

III – Cinética de Partículas

- Princípio do Trabalho e Energia
- Princípio do Impulso e Quantidade de Movimento

Conteúdo

- Introdução
- Trabalho de uma força
- Princípios de trabalho e energia
- Aplicação dos Princípios de trabalho e energia
- Potência e eficiência
- Exemplos 13.1 a 13.5
- Energia Potêncial
- Forças Conservativas
- Conservação de energia
- Movimento sob uma força conservativa central
- Exemplos 13.6 a 13.9
- Princípio de Impulso e quantidade de movimento
- Movimento Impulsivo
- Exemplo 13.10 a 13.12
- Impacto
- Impacto Central Direto
- Impacto Oblíquo Direto
- Problemas envolvendo energia e quantidade de movimento
- Exemplo 13.14 a 13.17

Introdução

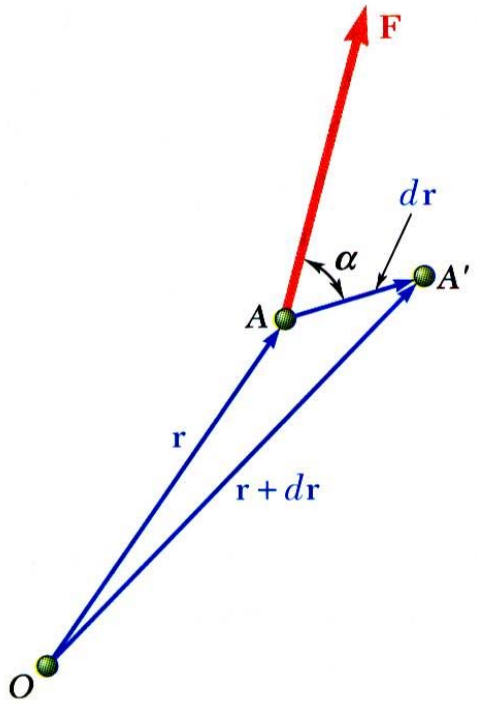
- Anteriormente, problemas envolvendo o movimento de partículas foram resolvidos através da equação fundamental do movimento. O capítulo atual introduz dois métodos adicionais de análise.

$$\mathbf{F} = m\mathbf{a}.$$

- Princípio do Trabalho e Energia: relaciona diretamente a força, a massa, a velocidade e o deslocamento.

- Princípio do Impulso e Quantidade de Movimento: relaciona diretamente a força, a massa, a velocidade e o tempo.

Trabalho de uma Força



- A variação dr do vetor r representa o deslocamento da partícula.

- O trabalho da força F no deslocamento dr é:

$|d\mathbf{r}| = ds$

$$dU = \mathbf{F} \bullet d\mathbf{r}$$
$$= F\,ds\,\cos\alpha$$
$$= F_x dx + F_y dy + F_z dz$$

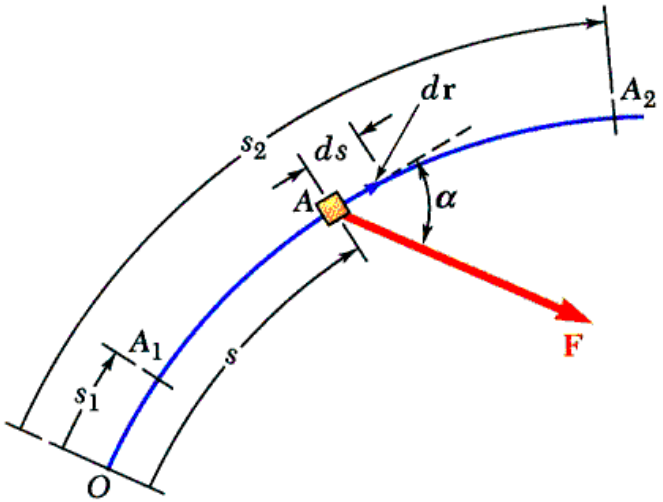
- O Trabalho é uma quantidade escalar, isto é, possui magnitude e sinal, mas não possui direção.

- Dimensões do trabalho: comprimento x força

Unidades: $1\ \mathrm{J}\ (joule) = (1\ \mathrm{N})(1\ \mathrm{m})$

$$1\,\mathrm{ft}\cdot\mathrm{lb} = 1{,}356\ \mathrm{J}$$

Trabalho de uma Força

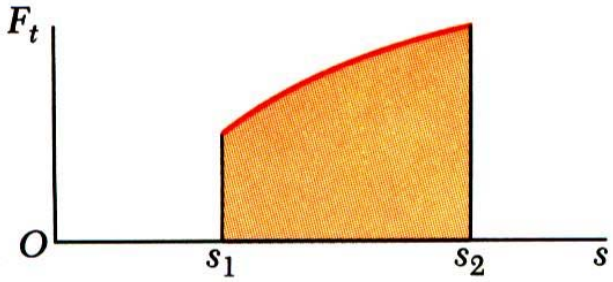


- Trabalho da força durante um deslocamento finito,

$$U_{1\to 2} = \int_{A_1}^{A_2} \mathbf{F} \bullet d\mathbf{r}$$

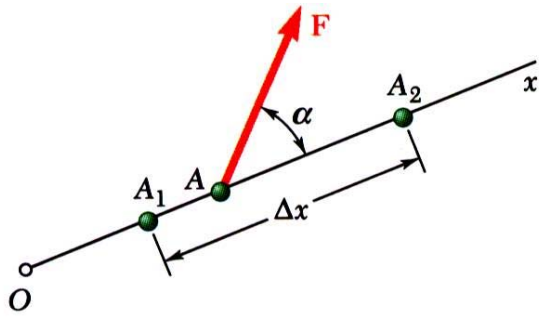
$$= \int_{s_1}^{s_2} (F\cos\alpha)\, ds = \int_{s_1}^{s_2} F_t\, ds$$

$$= \int_{A_1}^{A_2} \left(F_x dx + F_y dy + F_z dz\right)$$



- O trabalho é representado pela área embaixo da curva F_t x s.

Trabalho de uma Força



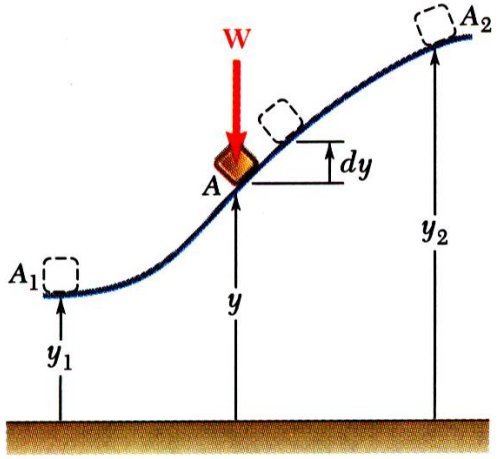
- Trabalho de uma força constante em movimento retilíneo,

$$U_{1\to 2} = \left(F\cos\alpha\right)\Delta x$$

- Trabalho da força peso:

$$\begin{aligned} dU &= F_x dx + F_y dy + F_z dz \\ &= -W\, dy \end{aligned}$$

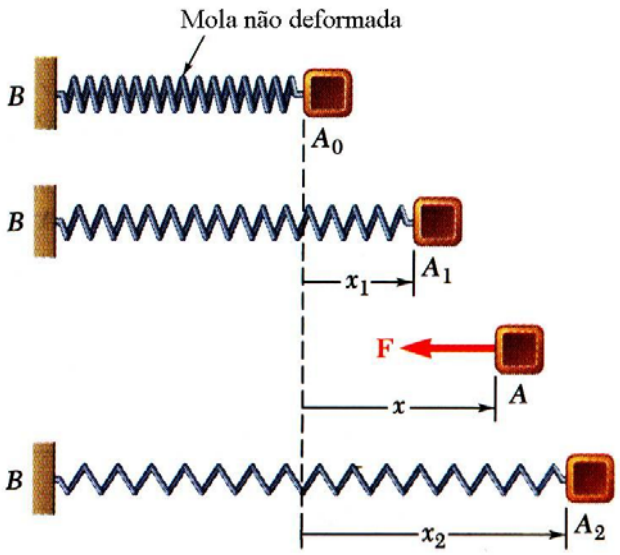
$$\begin{aligned} U_{1\to 2} &= -\int_{y_1}^{y_2} W\, dy \\ &= -W\left(y_2 - y_1\right) = -W\,\Delta y \end{aligned}$$



- O trabalho do peso é igual ao produto do peso W e o deslocamento vertical Δy.

- O trabalho do peso é positivo quando $\Delta y < 0$, isto é, quando a altura diminui.

Trabalho de uma Força



- A amplitude da força exercida por uma mola é proporcional à deflexão,

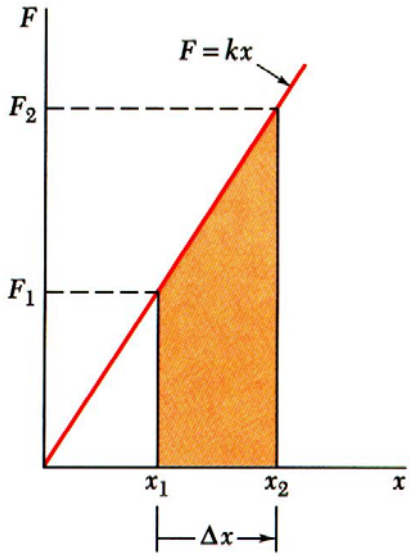
$$F = kx$$

$$k = \text{ constante da mola } \left(\text{N/m ou lb/in}\right)$$

- Trabalho da força exercida por uma mola,

$$dU = -F\,dx = -kx\,dx$$

$$U_{1\to 2} = -\int_{x_1}^{x_2} kx\,dx = \tfrac{1}{2}kx_1^2 - \tfrac{1}{2}kx_2^2$$

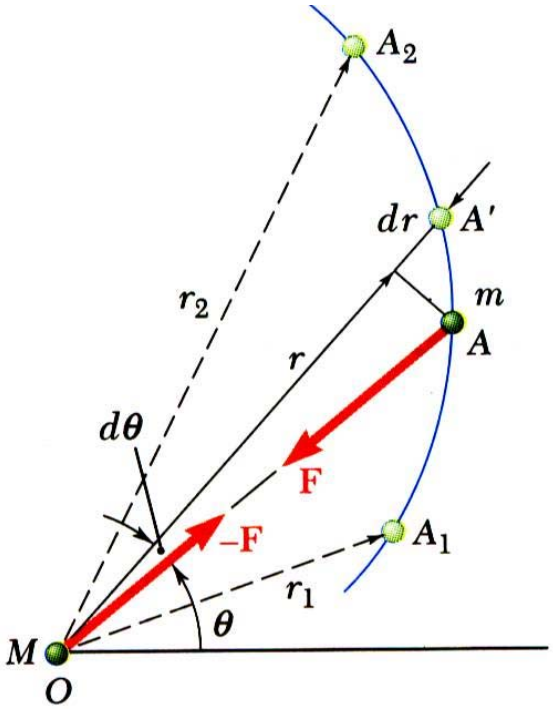


- O trabalho da força exercida pela mola é positivo quando $x_2 < x_1$, isto é, quando a mola está retornando à sua posição não deformada.

- O trabalho da força exercida pela mola é igual ao negativo da área sob a curva de F traçada em relação a x,

$$U_{1\to 2} = -\tfrac{1}{2}\left(F_1 + F_2\right)\Delta x$$

Trabalho de uma força



O trabalho de uma força gravitacional F entre duas partículas, M e m, assumindo que M ocupe uma posição fixa O e m se desloque ao longo da trajetória indicada é:

$$dU = -Fdr = -G\frac{Mm}{r^2}dr$$

$$U_{1\to 2} = -\int_{r_1}^{r_2} G\frac{Mm}{r^2}dr = G\frac{Mm}{r_2} - G\frac{Mm}{r_1}$$

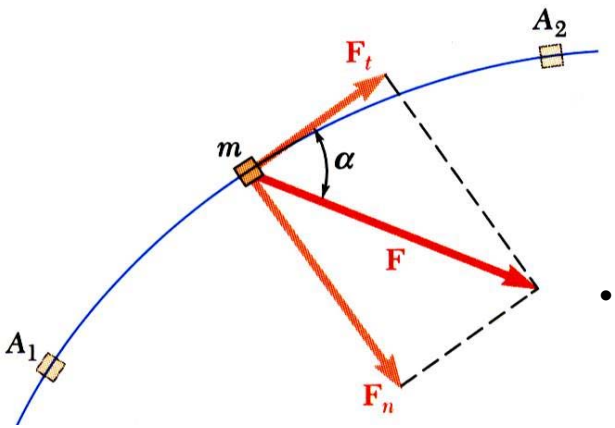
Trabalho de uma força

Forças que não realizam trabalho (ds = 0 ou cos α = 0):

- reação no pino sem atrito apoiando corpo em rotação,
- reação na superfície sem atrito quando o corpo se move em contato ao longo da superfície,
- reação em um rolete em movimento ao longo de seu percurso, e
- peso de um corpo quando seu centro de gravidade se move horizontalmente.

