



Resistência ao Cisalhamento de Solos Não Saturados

CONTEÚDO

1.	INTRODUÇAO	2
2.	CONCEITO DE RESISTÊNCIA DE SOLOS NÃO SATURADOS	6
	2.1. FENÔMENO DA CAPILARIDADE	7
	2.1.1. Capilaridade nos solos	
3.	SUCÇÃO	11
	3.1. SUCÇÃO TOTAL X SUCÇÃO MÁTRICA	
	3.2. MEDIDAS DA SUCÇÃO	
	3.2.1. Psicrômetro	
	3.2.2. Papel filtro	
	3.2.3. Sensor de condutividade térmica	
	3.2.4. Tensiômetro	
	3.2.5. Técnica de translação de eixo (lab)	
	3.3. CURVA CARACTERÍSTICA	
4.	CIRCULO DE MORH ESTENDIDO	
5.	ENVOLTÓRIA DE RESISTÊNCIA	
	5.1. DIAGRAMA P X O	
	5.2. COMPARAÇÃO ENTRE AS PROPOSTAS DE BISHOP E FREDUND	
6.	PARAMETROS DE PRESSAO NOS POROS	41
	6.1. Compressibilidade dos fluidos	
	6.1.1. Compressibilidade do ar (C_a)	
	6.1.2. Compressibilidade da agua (C_w)	
	6.1.3. Compressibilidade da mistura ar- agua (C _{aw})	
	6.2. DEFINIÇÃO DOS PARÂMETROS	
	6.2.1. Relações Constitutivas	
	6.2.2. Carregamento Drenado e Não drenado	
	6.2.3. Condições de Carregamento	
	6.2.3.1. Condição ko	
	6.2.3.2. Método de Hilf	
7.	ENSAIOS DE LABORATÓRIO	
	7.1. TRIAXIAL	
	7.1.1. Drenado - CD	
	7.1.2. Volume de água constante – CW	
	7.1.3. Ensaio Adensado – Não drenado – CU	
	7.1.4. Ensaio Não-Adensado e Não drenado – UU	
	7.2. CISALHAMENTO DIRETO	
	7.3. VELOCIDADE DE DEFORMAÇÃO	





1. INTRODUÇAO

A Mecânica dos solos pode ser subdividida em 2 grupos (Figura 1): Saturado e Não saturado. Tradicionalmente, o enfoque dos projetos geotécnicos têm priorizado a mecânica dos solos saturados, que envolve 2 fases: (σ -u_w) e (σ -u_a). Solos não saturados envolvem mais de 2 fases (ar, água, sólidos e membrana contrátil no contato ar-agua) e as pressões na água são negativas.



Figura 1. Mecânica dos solos

Qualquer solo próximo da superfície do terreno está sujeito a variações de umidade em virtude de alterações ambientais, podendo apresentar elevados valores de sucção Figura 2. A



profundidade do lençol freático tem influência significativa na distribuição de pressão na água e depende da capacidade de infiltração.



Figura 2. Influência do meio ambiente

Existem inúmeros problemas geotécnicos envolvendo solos não saturados: Cada um desses problemas levantam uma serie de questionamentos; por exemplo:

- i) Barragens de Terra
 - a) Quais são as pressões de ar e água induzidas na construção?
 - b) O desenvolvimento de poropressão e significativo?
 - c) Variações na pressão do ar alteram a estabilidade doaterro?
 - d) A pressão do ar pode ser considerada atmosférica? A Figura 3 mostra valores típicos durante a construção de barragem homogênea
 - e) Quais níveis de deformação são gerados quando da dissipação dos excessos de pressão de ar e de água? etc

Na fase de enchimento do reservatório, também existirão questões do tipo:

- f) Como ocorrerão as variações de pressão nos poros?
- g) As mudanças de pressão nos poros alterarão o FS? Etd

Durante a operação, efeitos climáticos poderão alterar as pressões nos poros (infiltrações de água ou ressecamento) e consequentemente surgem questões relativas a variações volumétricas ou de estabilidade,







(b) durante o enchimento do reservatório



(c) em operação

Figura 3. Barragem de Terra (valores em kPa)

ii) Taludes naturais sujeitos a variações ambientais

- a) Como variações na sucção interferem na estabilidade?
- b) Infiltração de água altera a posição da superfície de ruptura? etc



- iii) Pressões em estruturas de contenção
 - a) Quais são os valores e empuxo ativo e passivo em solos não saturados?
 - b) Como os empuxos variam em decorrência de processos de infiltração? etc



Figura 5. Estruturas de contenção

iv) Fundação em solos expansivos / colapsíveis

Solos expansivos são materiais não saturados que sofrem inchamento quando umedecidos. Este processo pode ser decorrente de alterações climáticas ou ambientais (remoção de arvores, por exemplo). Solos colapsíveis tem estrutura metaestável e apresentam comportamento oposto ao do solo expansivo.

