\sin\theta - F = m\bar{a}$$

$$= \frac{W}{g}\frac{5g\sin\theta}{7}$$

$$F = \frac{2}{7}W\sin 30° = 0.143W$$

$$\sum F_y = \sum (F_y)_{eff} \qquad N - W\cos\theta = 0$$

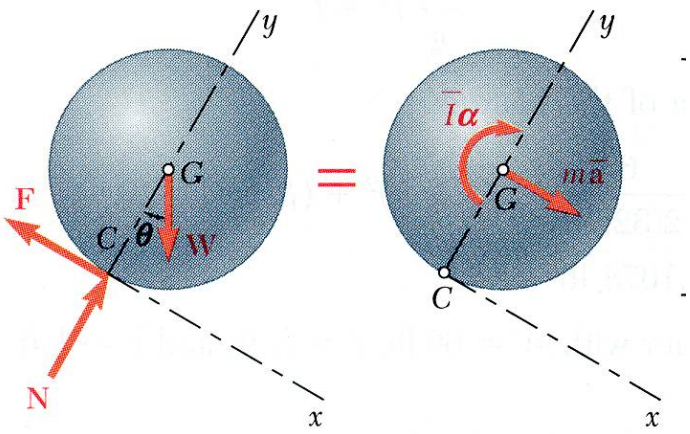
$$N = W\cos 30° = 0.866W$$

- Calcule o coeficiente de atrito necessário para a reação tangencial indicada em C

$$F = \mu_s N$$

$$\mu_s = \frac{F}{N} = \frac{0.143W}{0.866W}$$

$$\boxed{\mu_s = 0.165}$$



$$\alpha = \frac{5g\sin\theta}{7r}$$

$$\bar{a} = r\alpha = 11.50\,\text{ft/s}^2$$

- Calcular a velocidade de depois de um deslocamento de 3m uniformemente acelerado

$$\bar{v}^2 = \bar{v}_0^2 + 2\bar{a}(\bar{x} - \bar{x}_0)$$
$$= 0 + 2(3.50\,\text{m/s}^2)(3\,\text{m})$$

$$\vec{v} = 4{,}6\,\text{m/s}$$

- Desprezando o atrito, calcule a aceleração linear e a velocidade correspondente após o deslocamento de 3 m

$$\sum M_G = \sum (M_G)_{eff} \qquad 0 = \bar{I}\alpha \qquad \alpha = 0$$

$$\sum F_x = \sum (F_x)_{eff}$$

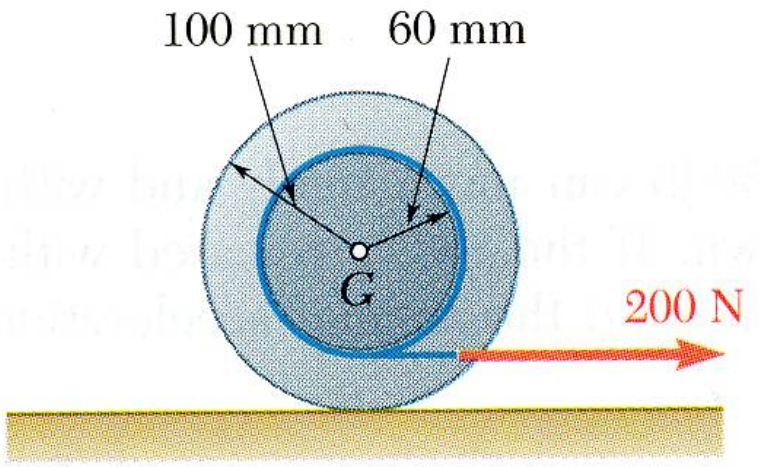
$$W\sin\theta = m\bar{a} = \left(\frac{W}{g}\right)\bar{a}$$

$$\bar{a} = (9{,}81\,\text{m/s}^2)\sin 30° = 4{,}9\,\text{m/s}^2$$

$$\bar{v}^2 = \bar{v}_0^2 + 2\bar{a}(\bar{x} - \bar{x}_0)$$
$$= 0 + 2(4{,}9\,\text{m/s}^2)(3m)$$