Energia Cinética da Partícula: Princípio do Trabalho e Energia

- Considere uma partícula de massa m sujeita a uma força F,



$$F_t = ma_t = m\frac{dv}{dt}$$

$$= m\frac{dv}{ds}\frac{ds}{dt} = mv\frac{dv}{ds}$$

$$F_t\,ds = mv\,dv$$

- Integrando de A_1 a A_2,

$$\int_{s_1}^{s_2} F_t ds = m\int_{v_1}^{v_2} v\,dv = \tfrac{1}{2}mv_2^2 - \tfrac{1}{2}mv_1^2$$

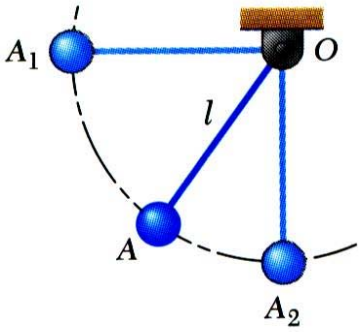
$$U_{1\to 2} = T_2 - T_1 \qquad T = \tfrac{1}{2}mv^2 = energia\ cinética$$

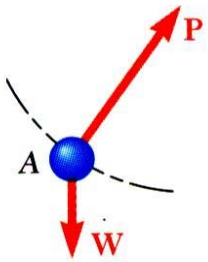
- O trabalho da força F é igual à variação da energia cinética da partícula.

- As unidades de trabalho e de energia cinética são as mesmas:

$$T = \tfrac{1}{2}mv^2 = \mathrm{kg}\left(\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)^2 = \left(\mathrm{kg}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right)\mathrm{m} = \mathrm{N}\cdot\mathrm{m} = \mathrm{J}$$

Aplicações do Princípio de Trabalho e Energia





- Determine a velocidade do pêndulo em A_2. Considere trabalho e energia cinética.

- A força P (tração no fio) atua normal à trajetória e não faz nenhum trabalho.

$$T_1 + U_{1\to 2} = T_2$$

$$0 + Wl = \frac{1}{2}\frac{W}{g}v_2^2$$

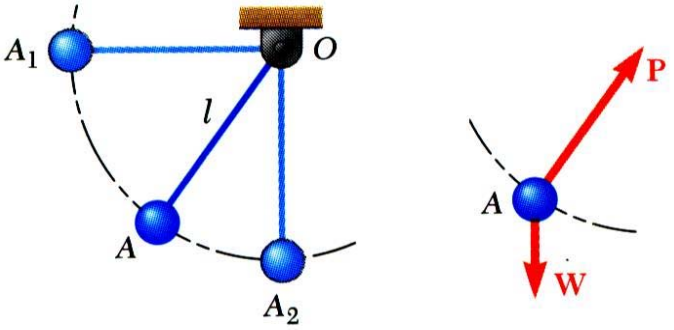
$$v_2 = \sqrt{2gl}$$

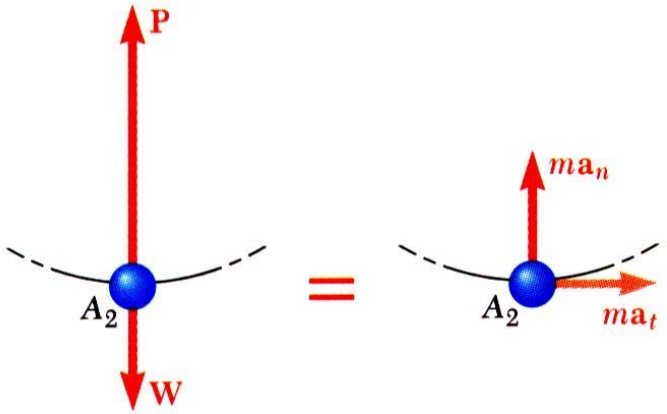
- A velocidade é encontrada sem determinar uma expressão para aceleração e sem integrar.

- Todas as quantidades são escalares e podem se adicionadas diretamente.

- Forças que não realizam trabalho são desconsideradas no problema.

Aplicações do Princípio de Trabalho e Energia





- O princípio do trabalho e energia não pode ser aplicado para determinar diretamente a aceleração do pêndulo.
- Calcular a tração no cabo requer suplementar o método de trabalho e energia com uma aplicação da Segunda Lei de Newton.
- Quando o pêndulo passa através de A_2,

$$\sum F_n = m a_n$$

$$P - W = \frac{W}{g}\frac{v_2^2}{l}$$

$$v_2 = \sqrt{2gl}$$

$$P = W + \frac{W}{g}\frac{2gl}{l} = 3W$$

Potência e Rendimento

- potência = taxa pela qual o trabalho é realizado no tempo.

$$= \frac{dU}{dt} = \frac{\mathbf{F} \bullet d\mathbf{r}}{dt}$$
$$= \mathbf{F} \bullet \mathbf{v}$$

- As dimensões da potência são trabalho/tempo ou força x velocidade.

As unidades de potência são:

$$1\,\mathrm{W\,(watt)} = 1\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{s}} = 1\,\mathrm{N}\cdot\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \quad \text{ou} \quad 1\,\mathrm{hp} = 550\frac{\mathrm{ft}\cdot\mathrm{lb}}{\mathrm{s}} = 746\,\mathrm{W}$$

- $\eta = \text{rendimento}$

$$\eta = \frac{P_{saída}}{P_{entrada}}$$

Exemplo 13.1

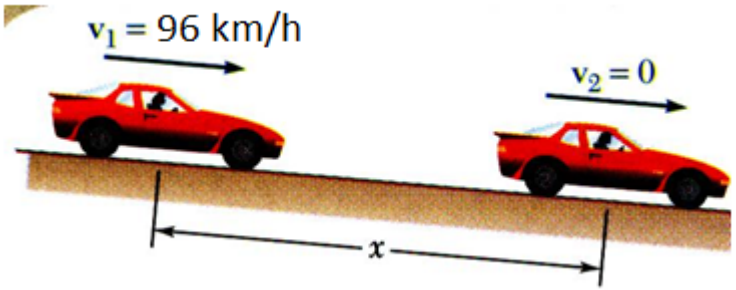


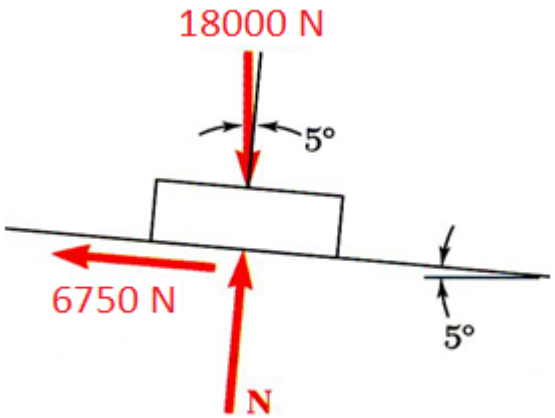
Um automóvel pesando 18000 N é impulsionado por uma inclinação 5 graus a uma velocidade de 96 Km/h quando os freios são aplicados causando uma força total de frenagem constante de 6750 N. Determinar a distância percorrida pelo automóvel até ele parar completamente.

SOLUÇÃO:

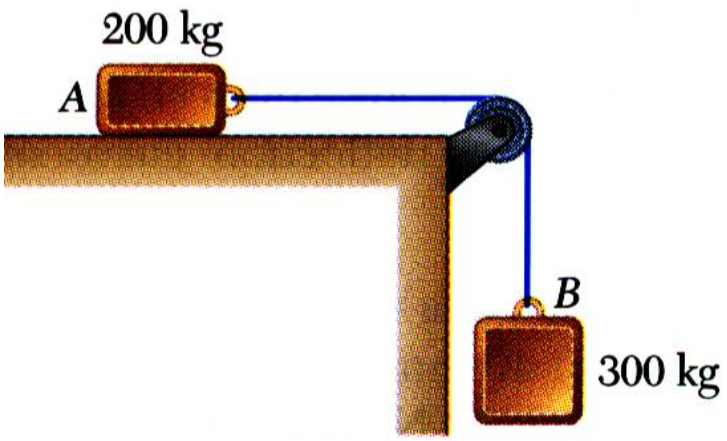
- Avaliar a variação da energia cinética.
- Determine a distância necessária para que o trabalho igual a variação de energia cinética.

Exemplo 13.1





Exemplo 13.2



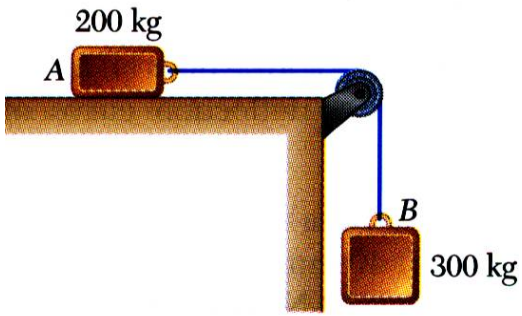
Dois blocos estão unidos por um cabo inextensível como mostrado. Se o sistema é solto do repouso, determine a velocidade do bloco A depois de ter movido 2 m. Suponha que o coeficiente de atrito entre o bloco A eo plano é μ = 0,25 e que a polia é sem peso e sem atrito.

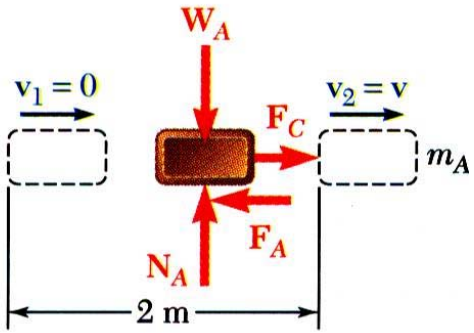
SOLUÇÃO:

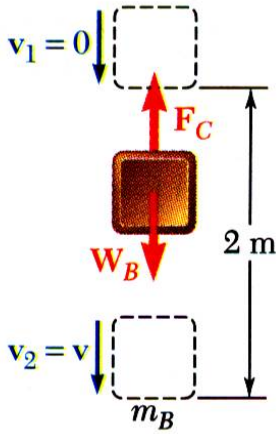
- Aplicar o princípio do trabalho e energia separadamente para os blocos A e B.

- Quando as duas relações são combinadas, o trabalho das forças do cabo cancela. Resolva para a velocidade

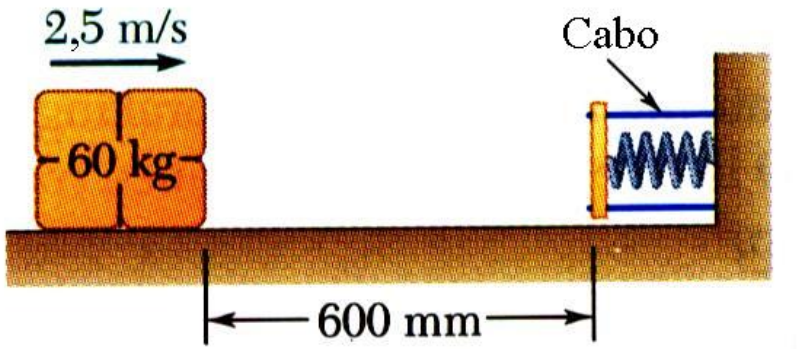
Ex. 13.2



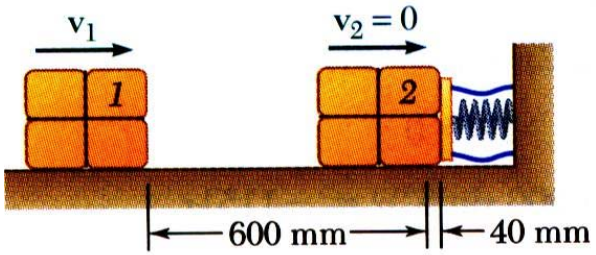


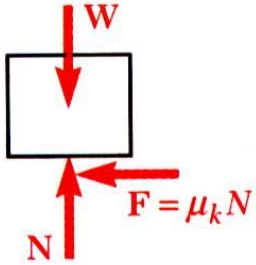


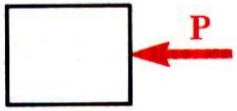
Ex. 13.3: Uma mola é usada para parar um pacote de 60 kg que está deslizando numa superfície horizontal. A mola tem uma constante k = 20 kN/m e é presa por cabos de modo que esteja inicialmente comprimida em 120 mm. O pacote tem uma velocidade de 2,5 m/s na posição mostrada e a deflexão máxima da mola é 40 mm.
Determine (a) o coeficiente de atrito cinético entre o pacote e a superfície e (b) a velocidade do pacote quando este passa novamente pela posição mostrada,

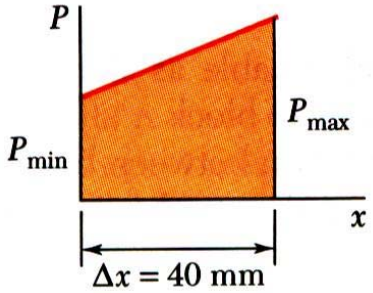


Ex. 13.3

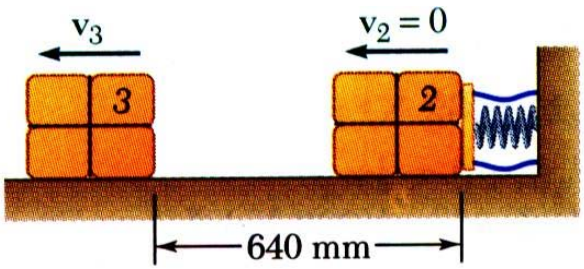


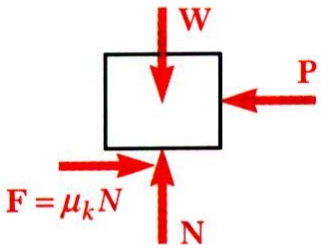




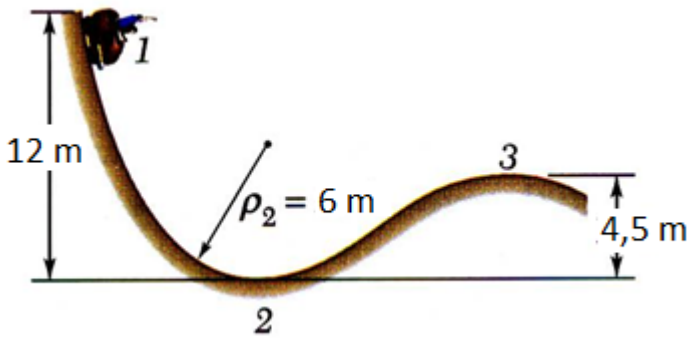


Ex. 13.3





Exemplo 13.4



Um carro de 9000 N parte do repouso no ponto 1 e se move sem atrito na pista mostrada.