- a) Como se prever a expansão quando o solo se torna saturado?
- b) Como os empuxos variam em decorrência de processos de infiltração? etc



Figura 6. Solos expansivos / colapsíveis

2. CONCEITO DE RESISTÊNCIA DE SOLOS NÃO SATURADOS

O comportamento tensão-deformação-resistência de solos depende do estado de tensões efetivas. Em solos saturados, as tensões efetivas são determinadas através do conhecimento das tensões totais e poro-pressão; isto é:

 $\sigma = \sigma - u$

Neste caso, independente de haver ou não fluxo, as poropressões são positivas (Figura 7).

Em solos não saturados, a água preenche parcialmente os vazios e as tensões no fluido são negativas, denominadas sucção. Nestas condições o solo apresenta uma **coesão aparente** que pode ser alterada em virtude de variações na umidade.



(a) poropressão positiva



(b) poropressão negativa (sucção)

Figura 7. Tensões na água

A condição de não saturação do solo ocorre na camada acima do lençol freático. Nesta região, a umidade pode ser decorrente de processos de infiltração da água de chuva ou por ascensão através dos vazios (Figura 8).







Figura 8. Distribuição de poropressão

2.1. Fenômeno da Capilaridade

O fenômeno de ascensão de fluidos através de tubos capilares é denominado de capilaridade. Os vazios de solo são pequenos e podem ser associados a tubos capilares, ainda que irregulares.



Figura 9. Tubos capilares com diferentes raios de curvatura

Um tubo capilar inserido numa superfície líquida forma um menisco (Figura 10), cujo raio de curvatura e altura de ascensão (h) são inversamente proporcionais ao diâmetro do tubo. A concavidade do menisco em direção ao fluido indica que pressão no interior do tubo é inferior à pressão atmosférica. No caso de tubos cilíndricos o menisco assume uma forma esférica, segundo as relações geométricas apresentadas na Figura 10.



Figura 10. Ascensão Capilar

Este fenômeno físico é conseqüência da tensão superficial (T_s) que ocorre entre interfaces líquido-gás. Nesta interface, o líquido se comporta como se estivesse coberto por uma membrana elástica em um estado de tensão constante. Este estado de tensão é resultado de um desbalanceamento de forças de atração das moléculas de água presentes na superfície. Enquanto que no interior do líquido as forças de atração são isotrópicas, na superfície as forças em direção à fase líquida são maiores do que às ocorrem em direção à fase gasosa, causando uma contração da superfície do líquido (Figura 11). No caso da água pura, a uma temperatura de 20°C, seu valor é da ordem de 7.27x10⁻⁵ kN/m.



Temperatura (°C)	Tensão Superficial Ts (mN/m)
0	75,7
20	72,75
40	69,6
60	64,4
80	62,6
100	58,8

Figura 11. Tensão Superficial



Quando existe uma diferença de pressão entre as 2 fases, a interface líquido-gás se torna curva, com concavidade voltada para a fase de menor pressão (Figura 10). Se, por exemplo, uma membrana elástica é colocada entre 2 células de ar a diferentes pressões, a membrana se encurvará na direção da célula de menor pressão. Similarmente, um líquido com uma interface côncava, com relação ao ar, está sob pressão inferior à atmosférica.

Para ilustrar a relação entre a curvatura superficial e a pressão, será examinado o modelo apresentado na Figura 12. Se uma pequena quantidade de gás é introduzida, impondo uma pressão ∆P no pistão, o raio da bolha aumentará dR, que representa um crescimento de área superficial de



Figura 12. Curvatura da Interface vs Tensão

Por outro lado, o trabalho realizado também pode ser calculado pelo produto da variação da pressão (ΔP) e a variação de volume, calculada por

$$\left(\frac{4}{9}\pi(R+dR)^9-\frac{4}{9}\pi R^9=4\pi R^2 dR\right)$$

Igualando-se as 2 expressões e desprezando-se os termos de segunda ordem tem-se que a variação de pressão aplicada é diretamente proporcional à tensão superficial e inversamente proporcional ao raio.; isto é

$$\Delta P = \frac{2T_s}{R}$$

Analogamente, a diferença de pressão entre a água e a atmosfera (Figura 10) fica definida como :





$$\Delta P = \underbrace{P_{ar}}_{=zero} - P_{w} = \psi = \frac{2T_{s} \cos \alpha}{r}$$
$$P_{w} = -\frac{2T_{s} \cos \alpha}{r} \dots negativo \Longrightarrow sucção (\psi)$$

Esta diferença é negativa, uma vez que a pressão atmosférica é considerada pressão de referência, e igual a $-P_w$. Sempre que a pressão na água é negativa, esta é denominada sucção e é representada pelo símbolo ψ .