$$\vec{v} = 5{,}5\,\text{m/s}$$

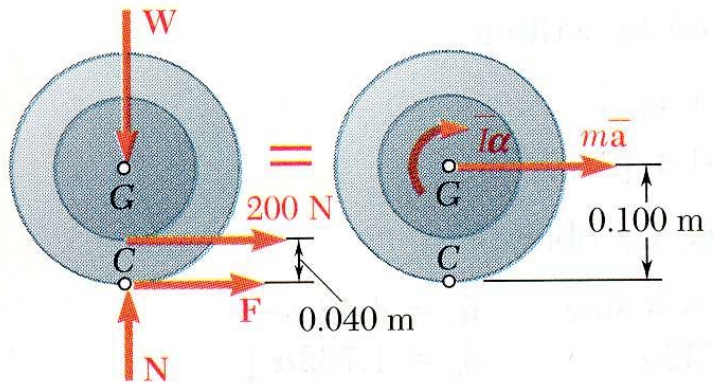
Exemplo 6.8



Uma corda é envolvida em torno do centro de uma roda e puxada horizontalmente com uma força de 200 N. O volante tem uma massa de 50 kg e um raio de giro de 70 mm. Sabendo $\mu_s = 0{,}20$ e $\mu_k = 0{,}15$, determine a aceleração de G e a aceleração angular da roda.

SOLUÇÃO:

- Escreva as equações do diagrama de corpo livre, observando a equivalência entre as forças externas e as efetivas.
- Considerando que a roda não desliza sobre a superfície, resolva as equações escalares para a aceleração,e reações normal e tangencial na superfície
- Compare a reação tangencial necessária com com a máxima força de atrito possível
- Se a roda deslizar , calcule a força cinética de fricção e então resolva as equações escalares para a aceleração angular e linear.



$$\bar{I} = m\bar{k}^2 = (50\,\text{kg})(0.70\,\text{m})^2$$
$$= 0.245\,\text{kg}\cdot\text{m}^2$$

Considerando que a roda não desliza,

$$\bar{a} = r\alpha$$
$$= (0.100\,\text{m})\alpha$$

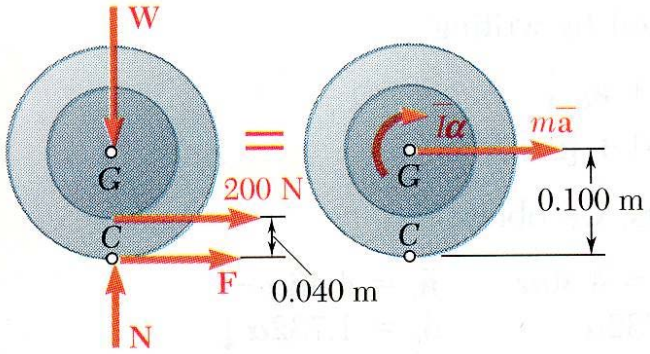
SOLUÇÃO:

- Escreva as equações do diagrama de corpo livre,
- Considerando que a roda não desliza sobre a superfície, resolva as equações escalares

$$+\circlearrowleft \sum M_C = \sum (M_C)_{eff}$$
$$(200\,\text{N})(0.040\,\text{m}) = m\bar{a}(0.100\,\text{m}) + \bar{I}\alpha$$
$$8.0\,\text{N}\cdot\text{m} = (50\,\text{kg})(0.100\,\text{m})^2\alpha + (0.245\,\text{kg}\cdot\text{m}^2)\alpha$$
$$\alpha = +10.74\,\text{rad/s}^2 \;\circlearrowleft$$
$$\bar{a} = (0.100\,\text{m})(10.74\,\text{rad/s}^2) = 1.074\,\text{m/s}^2 \rightarrow$$

$$\overset{+}{\rightarrow} \sum F_x = \sum (F_x)_{eff}$$
$$F + 200\,\text{N} = m\bar{a} = (50\,\text{kg})(1.074\,\text{m/s}^2)$$
$$F = -146.3\,\text{N} \leftarrow$$

$$\overset{+}{\rightarrow} \sum F_x = \sum (F_x)_{eff}$$
$$N - W = 0$$
$$N = mg = (50\text{kg})(1.074\,\text{m/s}^2) = +490.5\,\text{N} \uparrow$$