Determine:

- a força exercida pela pista sobre o carro no ponto 2, e

- o valor mínimo de segurança do raio de curvatura no ponto 3.

SOLUÇÃO:

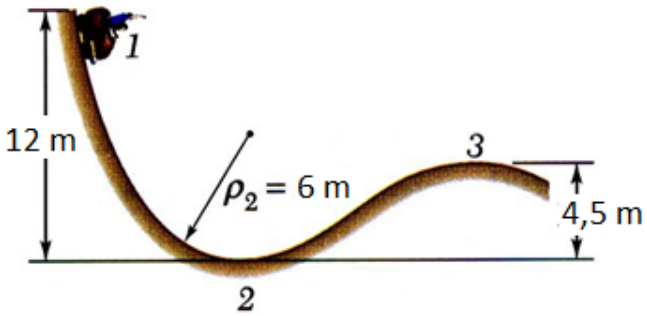
- Aplicar o princípio de trabalho e energia para determinar a velocidade no ponto 2.

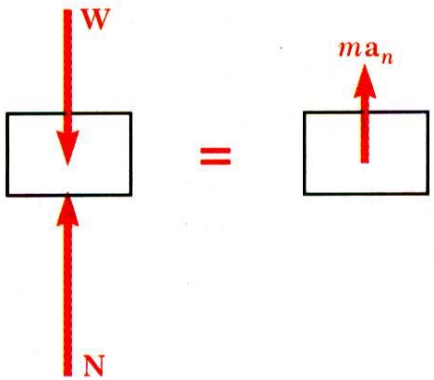
- Aplicar a segunda lei de Newton para encontrar força normal da pista no ponto 2.

- Aplicar o princípio de trabalho e energia para determinar a velocidade no ponto 3.

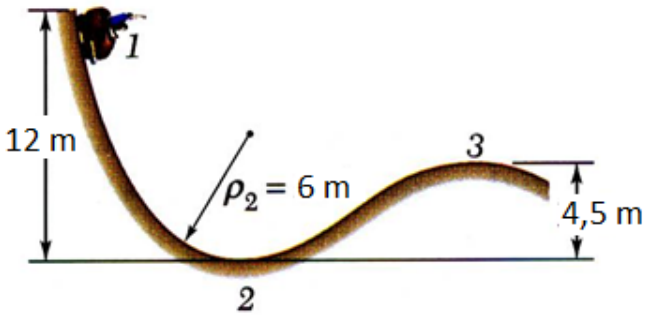
- Aplicar a segunda lei de Newton para encontrar raio mínimo de curvatura no ponto 3 de tal forma que uma força positiva normal é exercida pela pista.

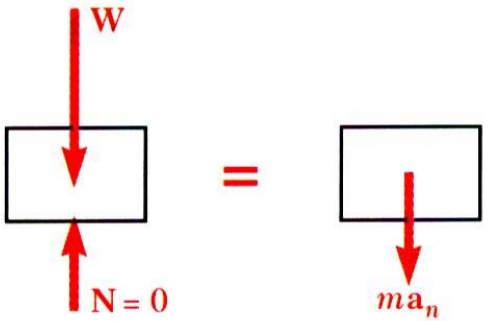
Exemplo 13.4



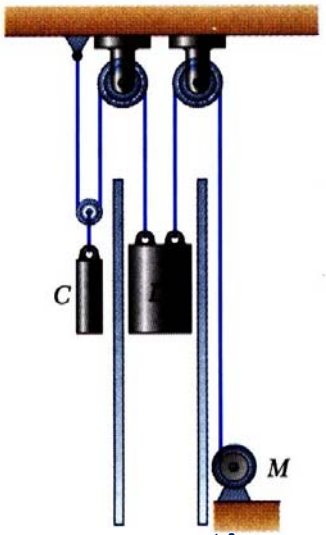


Exemplo 13.4



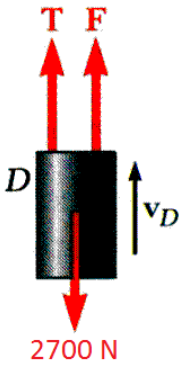


Exemplo 13.5



O elevador D e sua carga têm um peso combinado de 2700 N, enquanto o C contrapeso pesa 3600 N. Determine a potência entregue pelo motor elétrico M quando o aparador (a) está subindo a uma velocidade constante de 2,4 m/ s e (b) tem uma velocidade instantânea de 2,4 m/ s e uma aceleração de 0,75 m/s2, ambas voltadas para cima.

SOLUÇÃO:

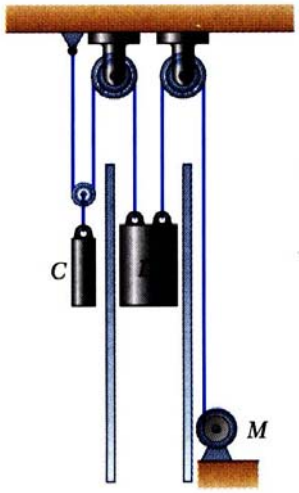


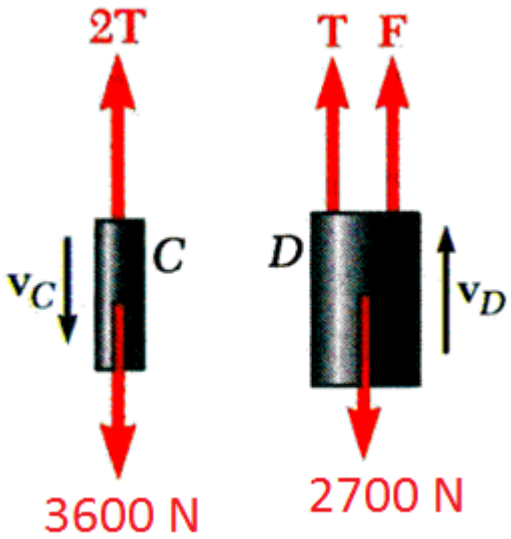
Força exercida pelo cabo do motor tem mesmo sentido que a velocidade do elevador. Potência fornecida pelo motor é igual a FVD, VD = 2,4 m/ s.

- No primeiro caso, os corpos estão em movimento uniforme. Determine força exercida pelo cabo do motor a partir de condições para o equilíbrio estático.

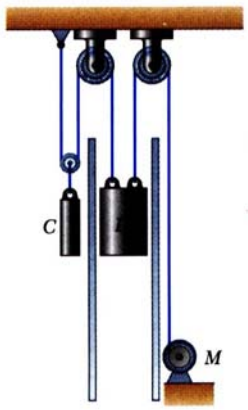
- No segundo caso, ambos os corpos estão se acelerando. Aplicar a segunda lei de Newton para cada corpo para determinar a força motriz do cabo necessária.

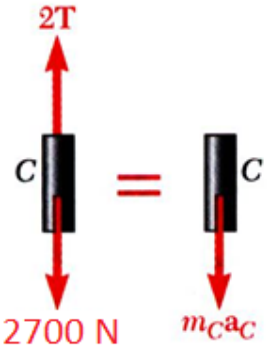
Exemplo 13.5

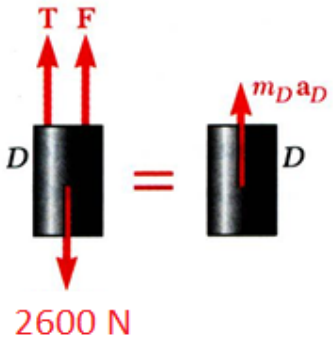




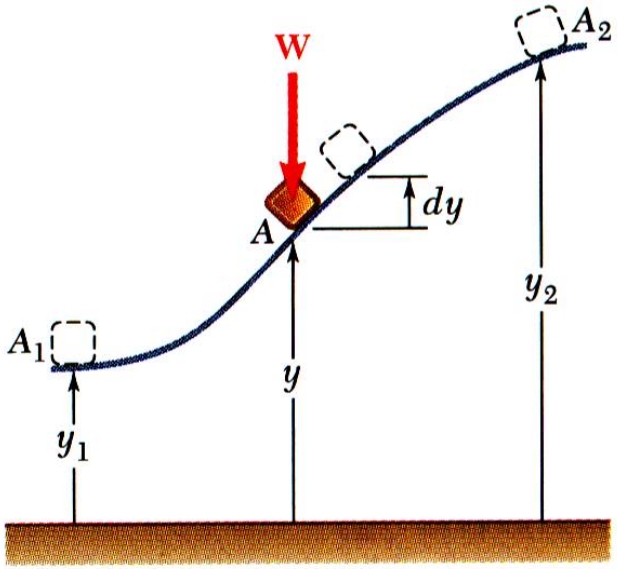
Exemplo 13.5







Energia Potencial (gravitacional):



- Trabalho da força peso W,

$$U_{1\to 2} = W y_1 - W y_2$$

- O trabalho é independente da trajetória percorrida; depende apenas dos valores iniciais e finais da quantidade Wy.

$$V_g = Wy$$

$=$ energia potencial gravitacional da partícula

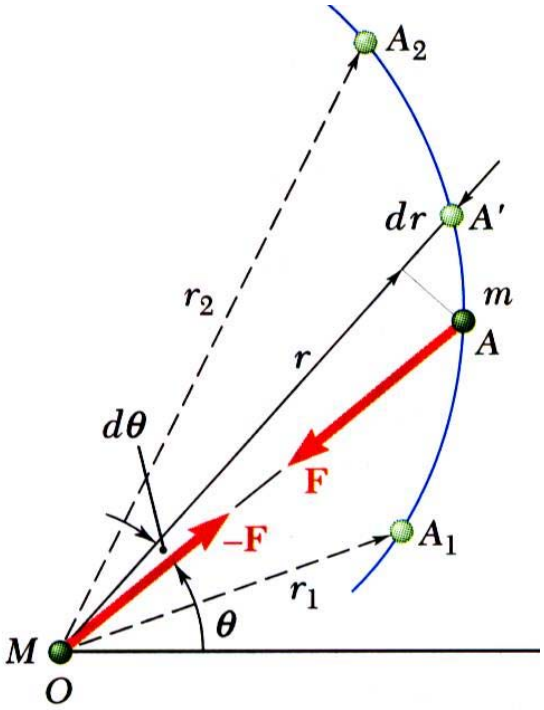
$$U_{1\to 2} = \left(V_g\right)_1 - \left(V_g\right)_2$$

- A escolha da referência a partir da qual a elevação y é medida é arbitrária.

- As unidades de trabalho e de energia potencial são as mesmas:

$$V_g = Wy = \mathrm{N}\cdot\mathrm{m} = \mathrm{J}$$

Energia Potencial



- Expressão anterior para Energia Potencial de um corpo com relação à gravidade só é válida quando o peso do corpo pode ser considerado constante.

- Para um veículo espacial, a variação da força da gravidade com a distância do centro da terra deve ser considerada.