A **altura de ascensão capilar** é inversamente proporcional ao diâmetro do tubo (do vazio) e pode ser calculada por:

$$h = \frac{2T_s \cos \alpha}{\gamma_w r}$$

OBS:

A água livre não pode suportar tensões negativas acima de 100kPa (10m de coluna d'água) pois ocorre cavitação.

2.1.1. Capilaridade nos solos

A distribuição de poropressão é, portanto, função das condições ambientais e nível d'água. Consequentemente a sucção varia com o tempo. A sucção aumenta durante as épocas secas, em virtude da taxa de evaporação, e reduz nas épocas de chuva, face a processos de infiltração.(Figura 13)



Figura 13. Variação das distribuições de poropressão com o tempo

As condições na superfície do terreno afetam o perfil de sucção A taxa de evapotranspiração também altera a distribuição de sucção e seu efeito depende do clima, tipo de vegetação e profundidade das raízes. A presença de vegetação pode gerar sucções de ate 1-2 MPa (1000 to 2000 kPa), como mostra a Figura 14.



Influence of drying above a shallow water table condition



Figura 14. Efeito da vegetação

3. SUCÇÃO

Inicialmente a sucção foi atribuída somente às forças capilares. Posteriormente, verificouse que as forças de adsorção também contribuíam para existência de pressões negativas. Tanto





as forças capilares quanto as de adsorção atraem as partículas, resultando numa pressão abaixo da atmosférica (Figura 15).

Partículas Água Adsorvida

Água "Capilar" Figura 15.- Água Capilar e de Adsorção

Nos solos, a altura de ascensão capilar depende do diâmetro dos vazios. Como estes são de dimensões muito variadas, a superfície superior de ascensão não fica bem caracterizada, sendo possível que bolhas de ar fiquem enclausuradas no interior do solo. Ainda assim, existe uma altura máxima de ascensão capilar que depende da ordem de grandeza do tamanho representativo dos vazios do solo. Em areias a altura de ascensão capilar é da ordem de centímetros, enquanto que em terrenos argilosos, esta pode atingir dezenas de metros.

Para solos arenosos, como as forças de adsorção são pequenas, é possível associar sucção somente às forças capilares.

Alguns solos argilosos, quando submetidos a secagem, se retraem a ponto de desenvolver trincas de tração. Este fenômeno de retração por secagem é originado por uma diminuição considerável do raio de curvatura dos meniscos capilares, o que leva a um aumento das pressões de contato e a aproximação das partículas.

3.1. Sucção total x Sucção mátrica

Em solos, energia potencial associada a cada partícula de água pura pode ser definida em termos de carga total, expressa em unidades métricas, representando o somatório das cargas de elevação e de pressão.

Na presença de substâncias dissolvidas na água pura, a carga de pressão é afetada pela concentração destes solutos. A presença de solutos causa uma redução na carga total se comparada com a correspondente no caso da água pura; isto é, assumindo cargas de elevação idênticas, uma partícula em água pura possui carga total superior a outra em solução. Assim sendo, quando uma solução aquosa é separada da água pura por uma membrana semipermeável (Figura 16), a água pura tende a penetrar na solução, diluindo-a e reduzindo a diferença entre as energias potenciais dos 2 meios. A diferença de carga decorrente da presença de solutos é denominada carga osmótica



A pressão osmótica (Ps) é definida como a contra-pressão necessária para impedir a ocorrência fluxo d'água através da membrana. Quantitativamente seu valor é proporcional à temperatura (T) e à concentração de solutos (Cs):



Figura 16.- Esquema do Osmômetro

A sucção mátrica é definida pela diferença entre as pressões de ar (u_a) e da água (u_w) contidas nos vazios do solo. A pressão de ar é em geral considerada igual à pressão atmosférica $(u_a = 0)$; assim sendo, a sucção mátrica é uma pressão de água negativa.

Na presença de substâncias dissolvidas na água pura, incorpora-se a parcela de sucção osmótica e define-se a sucção total

A sucção total (ψ) é portanto a soma das componentes: matricial, relacionada com o tipo de partículas e arranjo estrutural do solo, e osmótica, devido à concentração química da água no solo. A sucção mátrica é a parcela mais importante para descrever o comportamento da grande maioria dos solos não saturados. A sucção osmótica tem influência apenas em solos finos, dependendo do tipo e concentração dos solutos presentes (Mitchell, 1984¹).

Qualquer mudança na sucção altera o equilíbrio da massa de solo. Estas mudanças afetam tanto a compressibilidade quanto a resistência do solo. Apesar destas mudanças poderem ser resultado de variações na parcela matrica e/ou osmótica, já foi verificado que mudanças na sucção osmótica pouco interferem nas propriedades geotécnicas. Entretanto, sua influencia poassa a ser significativa em problemas de contaminação do subsolo.

De acordo com Fredlund. e Xing (1994)²., para altos valores de sucção (acima de 1500kPa) a sucção mátrica e a total podem ser consideradas equivalentes.