Sem deslizamento,

$$F = -146.3\,\text{N} \qquad N = 490.5\,\text{N}$$

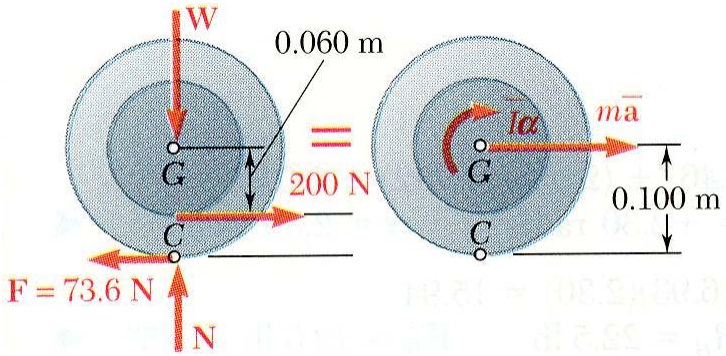
- Compare a reção tangencial necessária com com a máxima força de atrito possível

$$F_{\max} = \mu_s N = 0.20(490.5\,\text{N}) = 98.1\,\text{N}$$

$F > F_{max}$, rolamento sem deslizamento não é possível.

- Calcule a força de atrito com deslizamento e resolva as equações para as acelerações linear e angular.

$$F = F_k = \mu_k N = 0.15(490.5\,\text{N}) = 73.6\,\text{N}$$



$$\overset{+}{\rightarrow} \sum F_x = \sum (F_x)_{eff}$$

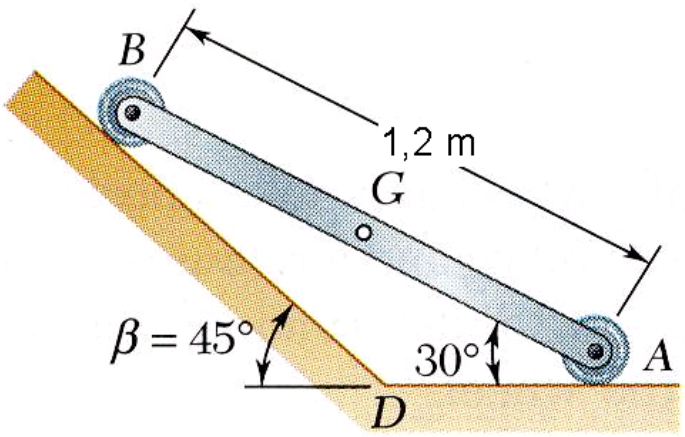
$$200\,\text{N} - 73.6\,\text{N} = (50\,\text{kg})\bar{a} \qquad \boxed{\bar{a} = 2.53\,\text{m/s}^2 \rightarrow}$$

$$+\circlearrowleft \sum M_G = \sum (M_G)_{eff}$$

$$(73.6\,\text{N})(0.100\,\text{m}) - (200\,\text{N})(0.0.060\,\text{m}) = (0.245\,\text{kg}\cdot\text{m}^2)\alpha$$

$$\alpha = -18.94\,\text{rad/s}^2 \qquad \boxed{\alpha = 18.94\,\text{rad/s}^2 \circlearrowleft}$$

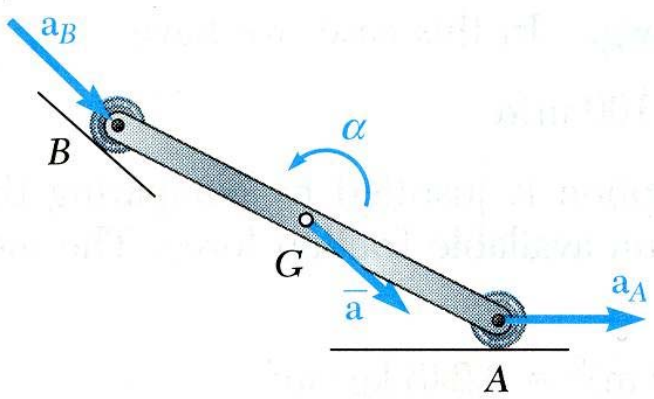
Exemplo 6.9

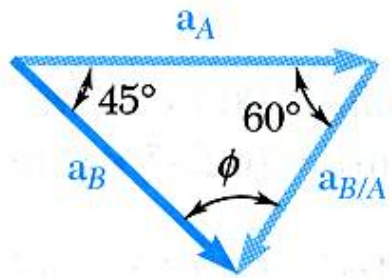


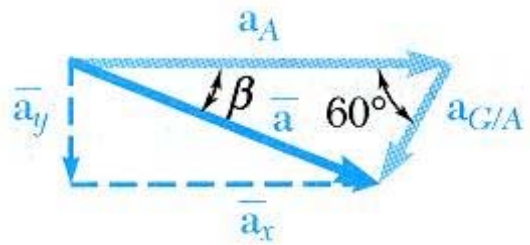
As extremidades de uma haste de 1,2m com peso de 225 N podem mover-se livremente e sem atrito ao longo de duas pistas em linha reta. A haste é liberada sem velocidade a partir da posição mostrada. Determinar: a) a aceleração angular da haste, e b) as reações em A e B.