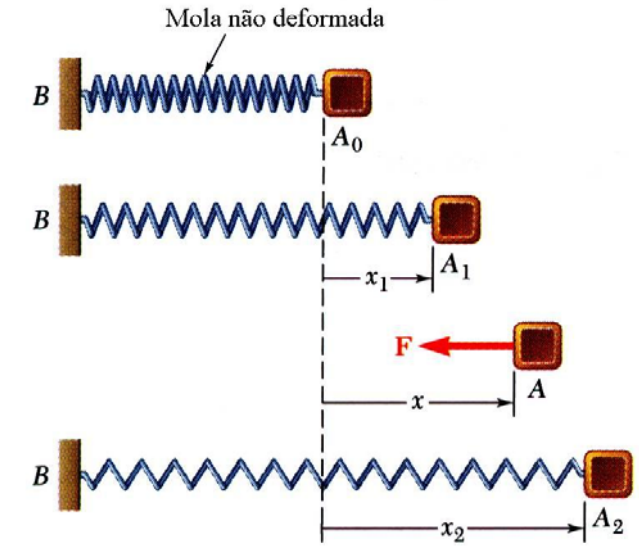
- Trabalho de uma força gravitacional,

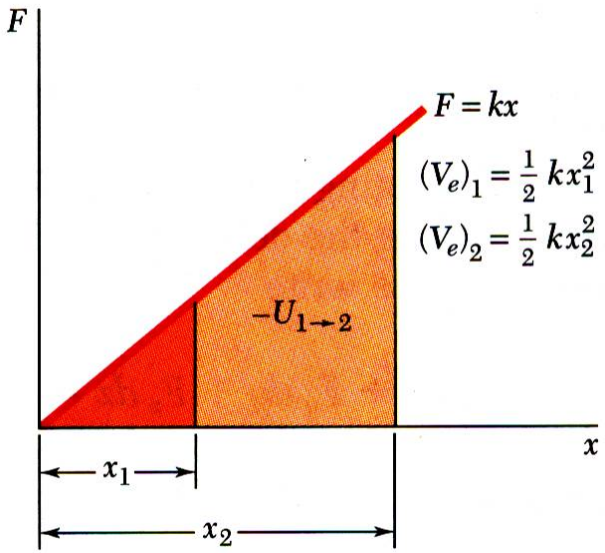
$$U_{1\to 2} = \frac{GMm}{r_2} - \frac{GMm}{r_1}$$

- Energia Potêncial V_g quando a variação da força da gravidade não pode ser desprezada,

$$V_g = -\frac{GMm}{r} = -\frac{WR^2}{r}$$

Energia Potencial (elástica):





- O trabalho da força exercida por uma mola depende apenas das deflexões inicial e final da mola,

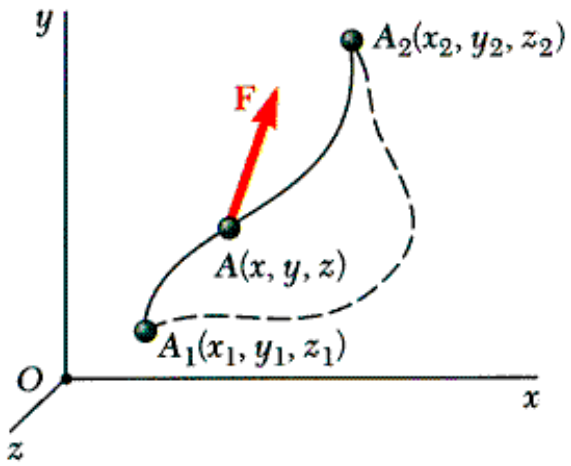
$$U_{1\to 2} = \tfrac{1}{2} kx_1^2 - \tfrac{1}{2} kx_2^2$$

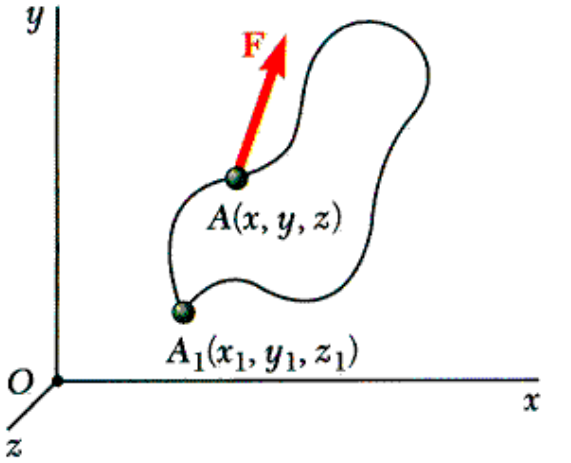
- A energia potencial elástica da partícula:

$$V_e = \tfrac{1}{2} kx^2$$

$$U_{1\to 2} = (V_e)_1 - (V_e)_2$$

Forças Conservativas





- O conceito de energia potencial pode ser aplicado se o trabalho da força é independente da trajetória seguida pelo seu ponto de aplicação.

$$U_{1\to 2} = V(x_1, y_1, z_1) - V(x_2, y_2, z_2)$$

Tais forças são descritas como forças conservativas.

- Para qualquer força conservativa aplicada em uma trajetória fechada,

$$\oint \mathbf{F} \bullet d\mathbf{r} = 0$$

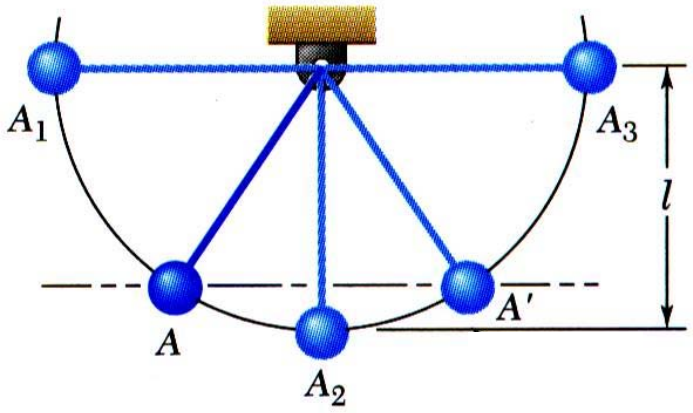
- Trabalho elementar correspondendo a um deslocamento entre dois pontos vizinhos,

$$\begin{aligned} dU &= V(x, y, z) - V(x + dx, y + dy, z + dz) \\ &= -dV(x, y, z) \end{aligned}$$

$$F_x dx + F_y dy + F_z dz = -\left(\frac{\partial V}{\partial x} dx + \frac{\partial V}{\partial y} dy + \frac{\partial V}{\partial z} dz \right)$$

$$\vec{F} = -\left(\frac{\partial V}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial z} \right) = -\mathbf{grad}\, V$$

Conservação de Energia



$$T_1 = 0 \quad V_1 = W\ell$$
$$T_1 + V_1 = W\ell$$

$$T_2 = \tfrac{1}{2}mv_2^2 = \frac{1}{2}\frac{W}{g}(2g\ell) = W\ell \quad V_2 = 0$$
$$T_2 + V_2 = W\ell$$

- Trabalho de uma força conservativa:

$$U_{1\to 2} = V_1 - V_2$$

- Conceito de trabalho e energia, para uma força qualquer:

$$U_{1\to 2} = T_2 - T_1$$

- Segue que, para uma força conservativa:

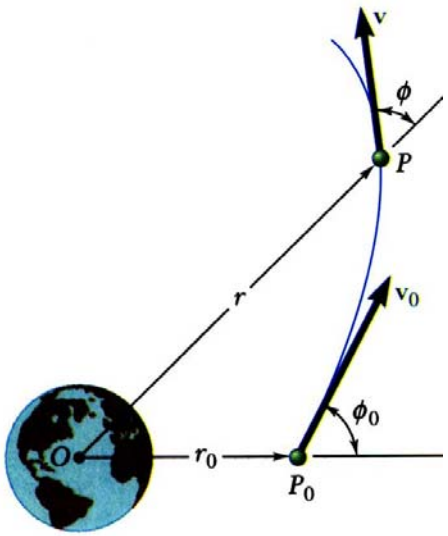
$$T_1 + V_1 = T_2 + V_2$$
$$E = T + V = \text{ constante}$$

- Logo, quando uma partícula se move sob a ação de forças conservativas, a energia mecânica total é constante.

- Forças de atrito não são conservativas. A energia mecânica total de um sistema envolvendo atrito diminui.

- A energia mecânica é dissipada pelo atrito em energia térmica.

Movimento sob uma força conservativa central



- Quando uma partícula se move sob uma força conservativa central, tanto o princípio da conservação da quantidade de movimento angular ,

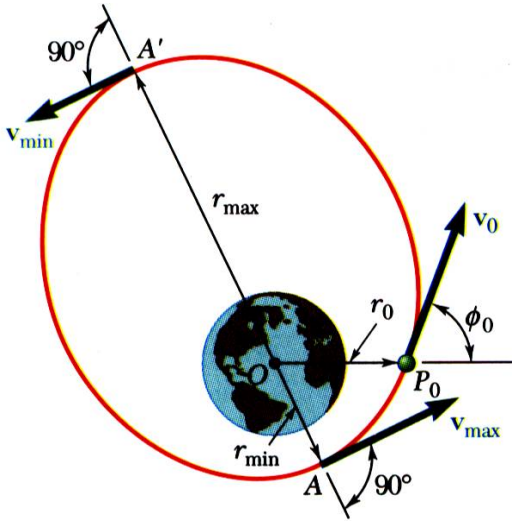
$$r_0 m v_0 \sin\phi_0 = r m v \sin\phi$$

e o princípio da conservação de energia

$$T_0 + V_0 = T + V$$

$$\frac{1}{2} m v_0^2 - \frac{GMm}{r_0} = \frac{1}{2} m v^2 - \frac{GMm}{r}$$

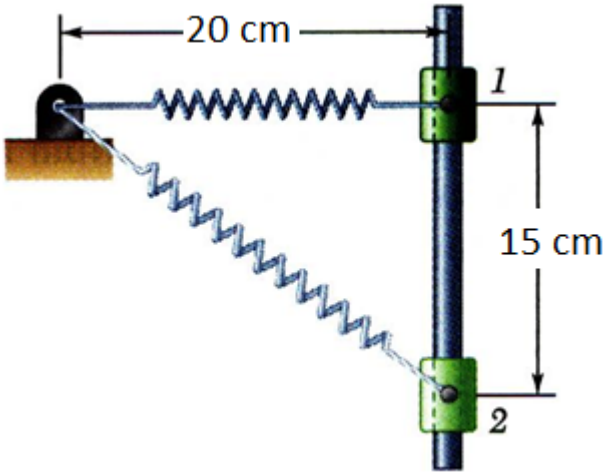
podem ser aplicados.



- Dado r, as equações podem ser resolvidas para v e ϕ.

- No mínimo e máximo de r, ϕ = 90º. Dadas as condições de arremesso, as equações podem ser resolvidas para r_{min}, r_{max}, v_{min}, e v_{max}.

Exemplo 13.6

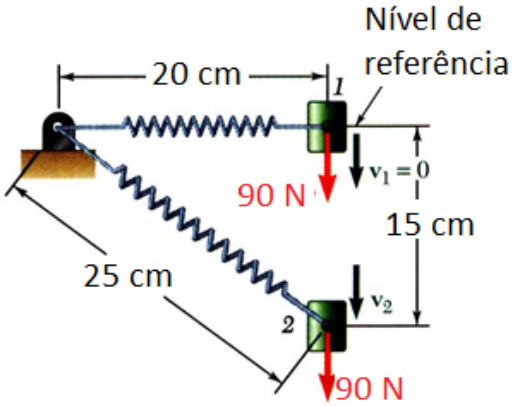


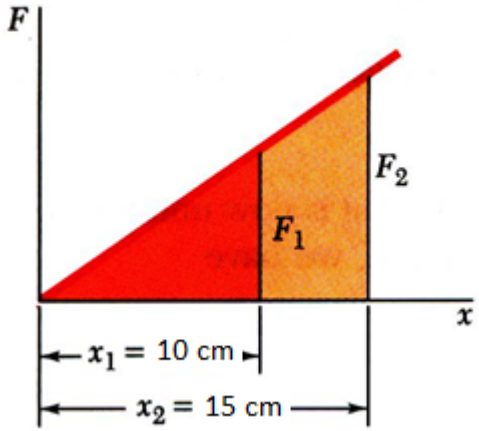
Um colar de 90 N desliza sem atrito ao longo de uma haste vertical, como mostrado. A mola unida ao colar tem um comprimento indeformado de 10 cm e uma constante de 540 N/m.
Se o colar é solto do repouso na posição 1, determine a sua velocidade depois de ter movido 15 cm para a posição 2

SOLUÇÃO:

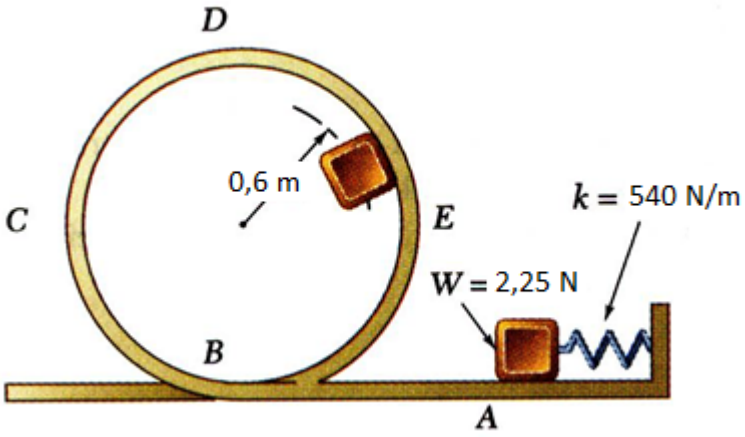
- Aplicar o princípio da conservação de energia entre as posições 1 e 2.
- As energias elástica e potencial gravitacional em 1 e 2 são avaliadas a partir da informação dada. A energia cinética inicial é zero.
- Resolva para a energia cinética e velocidade em 2.