¹ Mitchell, J. K. (1976) Fundamentals of Soil Behavior, John Wiley, New York.

² Fredlund, D.G. e Xing, A (1994) – Equations for the soil water characteristic curve - *Can. Geot. J.* 31(4) pp 521-532.







Figura 17. Influência da sucção osmotica

3.2. Medidas da Sucção

Existem diversas metodologias para a determinação da sucção em solos. Nem todas podem ser aplicadas para a determinação das sucções matricial, osmótica e total. As técnicas de medidas de sucção e sua aplicabilidade estão sumarizadas na Figura 18.



Figura 18. Instrumentos de medição da sucção





O psicrômetro, o papel filtro e sensor de condutividade térmica são técnicas indiretas de medição da sucção.

3.2.1. Psicrômetro

O psicrômetro consiste em um termômetro com um bulbo úmido e um bulbo seco. A evaporação da água do bulbo úmido reduz sua temperatura para um valor abaixo da temperatura ambiente. Quando a evaporação cessa, a diferença de temperatura entre os dois bulbos permite o calculo da umidade relativa do ar.



Figura 19. Psicrômetro (thermocoupled tensiometer) Peltier





Figura 20. Curva de calibração - Psicrometro (Brown and Bartos, 1982)

3.2.2. Papel filtro

A técnica do papel filtro baseia-se na hipótese que para uma dada sucção, a umidade do papel filtro estará em equilibrio com a do solo. Quando o papel filtro fica em contato com o solo determina-se a sucção mátrica, quando não há contato determina-se a sucção total.



Figura 21. Técnica do papel filtro



Figura 22. Curva de calibração - Técnica do papel filtro





3.2.3. Sensor de condutividade térmica

UERJ

O sensor de condutividade térmica consiste em um bloco ceramico poroso envolvendo um sensor de temperatura e um resistor. A umidade do solo equilibra com a umidade do bloco poroso, a qual é medida a partir de propriedades térmicas do bloco.



FEUERJ

PGECIV







(b) Curva de calibração (sensor AGWA-II)

3.2.4. Tensiômetro

Os tensiômetros são os instrumentos para medidas de diretas de poropressão negativa. O tensiometro consiste em uma ponta porosa de alta entrada de ar, conecatda a um sistema de medição através de uma tubulação. O tubo e a ponta porosa são preenchidos por água deairada



Figura 24. Tensiometros com diferentes sistemas de medicao

3.2.5. Técnica de translação de eixo (lab)

A medida da sucção em laboratório é normalmente realizada a partir do uso da técnica de translação de eixo. A sucção é definida como a diferença entre a pressão no ar e na água (ψ =





u_a-u_w). Sob pressão atmosférica a sucção é negativa. Entretanto, caso a pressão no ar seja elevada, o valor a ser medido passa a ser positivo. Com isso, pode-se utilizar os transdutores sem preocupação com o problema de cavitação.



(b) Olson and Langfelder (1965)

UERJ

BESTAN





(c) Fredlund (1989)

Figura 25. Técnica da translação de eixo



Figura 26. Resultados experimentais usando técnica da translação de eixo em amostras de solo compacatado (Mou and Chu, 1981)





3.3. Curva Característica

A relação entre a volume de água presente no solo e a sucção é conhecida como curva característica. Este volume de água pode ser quantificado em termos de teor de umidade volumétrico (θ), definido como a relação entre o volume de água e o volume de total, teor de umidade gravimétrico (ω), cuja magnitude é obtida em função da relação entre pesos de água e de sólidos, ou em termos do grau de saturação.

Dentre as diversas formas de se definir curva característica, a mais adotada é aquela que relaciona teor de umidade volumétrico e sucção mátrica. O formato desta depende do tipo de solo, distribuição de tamanhos de vazios e, conseqüentemente, da distribuição das frações granulométricas. Solos arenosos tendem a apresentar perda brusca de umidade quando a sucção ultrapassa um determinado valor; em contrapartida, solos argilosos tendem a apresentar curvas mais suaves. Comportamento semelhante é observado quando comparam-se curvas características de solos uniformes e solos bem graduados

A Figura 27 apresenta curvas características típicas para areias e argilas, além de definir os parâmetros mais importantes relativos a esta função.



Figura 27.- Curvas Características Típicas





4. CIRCULO DE MORH ESTENDIDO

Considerando um solo não saturado nas condições geostáticas, as tensões normal e cisalhante em um plano qualquer podem ser calculadas a partir das tensões principais (Figura 28).