SOLUÇÃO:

- Com base na cinemática do movimento restrito, expressar as acelerações de A, B e G em termos da aceleração angular.
- Escreva as equações do diagrama de corpo livre , observando a equivalência entre as forças externas e as efetivas.
- Resolva as equações escalares para a aceleração angular e para as reações em A e em B







SOLUÇÃO:

- Com base na cinemática do movimento restrito, expressar as acelerações de A, B e G em termos da aceleração angular.

Expressando a aceleração de *B* como

$$\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}_{B/A}$$

Com $a_{B/A} = 4\alpha$, os vetores correspondentes e com a lei dos senos, nos leva a:

$$a_A = 1{,}64\alpha \qquad a_B = 1{,}47\alpha$$

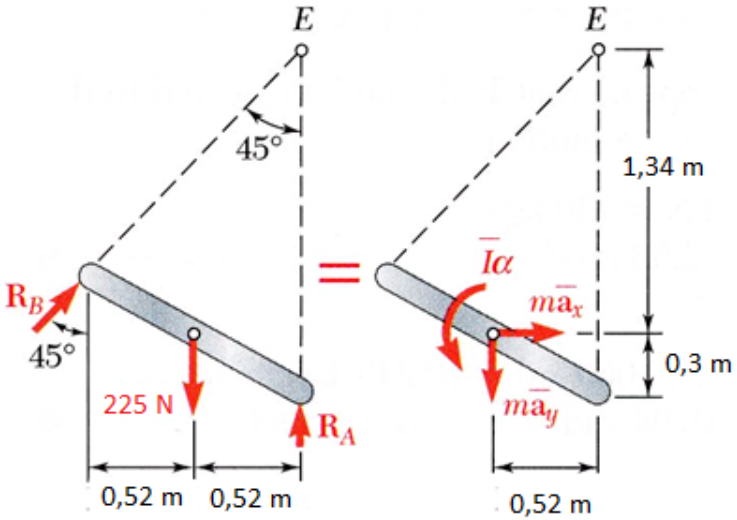
A aceleração de G é agora obtida por:

$$\vec{a} = \vec{a}_G = \vec{a}_A + \vec{a}_{G/A} \qquad \text{onde } a_{G/A} = 2\alpha$$

Resolvendo para *x* e *y* ,

$$\bar{a}_x = 1{,}64\alpha - 0{,}6\alpha \cos 60° = 1{,}34\alpha$$

$$\bar{a}_y = -0{,}6\alpha \sin 60° = -0{,}52\alpha$$



- Escreva as equações do diagrama de corpo livre ,.

- Resolva as equações escalares para a aceleração angular e para as reações em A e em B

$$+\circlearrowleft \sum M_E = \sum (M_E)_{eff}$$

$$(225)(0{,}52) = (30{,}73\alpha)(1{,}34) + (11{,}93\alpha)(0{,}52) + 2{,}75\alpha$$

$$\alpha = +2.33\,\text{rad/s}^2$$

$$\boxed{\alpha = 2.30\,\text{rad/s}^2 \circlearrowleft}$$

$$\bar{I} = \tfrac{1}{12} ml^2 = \frac{1}{12}\frac{225N}{9{,}81\,\text{m/s}^2}(1{,}2\,\text{m})^2$$

$$= 2{,}75\,\text{kg}\cdot\text{m}^2$$

$$\bar{I}\alpha = 2{,}75\alpha$$

$$m\bar{a}_x = \frac{225}{9{,}81}(1{,}34\alpha) = 30{,}73\alpha$$

$$m\bar{a}_y = -\frac{225}{9{,}81}(0{,}52\alpha) = -11{,}93\alpha$$

$$\rightarrow + \sum F_x = \sum (F_x)_{eff}$$

$$R_B \sin 45° = (30{,}73)(2{,}33)$$

$$R_B = 101{,}26\text{N}$$

$$\boxed{\vec{R}_B = 101{,}26\text{N} \angle 45^o}$$

$$+\uparrow \sum F_y = \sum (F_y)_{eff}$$

$$R_A + R_B \cos 45° - 225 = -(11{,}93)(2{,}33)$$

$$\boxed{R_A = 125{,}6\,\text{N} \uparrow}$$