Exemplo 13.6


Nível de
referência
20 cm
1
$v_1 = 0$
90 N
15 cm
25 cm
v_2
2
90 N


F
F_2
F_1
x
$x_1 = 10$ cm
$x_2 = 15$ cm

Exemplo 13.7



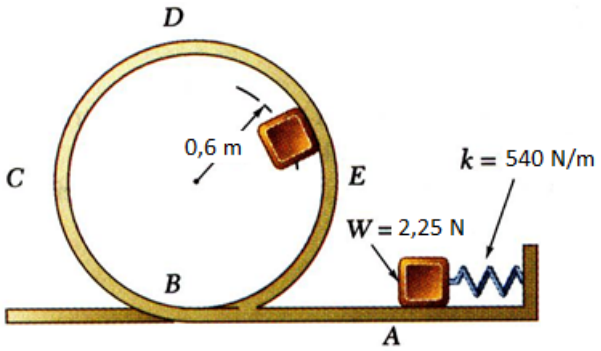
O bloco de 2,25 N é empurrado contra a mola e liberado do repouso em A. Desprezando atrito, determine a menor deflexão da mola para que o bloco dê a volta em torno do faço ABCDE e permaneça o tempo todo em contato com ele.

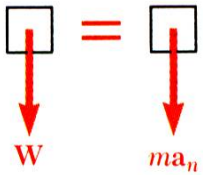
SOLUÇÃO:

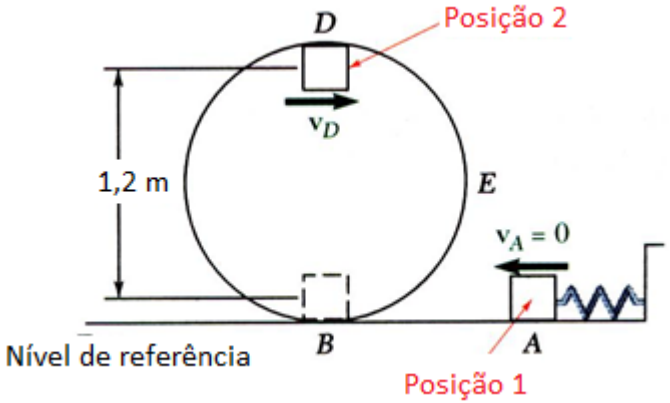
- Como o corpo deve permanecer em contato com o loop, a força exercida sobre o corpo deve ser maior ou igual a zero. Definir a força exercida pelo loop para zero, para resolver a velocidade mínima em D.

- Aplicar o princípio da conservação de energia entre os pontos A e D. Resolva a deflexão da mola necessária para produzir a velocidade necessária e energia cinética em D.

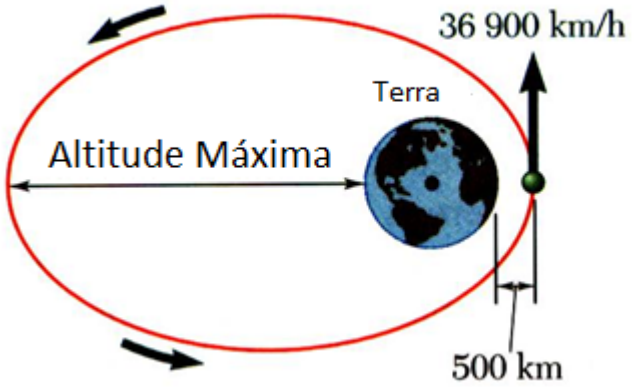
Exemplo 13.7


D
0,6 m
C
E
k = 540 N/m
W = 2,25 N
B
A


=
W
ma_n


D
Posição 2
v_D
1,2 m
E
v_A = 0
B
A
Nível de referência
Posição 1

Exemplo 13.9



Um satélite é lançado em uma direção paralela à superfície da Terra com uma velocidade de 36.900 quilômetros por a hora de uma altitude de 500 km. Determine (a) a altitude máxima atingida pelo satélite, e (b) O erro máximo permitido na direção do lançamento se o satélite não pode chegar a menos de 200 km da superfície da terra

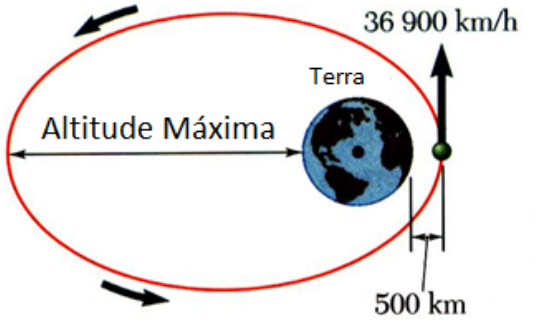
SOLUÇÃO:

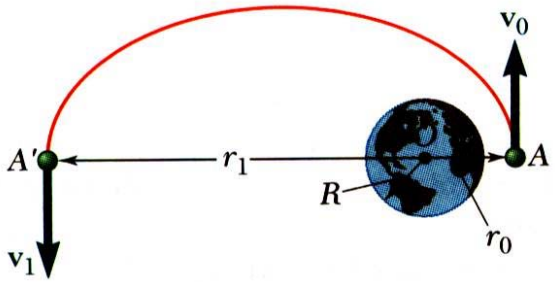
- Para o movimento sob uma força conservativa central, os princípios da conservação de energia e conservação da quantidade de movimento angular podem ser aplicados simultaneamente.

- Aplicar os princípios para os pontos de altitude mínima e máxima para determinar a altitude máxima.

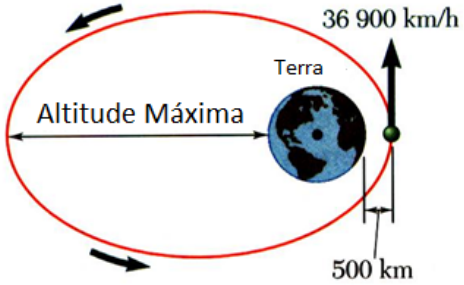
- Aplicar os princípios para o ponto de inserção em órbita e o ponto de altitude mínima para determinar o erro máximo admissível do angulo de inserção em órbita.

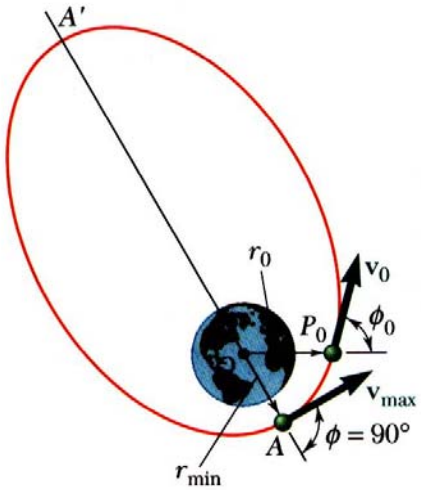
Exemplo 13.9





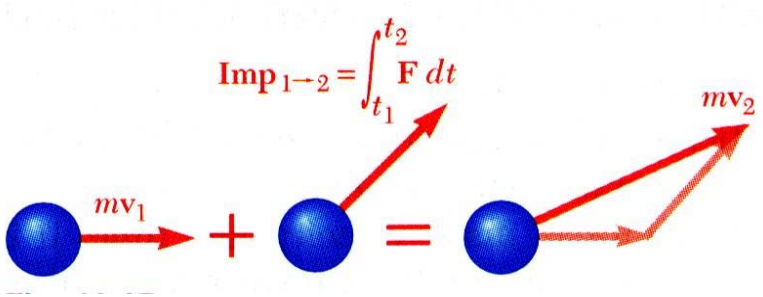
Exemplo 13.9


36 900 km/h
Terra
Altitude Máxima
500 km


A′
r_0
$\mathbf{v}_0$
P_0
ϕ_0
$\mathbf{v}_{max}$
$\phi = 90°$
A
r_{min}

Princípio do Impulso e Quantidade de Movimento

- A partir da Segunda Lei de Newton,



$$\mathbf{F} = \frac{d}{dt}(m\mathbf{v})$$

mv = quantidade de movimento linear

$$\mathbf{F}dt = d(m\mathbf{v})$$

$$\int_{t_1}^{t_2} \mathbf{F}dt = m\mathbf{v}_2 - m\mathbf{v}_1$$

$$\int_{t_1}^{t_2} \mathbf{F}dt = \mathbf{Imp}_{1\to 2} = \text{ impulso da força } \mathbf{F}$$

$$m\mathbf{v}_1 + \mathbf{Imp}_{1\to 2} = m\mathbf{v}_2$$

- As dimensões do impulso de uma força são

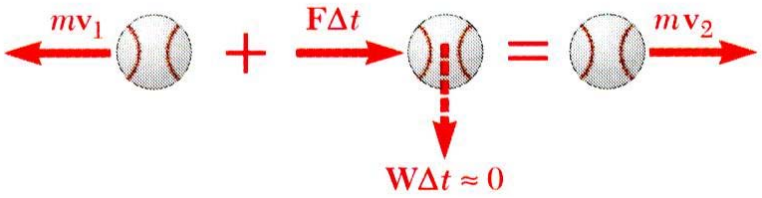
  força x tempo.

- As unidades para o impulso de uma força são

$$\mathrm{N}\cdot\mathrm{s} = \left(\mathrm{kg}\cdot\mathrm{m}/\mathrm{s}^2\right)\cdot\mathrm{s} = \mathrm{kg}\cdot\mathrm{m}/\mathrm{s}$$

- A quantidade de movimento final da partícula pode ser obtida adicionando vetorialmente sua quantidade de movimento inicial ao impulso da força durante o intervalo de tempo.

Movimento Impulsivo



- Uma força agindo em uma partícula durante um intervalo muito curto de tempo, sendo grande o suficiente para causar uma mudança significativa na quantidade de movimento desta, é chamada força impulsiva.

- Quando forças impulsivas agem em uma partícula,

$$m\mathbf{v}_1 + \sum \mathbf{F}\,\Delta t = m\mathbf{v}_2$$

- Quando uma bola de baseball é batida por um bastão, o contato ocorre em um intervalo curto de tempo, mas a força é grande o suficiente para mudar o sentido do movimento da bola.

- Forças não impulsivas são forças para as quais $\mathbf{F}\Delta t$ é pequeno e, portanto, podem ser desprezadas, como, por exemplo, o peso neste caso.

Exemplo 13.10



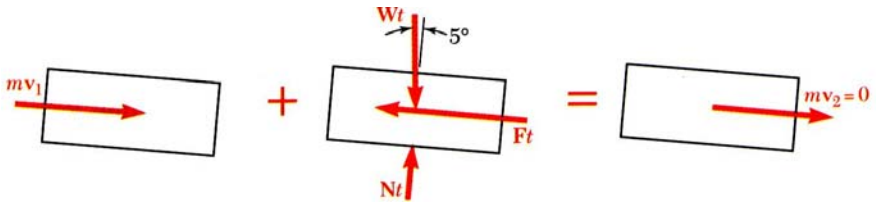
Um automóvel pesando 18000 N é impulsionado por uma inclinação 5 º a uma velocidade de 96 km/h quando os freios são aplicados, causando uma força total de frenagem constante de 6750 N
Determinar o tempo necessário para o automóvel parar completamente

SOLUÇÃO:

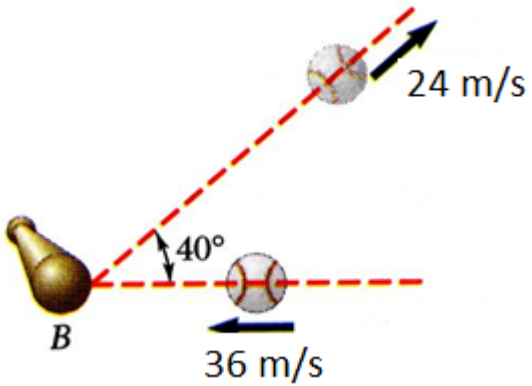
- Aplicar o princípio do impulso e quantidade de movimento. O impulso é igual ao produto das forças constantes pelo intervalo de tempo.