Figura 28.- Tensoes

O equilíbrio do elemento triangular pode ser obtido para

i) Tensão normal (σ_{α} -u_a)

$$-(\sigma_{\alpha} - u_{a}) ds \sin \alpha + \tau_{\alpha} ds \cos \alpha + (\sigma_{3} - u_{a}) dy = 0$$

 Σ Fx=0

$$- (\sigma_{\alpha} - u_{a}) ds \sin^{2}\alpha + \tau_{\alpha} ds \sin\alpha \cos\alpha + (\sigma_{a} - u_{a}) ds \sin^{2}\alpha = 0$$
(1)

$$-(\sigma_{\alpha} - u_{a}) ds \cos \alpha - \tau_{\alpha} ds \sin \alpha + (\sigma_{1} - u_{a}) dx = 0$$

$$\Sigma Fy=0 - (\sigma_{\alpha} - u_{a}) ds \cos^{2}\alpha - \tau_{\alpha} ds \sin\alpha \cos\alpha + (\sigma_{1} - u_{a}) ds \cos^{2}\alpha = 0$$
(2)

Somando as equações (1) e (2) chega-se a





$$(\sigma_{\alpha} - u_{a}) \operatorname{ds} (\sin^{2}\alpha + \cos^{2}\alpha) + (\sigma_{3} - u_{a}) \operatorname{ds} \sin^{2}\alpha + (\sigma_{1} - u_{a}) \operatorname{ds} \cos^{2}\alpha = 0$$
$$(\sigma_{\alpha} - u_{a}) = (\sigma_{1} - u_{a}) \left(\frac{1 + \cos 2\alpha}{2}\right) + (\sigma_{3} - u_{a}) \left(\frac{1 - \cos 2\alpha}{2}\right)$$
$$(\sigma_{\alpha} - u_{a}) = \left(\frac{\sigma_{1} + \sigma_{3}}{2} - u_{a}\right) + \left(\frac{\sigma_{1} - \sigma_{3}}{2}\right) \cos 2\alpha$$

i) Tensão cisalhante (τ_{∞})

-

$$- (\sigma_{\alpha} - u_{a}) ds \sin\alpha \cos\alpha + \tau_{\alpha} ds \cos^{2}\alpha + (\sigma_{3} - u_{a}) ds \sin\alpha \cos\alpha = 0$$
$$- (\sigma_{\alpha} - u_{a}) ds \sin\alpha \cos\alpha - \tau_{\alpha} ds \sin^{2}\alpha$$

+
$$(\sigma_1 - u_a)$$
 ds sin $\alpha \cos \alpha = 0$

$$\tau_{\alpha} = \left(\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}\right) \sin 2\alpha$$

$$\begin{split} \tau_{\alpha}\,ds\,(sin^{2}\alpha\,+cos^{2}\alpha)\,+(\sigma_{3}^{}-u_{a}^{}\,)\,ds\,sin\alpha\,cos\alpha\\ -(\sigma_{1}^{}-u_{a}^{})\,\,ds\,sin\alpha\,cos\alpha\,=0 \end{split}$$

Chegando-se a equação do circulo:\

$$\left\{ \left(\sigma_{\alpha} - u_{a}\right) - \left(\frac{\sigma_{1} + \sigma_{3}}{2} - u_{a}\right) \right\}^{2} + \tau_{\alpha}^{2} = \left(\frac{\sigma_{1} - \sigma_{3}}{2}\right)^{2}$$







Figura 29.- Circulo de Morh

Graficamente, o circulo de Morh estendido requer um 3º eixo ortogonal para representar a sucção mátrica. Em solos saturados, a sucção mátrica se anula.



Figura 30. Circulo de Morh estendido para solos não saturados

Considerando a situação geral em que os planos vertical e horizontal não são planos principais (Figura 31) o circulo de Morh fica definido como mostra a Figura 32.



Figura 31.- Estado geral para solos não saturados



Figura 32. Estado geral para solos não saturados

Obras geotécnicas envolvem mudanças no estado de tensões e consequentemente variações na posição e raio dos círculos de Mohr. A visualização gráfica pode se tornar confusa quando se analisa vários estágios de carregamento. Nestes casos sugere-se trabalhar com as trajetórias de tensão, definida a partir do ponto correspondente a tensão cisalhante máxima (Figura 33). Neste caso, deve-se plotar o diagrama a partir dos eixos:

$$p = \left(\frac{\sigma_{v} + \sigma_{h}}{2} - u_{a}\right) or \left(\frac{\sigma_{1} + \sigma_{3}}{2} - u_{a}\right)$$
$$q = \left(\frac{\sigma_{v} - \sigma_{h}}{2}\right) or \left(\frac{\sigma_{1} - \sigma_{3}}{2}\right)$$
$$r = (u_{a} - u_{w})$$



Figura 33. Ponto correspondente a tensão cisalhante máxima



Figura 34. Trajetórias de tensão



Figura 35. Trajetórias de tensão para Ko, secagem/umedecimento e amostragem

5. ENVOLTÓRIA DE RESISTÊNCIA

Levando em consideração a importância da sucção mátrica na resistência do solo, diversas equações foram propostas para definir tensões efetivas em solos não saturados relacionando a resistência do solo com a variável ($u_a - u_w$), além da tensão efetiva ($\sigma - u_a$) (de Campos, 1997).³

Bishop e outros⁴ (1960) conduziram um extenso programa de pesquisa envolvendo solos não saturados. Foram realizados ensaios usando equipamento triaxial modificado, sem qualquer instrumento de medição de poropressão (ar e água). A Figura 26 mostra os resultados na forma do diagrama p' x q.