Exemplo 13.10





Exemplo 13.11

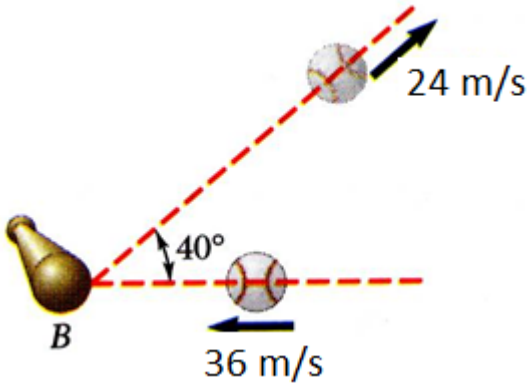


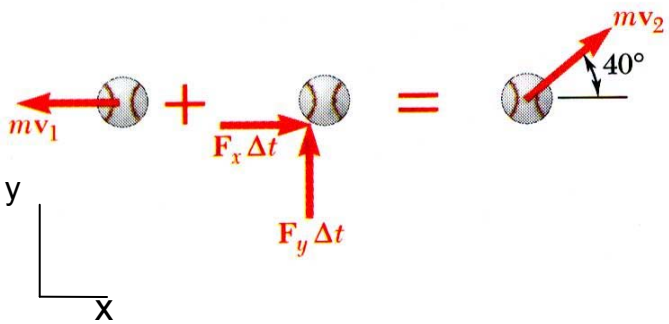
Uma bola de beisebol 1,12 N é lançada com uma velocidade de 36 m/s. Depois que a bola é golpeada pelo bastão, ela passa a ter uma velocidade de 36 m/s na direção indicada. Se o bastão e bola estão em contato por 0,015 s, determine a força impulsiva média exercida na bola durante o impacto.

SOLUÇÃO:

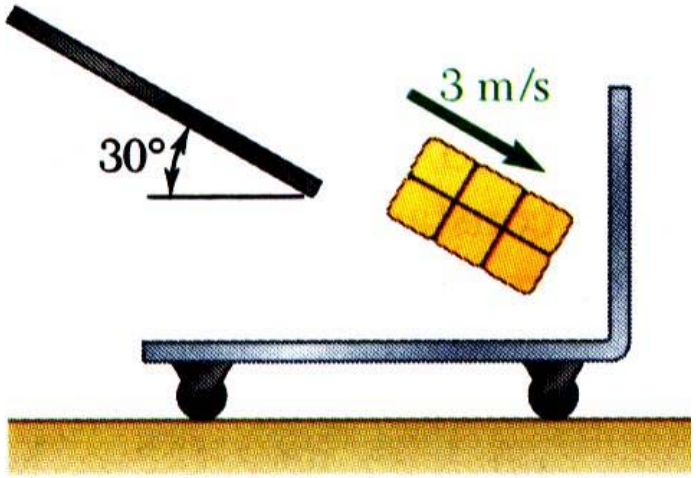
- Aplicar o princípio do impulso e quantidade de movimento em termos de equações componente horizontal e vertical.

Exemplo 13.11

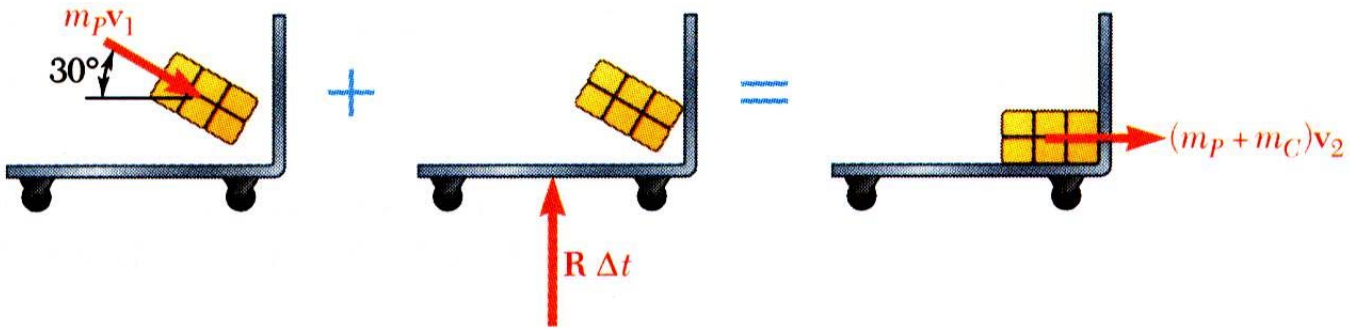




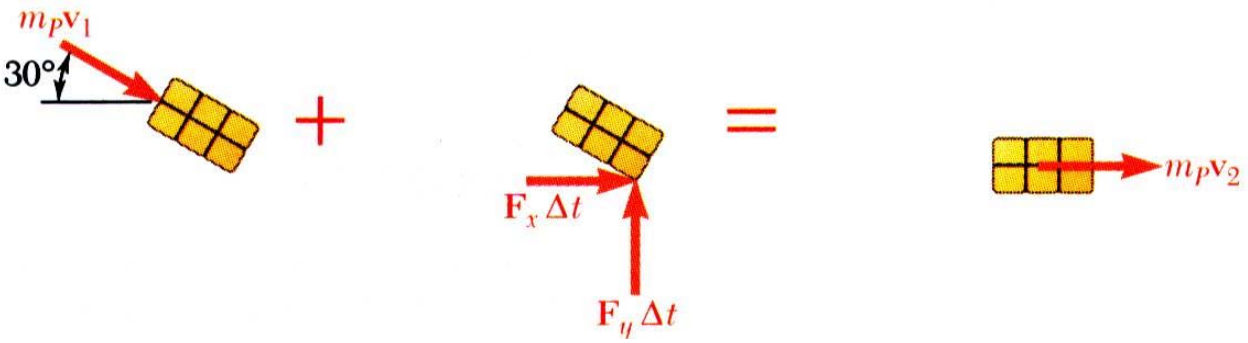
Ex. 13.12: Um pacote de 10 kg cai de uma rampa dentro de um carrinho de 25 kg com uma velocidade de 3 m/s. Sabendo que o carrinho está inicialmente em repouso e que pode rolar livremente, determine: (a) a velocidade final do carrinho, (b) o impulso exercido pelo carrinho sobre o pacote e (c) a fração da energia inicial perdida no impacto.



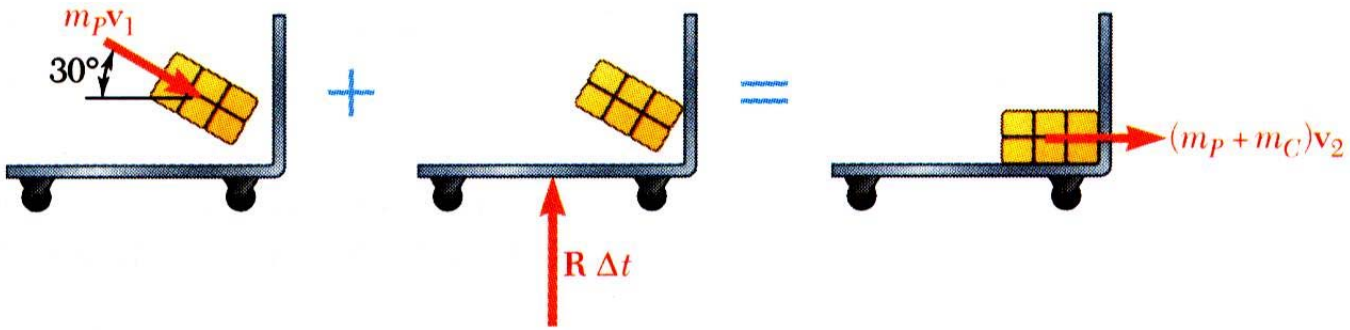
Ex. 13.12



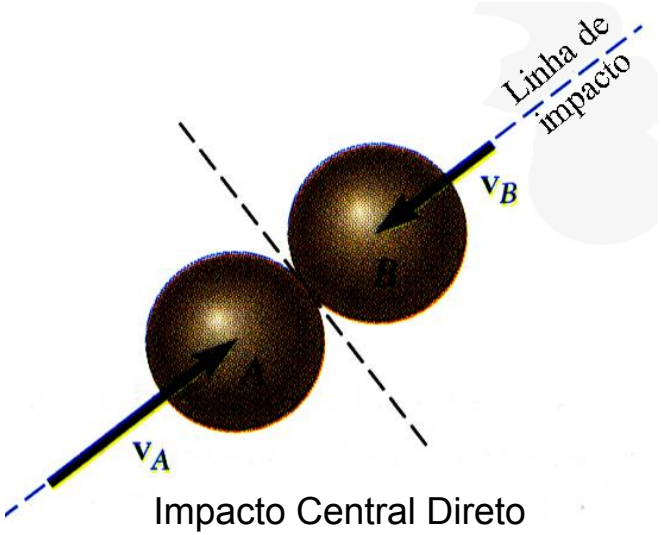
Ex. 13.12



Exemplo 13.12



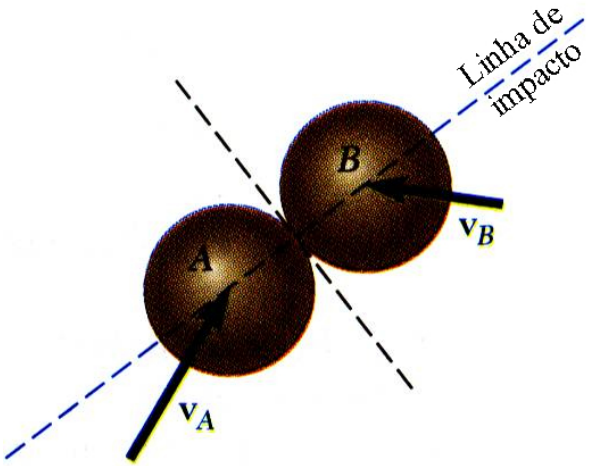
Impacto ou Choque



Impacto Central Direto

- Impacto: Colisão entre dois corpos que ocorre durante um intervalo pequeno de tempo e na qual os corpos exercem grandes forças entre si.

- Impacto Central: Impacto em que os centros de massa dos dois corpos se encontram na linha de impacto; se não for este o caso, é um impacto excêntrico.



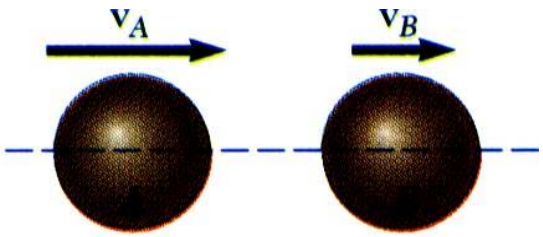
Impacto Central Oblíquo

- Linha de impacto: Normal comum às superfícies em contato durante o impacto.

- Impacto Central Direto: Impacto em que as velocidades dos dois corpos são direcionadas ao longo da linha de impacto.

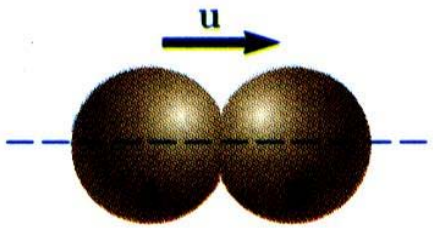
- Impacto Central Oblíquo: Impacto em que um ou ambos os corpos se movem ao longo de uma linha que não é a linha de impacto.

Impacto Central Direto

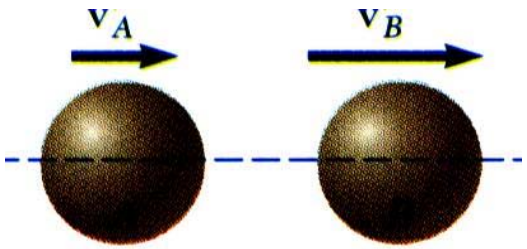


- Corpos se movendo na mesma linha reta, $v_A > v_B$.

- Sob impacto, os corpos se submetem a um período de deformação, ao fim do qual, estão em contato e se movendo a uma velocidade comum.



- Segue então um período de restituição durante o qual os corpos retomam sua forma original ou permanecem deformados permanentemente.

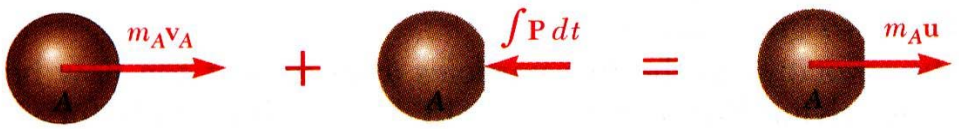


- Determinar as velocidades finais dos dois corpos. A quantidade de movimento total do sistema (dois corpos) é preservada,

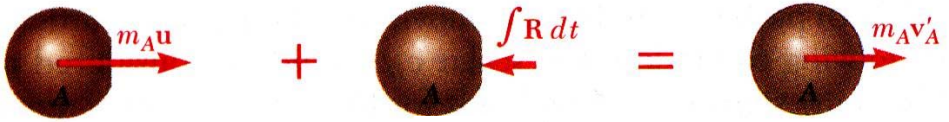
$$m_A v_A + m_B v_B = m_A v'_A + m_B v'_B$$

- Uma segunda relação entre as velocidades finais é necessária.