³ De Campos, T. M. P. (1997) Medição de Sucção em Solos, *Anais do 3º. Simpósio Brasileiro de Solos não Saturados, Ñ SAT'97*, Freitas Bastos Editora, Rio de Janeiro, v.2, p.399-417.

⁴ Bishop, Alan, Blight and Donald (1960). Factors controlling the strength of partially saturated cohesive soils. Proc. Of the Research Conf. On Shear Strength of Cohesive Souils. American Society of Civil Engineers, V.A, pp 500-532.





Figura 36. Resultados de ensaios triaxiais com teor de umidade constante em solo compactado (Bishop, Alpan, Blight and Donald, 1960)

Como resultado Bishop et al (1960) propuseram a equação:

$$\sigma' = \sigma - \mathsf{U}_{\mathsf{a}} + \chi(\mathsf{U}_{\mathsf{a}} - \mathsf{U}_{\mathsf{w}})$$

onde u_a é a pressão no ar, u_w a pressão na água e χ um parâmetro que depende do grau de saturação. Para solos saturados χ = 1 e, para solos secos, χ = 0. A Figura 37 mostra a variação de χ x S. Esta proposição foi **testada experimentalmente** e se mostrou **inadequada para determinados tipos solos** (por exemplo solos colapsiveis). Adicionalmente, esta equação não fornecia relação adequada entre tensão efetiva e variação de volume, para solos não saturados.







Posteriormente Fredlund & Morgentern (1977) propuseram uma nova abordagem para solos não saturados, baseada em mecânica de um material multifásico. Com isso, foram estabelecidas as **variáveis de estado**, que podem ser definidas como:

$$(\sigma - u_a) \times (u_a - u_w)$$
ou
$$(\sigma - u_w) \times (u_a - u_w)$$

⁵ Donald (1961) apud Unsat manual

⁶ Blight (1961) - apud Unsat manual





ou

$$(\sigma - u_a) \times (\sigma - u_w),$$

onde ua e uw são respectivamente a pressão nos poros no ar e na água. Na prática a opção $(\sigma - u_a) \times (u_a - u_w)$ apresentou-se mais conveniente. Observa-se que a tensão efetiva, definida por Terzaghi, é uma variável de estado $(\sigma' = \sigma - u_w)$

A partir desta definição Fredlund e colaboradores⁷ propuseram um critério para a determinação da resistência de solos não saturados, dado por

$$\tau = c + (\sigma - u_a) \cdot tg \phi' + (u_a - u_w) \cdot tg \phi^b$$

ou

$$\tau = c' + (u_a - u_w) \cdot tg\phi^b + (\sigma - u_a) \cdot tg\phi'$$

A envoltória de ruptura do solo é então representada em um espaço tridimensional, conforme indicado na Figura 38. O gráfico tridimensional tem como ordenada a tensão cisalhante τ_f e, como abscissas, as variáveis de estado de tensão ($\sigma_n - u_a$) e ($u_a - u_w$).

A envoltória de resistência consiste em um plano com inclinações:

 $\phi^{b} \Rightarrow eixos \tau x (u_{a} - u_{w})$

 $\phi' \Rightarrow eixos \tau x (\sigma_n - u_a).$

O intercepto coesivo no plano τ x (σ_n – u_a) é representado por c, como nos solos saturados. À medida que a sucção se faz presente o intercepto coesivo é definido por (Figura 39):

$$c = c' + (u_a - u_w) \cdot tg\phi^b$$



Tensão Normal Líquida (σ-u_a)

Figura 38 - Envoltória de resistência de solos não saturados

⁷ Fredlund, D. G., Rahardjo, H. (1993) Soil mechanics for unsaturated soils, John Wiley, New York.



Matric suction, (us - uw)

Figura 39 – Plano $\tau x (u_a-u_w)$

A projeção da envoltória de resistência no plano τ x (u_a - u_w), para diferentes valores de sucção resulta em uma serie de contornos, como mostra a Figura 41. As linhas interceptam o eixo de tensões em posições crescentes como resultado do acréscimo da parcela da coesão correspondente a sucção mátrica.

Quando o solo se torna saturado (u_a - u_w) se anula e a pressão na água se aproxima da pressão do ar; isto é

Sucção nula \Rightarrow $(u_a-u_w) = 0 \Rightarrow u_a \approx u_w \Rightarrow (\sigma - u_a) \approx (\sigma - u_w) = \sigma'$ $\Rightarrow c \approx c'$

Com isso, a envoltória de resistência passa a ser definida em termos de tensão efetiva, no plano $\tau x \sigma$.

KFEUERJ







Figura 42 – Projeção horizontal no plano $\tau x (\sigma - u_a)$, para diferentes valores de sucção.

Resultados experimentais têm mostrado que a envoltória de ruptura de solos não saturados é não linear, ou seja os parâmetros ϕ ' e ϕ ^b não são constantes.

Uma aproximação da relação resistência dos solos não saturados versus sucção pode ser obtida através da curva característica do solo. A Figura 43 ilustra como o ângulo ϕ^b começa a desviar do ângulo de atrito efetivo interno ϕ' quando a dessaturação atinge altos valores de sucção. Quando a sucção mátrica atinge o valor correspondente ao teor de umidade residual, o ângulo ϕ^b aproxima-se de zero.'A Tabela 1 mostra que o valor do ângulo ϕ^b é sempre inferior a ϕ^3 .





Figura 43 - Relação entre a Curva Característica do solo e a resistência ao cisalhamento para uma areia e um silte argiloso (Fredlund e Rahardjo, 1993).




Soil Type	c' (kPa)	φ' (degrees)	¢* (degrees)	Test Procedure	Reference	
Compacted shale; w = 18.6%	15.8	24.8	18.1	Constant water content triaxial	Bishop et al. (1960)	
Boulder clay; $w = 11.6\%$	9.6	27.3	21.7	Constant water content triaxial	Bishop et al. (1960)	
Dhanauri clay; $w = 22.2\%$, $\rho_d = 1580 \text{ kg/m}^3$	37.3	28.5	16.2	Consolidated drained triaxial	Satija, (1978)	
Dhanauri clay; $w = 22.2\%$, ρ_d = 1478 kg/m ³	20.3	29.0	12.6	Constant drained triaxial	Satija, (1978)	
Dhanauri clay; $w = 22.2\%$, ρ_d = 1580 kg/m ³	15.5	28.5	22.6	Consolidated water content triaxial	Satija, (1978)	
Dhanauri clay; $w = 22.2\%$, $\rho_d = 1478 \text{ kg/m}^3$	11.3	29.0	16.5	Constant water content triaxial	Satija, (1978)	
Madrid grey clay; w = 29%,	23.7	22.5*	16.1	Consolidated drained direct shear	Escario (1980)	
Undisturbed decomposed granite; Hong Kong	28.9	33.4	15.3	Consolidated drain multistage triaxial	Ho and Fredlund (1982a)	
Undisturbed decomposed rhyolite; Hong Kong	7.4	35.3	13.8	Consolidated drained multistage triaxial	Ho and Fredlund (1982a)	
Tappen-Notch Hill silt; $w = 21.5\%$, $\rho_d = 1590 \text{ kg/m}^3$	0.0	35.0	16.0	Consolidated drained multistage triaxial	Krahn et al. (1989)	
Compacted glacial till; $w = 12.2\%$, $\rho_d = 1810 \text{ kg/m}^3$	10	25.3	7-25.5	Consolidated drained multistage direct shear	Gan et al. (1988)	

Tabela 1. Valores de parâmetros de resistência de solos não saturados

5.1. Diagrama p x q

A envoltória de resistência pode ser definida em termos do diagrama p x q x r_f.; O intercepto e os ângulos da superfície de ruptura alteram e passam a ser representados por (Figura 44):

	$q_f = \left(\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}\right)_f$
plano q x (p-u _a) ⇔ φ' ⇔ ψ'	$p_f = \left(\frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} - u_a\right)_f$
plano q x r $\Rightarrow \phi^{b} \Leftrightarrow \psi^{b}$	$r_f = u_a - u_w$
\Rightarrow c \Leftrightarrow d	$q_f = \underbrace{d' + r_f \tan \psi^b}_{d} + p_f \tan \psi$
	ои
	$q_f = d + p_f \tan \psi'$

Assim



Figura 44. Envoltória de resistência (p x q x r_f.)

A Figura 45 mostra as relações entre os parâmetros de resistência definidos nos diferentes planos; isto é

 ϕ'

$$\tan \psi' = sen\phi'$$

$$\tan \psi^{b} = \tan \phi^{b} \cos \phi'$$

$$d = c \times \cos \phi'$$

$$d' = c' \times \cos \phi'$$

$$d' + r_{f} \tan \psi^{b} = c' \times \cos \phi' + (u_{a} - u_{w})_{f} \tan \phi^{b} \cos \phi'$$

$$\frac{q_{f}}{\tan \psi'} = \frac{q_{f}}{sen\phi}$$

$$\frac{d}{\tan \psi'} = \frac{c}{sen\phi}$$

$$c = \left[\frac{q_{f}}{sen\phi} - p_{f}\right] \tan \phi' = \frac{q_{f}}{\cos\phi} - p_{f} \tan \phi'$$