Impacto Central Direto



- Período de deformação: $m_A v_A - \int P dt = m_A u$



- Período de restituição: $m_A u - \int R dt = m_A v'_A$

$e = \text{coeficiente de restituição}$

$$e = \frac{\int R dt}{\int P dt} = \frac{u - v'_A}{v_A - u}$$

$$0 \le e \le 1$$

- Uma análise similar da partícula B leva a:

$$e = \frac{v'_B - u}{u - v_B}$$

$$\text{Obs}: \frac{9}{3} = \frac{12}{4} = \frac{9+12}{7} = 3$$

- Combinando estas relações nos leva à segunda relação desejada entre as velocidades finais:

$$v'_B - v'_A = e\left(v_A - v_B\right)$$

- Impacto perfeitamente plástico, e = 0:

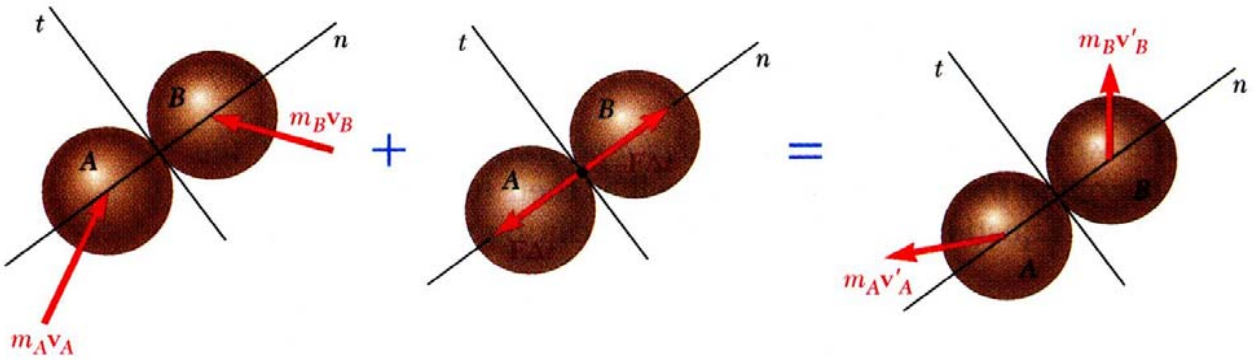
$$v'_B = v'_A = v' \qquad m_A v_A + m_B v_B = \left(m_A + m_B\right) v'$$

- Impacto perfeitamente elástico, e = 1:

$$v'_B - v'_A = v_A - v_B$$

Energia total e quantidade de movimeto total conservados.

Impacto Central Oblíquo



- Velocidades finais são desconhecidos em módulo e direção. Quatro equações são necessárias.

- Não há componente de impulso tangencial: a componente tangencial da força de cada partícula é conservada.

$$(v_A)_t = (v'_A)_t \qquad (v_B)_t = (v'_B)_t$$

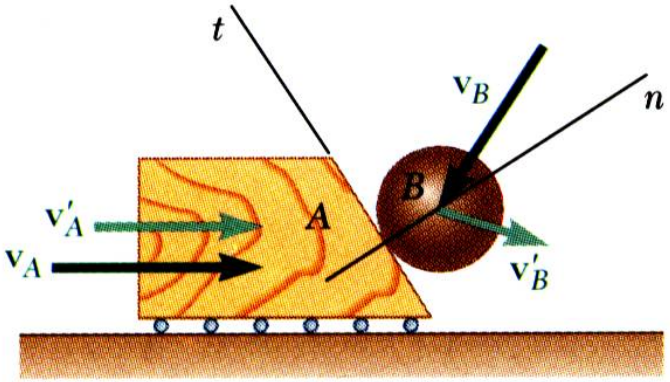
- Componente normal da quantidade de movimento linear total das duas partículas é conservada.

$$m_A(v_A)_n + m_B(v_B)_n = m_A(v'_A)_n + m_B(v'_B)_n$$

- Componentes normais de velocidades relativas antes e depois do impacto estão relacionados pelo coeficiente de restituição.

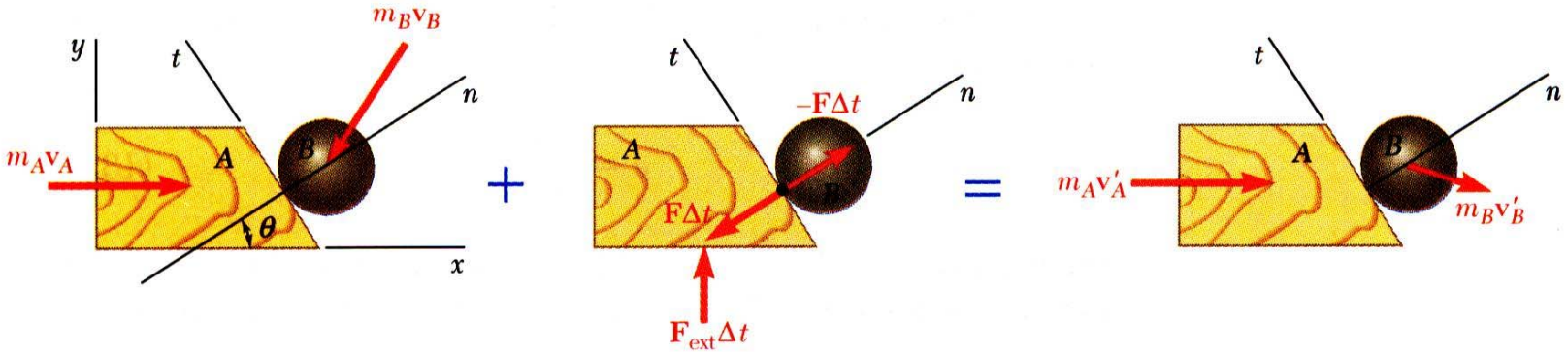
$$(v'_B)_n - (v'_A)_n = e\left[(v_A)_n - (v_B)_n\right]$$

Impacto Central Oblíquo



- Bloco restrito a se mover ao longo da superfície horizontal.
- Impulsos das forças internas $\vec{F}$ e $-\vec{F}$ ao longo do eixo n e de força externa $\vec{F}_{ext}$ exercida pela superfície horizontal e dirigida ao longo da vertical para a superfície.
- Velocidade final da bola desconhecida na direção e módulo e módulo final da velocidade do bloco desconhecida. Três equações necessárias.

Impacto Direto Oblíquo



- quantidade de movimento tangencial da bola é conservado.

$$(v_B)_t = (v'_B)_t$$

- quantidade de movimento horizontal total do bloco e bola é conservado.

$$m_A(v_A) + m_B(v_B)_x = m_A(v'_A) + m_B(v'_B)_x$$

- Componentes normais da velocidade relativa do bloco e da bola são relacionadas por coeficiente de restituição.

$$(v'_B)_n - (v'_A)_n = e\left[(v_A)_n - (v_B)_n\right]$$

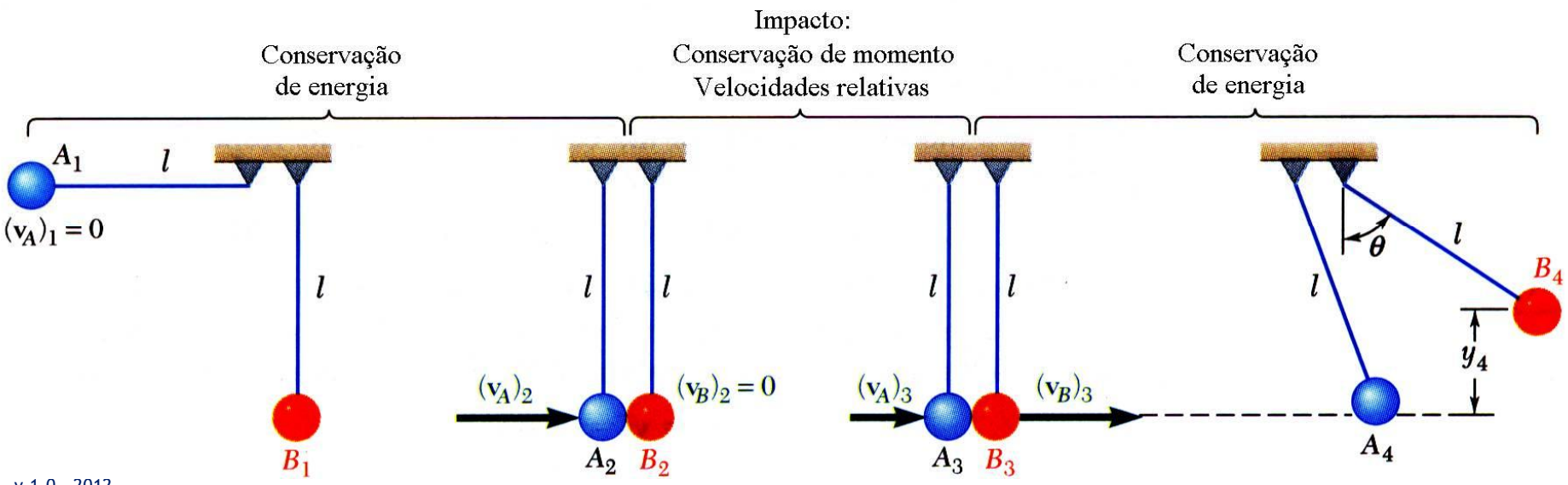
- Nota: Validade da última expressão não resulta da relação anterior para o coeficiente de restituição. Uma derivação semelhante, mas separada é necessária.

Problemas Envolvendo Energia e Quantidade de Movimento

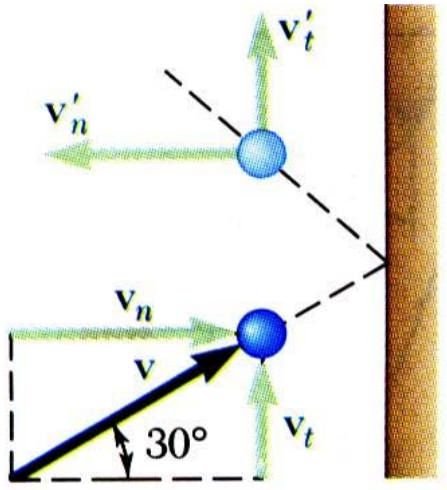
- Dispomos, portanto, de três métodos para a análise de problemas de dinâmica:

- Aplicação direta da Segunda Lei de Newton
- Método do trabalho e da energia
- Método do impulso e Quantidade de movimento

- Deve ser selecionado o método mais adequado para o problema ou para parte de um problema em consideração.



Exemplo 13.14



A bola é lançada contra uma parede vertical, sem atrito . Imediatamente antes de a bola bater na parede, sua velocidade tem uma módulo e forma ângulo de 30 º com a horizontal. Sabendo que e = 0,90, determinar a módulo e a direção da velocidade da bola, quando ela rebate da parede

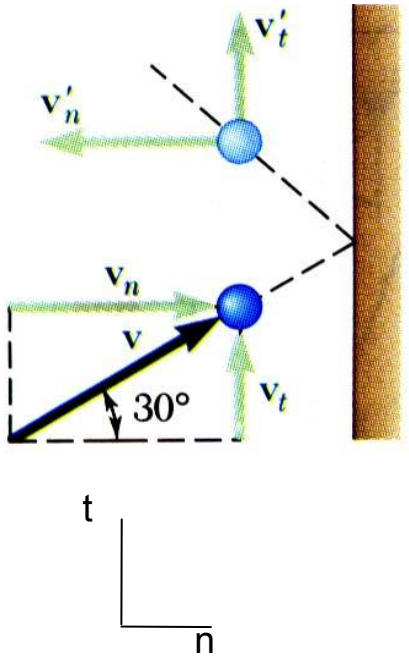
SOLUÇÃO:

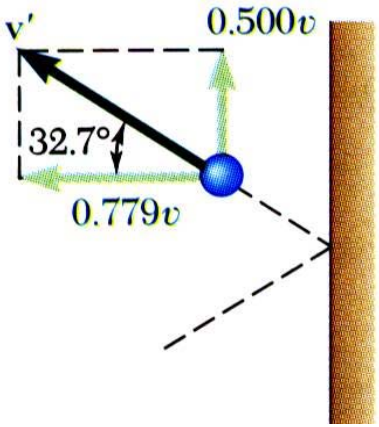
- Resolva a velocidade da bola em componentes normais e tangenciais à parede.

- O impulso exercido pela parede é normal a ela. A componente de quantidade de movimento da bola tangente à parede é conservada.

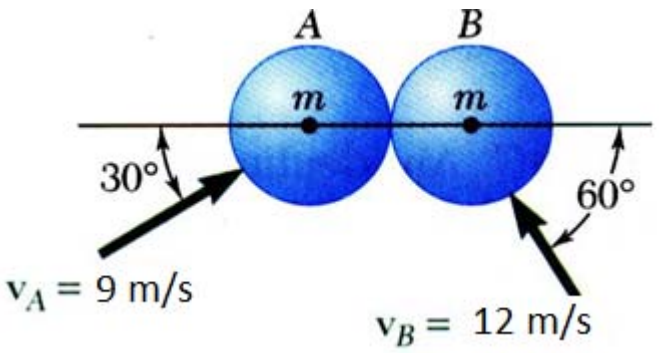
- Assuma que a parede tenha massa infinita, de forma que sua velocidade será zero antes e depois do impacto. Aplique a relação do coeficiente de restituição para encontrar a mudança na velocidade relativa entre bola e parede normal, ou seja, na velocidade da bola

Exemplo 13.14





Exemplo 13.15

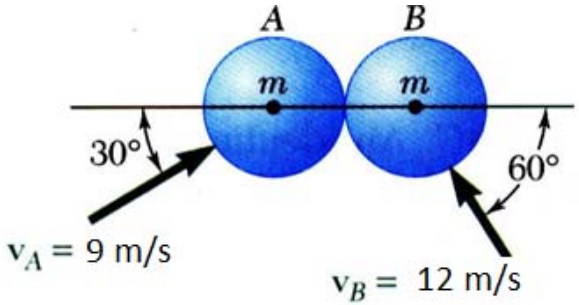


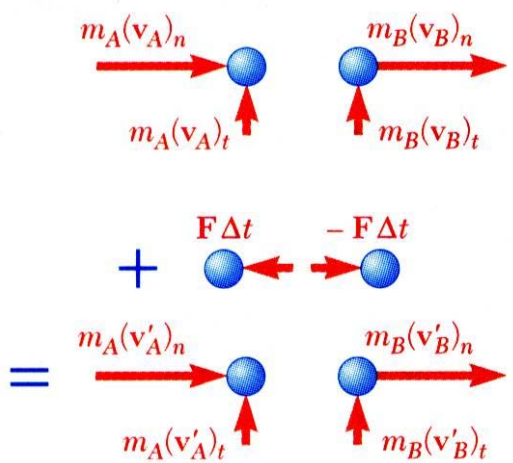
A módulo e a direção das velocidades de duas bolas idênticas sem atrito antes que eles atinjam uma a outra são mostradas. Assumindo e = 0,9, determinar a módulo e a direção da velocidade de cada bola após o impacto.

SOLUÇÃO:

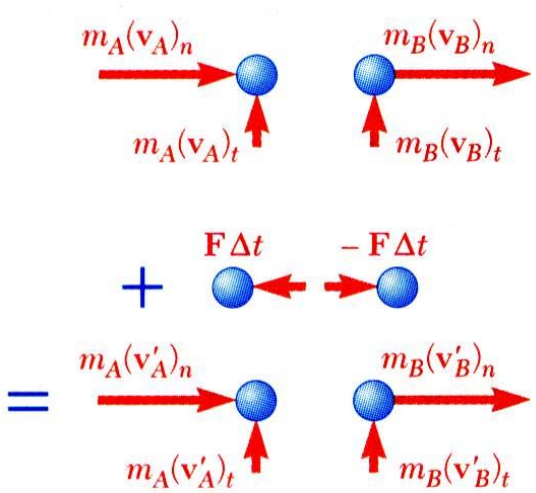
- Resolva as velocidades da bola em componentes normal e tangencial ao plano de contato.
- A componente tangencial da quantidade de movimento para cada bola é conservada.
- Componente normal total da quantidade de movimento do sistema de bola duas é conservada.
- As velocidades normais relativas das bolas estão relacionadas pelo coeficiente de restituição.
- Resolva as duas últimas equações simultaneamente para as velocidades normais das bolas após o impacto.

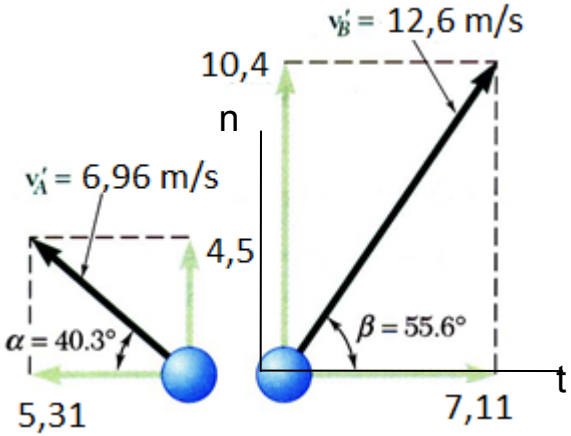
Exemplo 13.15



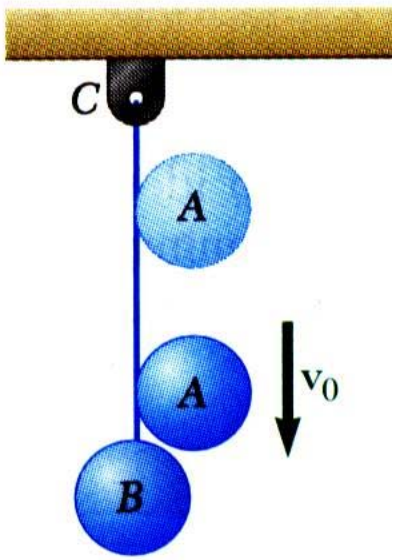


Exemplo 13.15





Exemplo 13.16

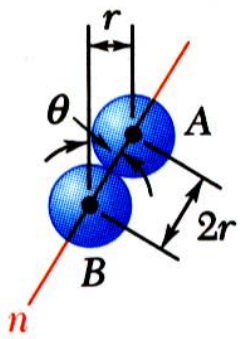


Bola B é pendurada em um fio inextensível. Uma bola idêntica A é solta do repouso quando está apenas tocando o cabo e adquire uma velocidade v0 antes de golpear a bola B. Supondo impacto perfeitamente elástico (e = 1) e sem atrito, determine a velocidade de cada bola imediatamente após o impacto.

SOLUÇÃO:

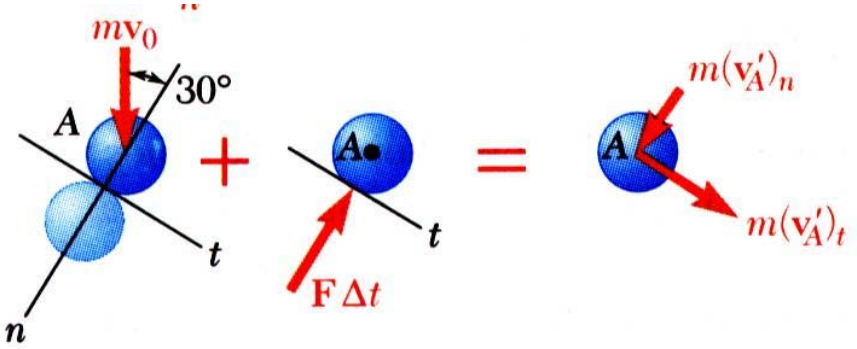
- Determinar a orientação da linha de impacto da ação.
- A componente dinâmica da bola A tangencial ao plano de contato é conservada.
- a quantidade de movimento linear total horizontal (componente x) do sistema de duas bolas é conservado.
- As velocidades relativas ao longo da linha de ação antes e após o impacto estão relacionadas pelo coeficiente de restituição.
- Resolva as duas últimas expressões para a velocidade da bola A ao longo da linha de ação e velocidade da bola B, que é horizontal.

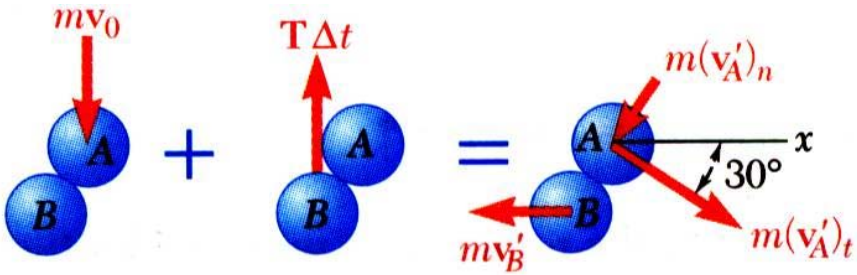
Exemplo 13.16



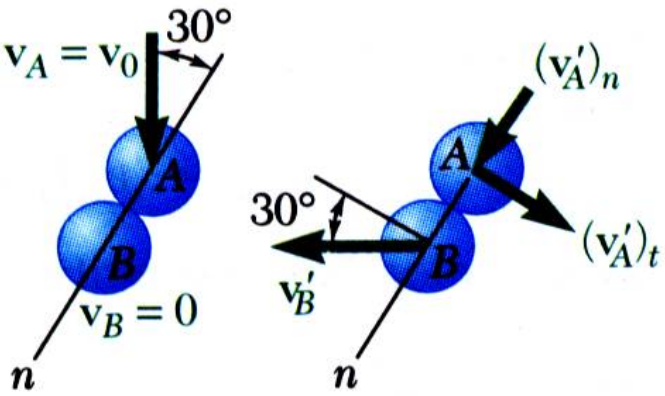
$$\sin\theta = \frac{r}{2r} = 0.5$$

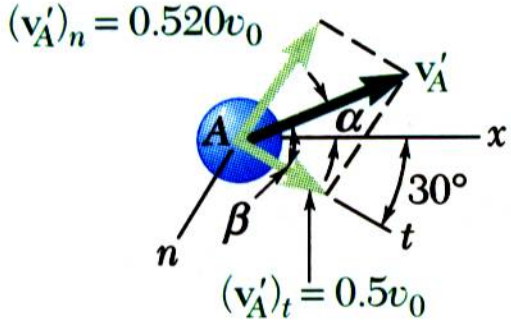
$$\theta = 30°$$



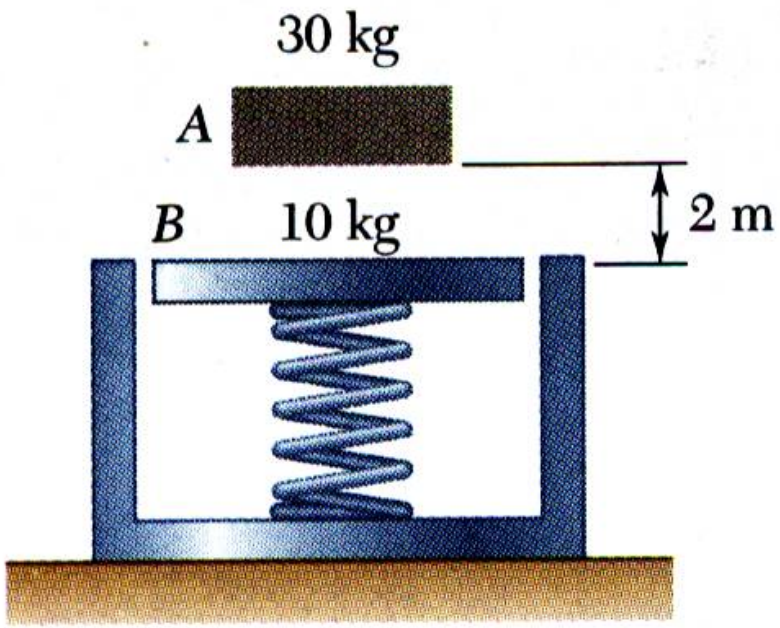


Exemplo 13.16



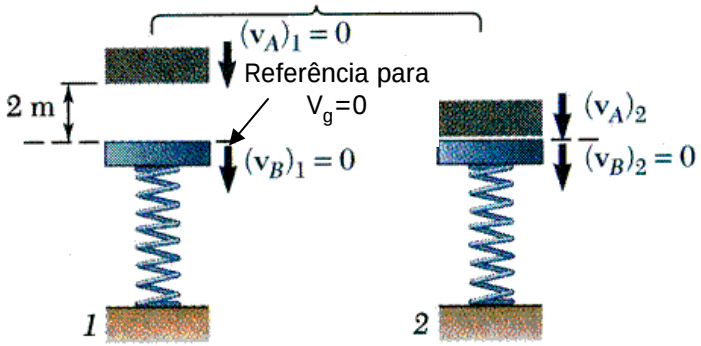


Ex. 13.17: Um bloco de 30 kg é solto de uma altura de 2 m sobre o prato de 10 kg de uma balança de mola. Considerando que o impacto seja perfeitamente plástico, determine a máxima defexão do prato. A constante da mola é k=20 KN/m.

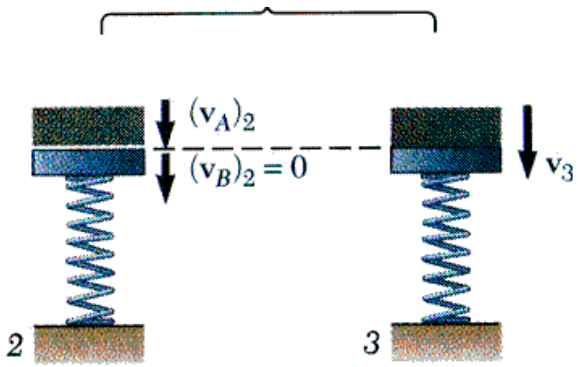


Ex. 13.17

Conservação de Energia



Conservação da Quantidade de Movimento



Ex. 13.17