UERJ





(a)



Figura 45. Relações entre c, d, $\phi' e \psi'$

5.2. Comparação entre as propostas de Bishop e Fredund

Bishop et al (1960) propuseram a equação geral definição de tensão efetiva





$$\sigma' = \sigma - u_a + \chi (u_a - u_w)$$

Assumindo a validade do critério de Mohr-Coulomb tem-se a seguinte equação de resistência ao cisalhamento de solos não saturados:

$$\tau_f = c' + \left[\left(\sigma_f - u_a \right) + \chi \left(u_a - u_w \right)_f \right] \tan \phi'$$

Comparando com a equação sugerida por Fredlund

$$\tau = c + (\sigma - u_a) \cdot tg \phi' + (u_a - u_w) \cdot tg \phi^b$$

chega-se a seguinte relação:

$$(u_a - u_w)_f \tan \phi^b = \chi (u_a - u_w)_f \tan \phi'$$
ou

$$\chi = \frac{\tan \phi}{\tan \phi'}$$

Uma comparação gráfica entre as propostas de Bishop e Fredlund esta apresentada na Figura 46. Usando a proposta de Fredlund, um aumento na sucção causa uma translação na envoltória de resistência . Esta translação é calculada como sendo (u_a-u_w) tan ϕ^b (ponto A). A envoltória de resistência é definida em 3 dimensões, incluindo o eixo relativo a sucção.

Por outro lado, a proposta de Bishop et al usa a mesma envoltória do solo saturado e a sucção resulta num incremento de tensão normal; isto é, há uma translação na horizontal, cuja magnitude é igual a $\chi (u_a - u_w)_{f}$

De acordo com a Figura 46, ambas propostas fornecem o mesmo valor de resistência na ruptura. Entretant, no caso de envoltórias altamente curvas com relação a sucção mátrica, haverão diferentes valores de χ para os diferentes valores de sucção $(u_a-u_w)_{f.}$







Figura 46. Comparação entre $\phi^b e \chi$

6. PARAMETROS DE PRESSAO NOS POROS

O comportamento mecânico dos solos não saturados depende diretamente das variações nas pressões nos poros. Solicitações não drenadas geram excessos de pressão tanto na água (fase liquida) quanto no ar (fase gasosa).



Sob condição não drenada a variação nas tensões são parcialmente transmitidas aos sólidos, à água e ao ar, dependendo da relação entre suas compressibilidades. Com o tempo, os excessos de pressão nos poros são dissipados.

As pressões nos poros são expressas em função de parâmetros de compressibilidade.

6.1. Compressibilidade dos fluidos

Sob solicitação não drenada, ocorre variação de volume como resultado da compressão do ar (a compressibilidade da água e dos sólidos é desprezível). Com isso são gerados excessos de pressão nos poros. Define-se como compressibilidade, para um determinado volume, a relação entre a variação de volume a a variação de pressão, como mostra a Figura 47. O termo dV/du é negativo pois a pressão cresce se o volume decresce.

Em solos não saturados, o fluido nos poros consiste em água, ar livre e ar dissolvido na água. A compressibilidade da mistura depende, então, da compressibilidade de cada fase



Figura 47. Compressibilidade do fluido

6.1.1. Compressibilidade do ar (C_a)

A compressibilidade do ar pode ser expressa como

$$C_a = -\frac{1}{V_a} \frac{dV_a}{du_a}$$

onde

V_a = volume de ar

u_a= pressão de ar





Sob condição não drenada, a relação entre o volume e a pressão pode ser expressa segundo a lei de Boyle:

$$V_a \overline{u}_a = V_{ao} \overline{u}_{ao} \cdots V_a = \frac{\overline{u}_{ao} V_{ao}}{\overline{u}_a}$$

Onde

 \overline{u}_{ao} = pressão absoluta inicial = pressão medida + pressão atmosférica $\Rightarrow \overline{u}_{ao} = u_{ao} + \overline{u}_{atm}$

 \overline{u}_a = pressão absoluta final $\Rightarrow \overline{u}_a = u_a + \overline{u}_{atm}$

 V_{ao} = volume de ar inicial

Derivando a expressão de volume de ar (V_a) com relação à pressão absoluta de ar determina-se a variação de volume de ar com relação a uma variação infinitesimal da pressão de ar; isto é

$$\frac{dV_a}{\overline{u}_a} = -\frac{\overline{u}_{ao}V_{ao}}{\overline{u}_a^2}$$

Substituindo na equação da compressibilidade e simplificando a equação, chega-se a conclusão de que a compressibilidade do ar e inversamente proporcional a pressão absoluta do ar; isto e :

$$C_{a} = \frac{1}{V_{a}} \frac{\overline{u}_{ao}V_{ao}}{\overline{u}_{a}^{2}} = \frac{1}{V_{a}} \underbrace{\frac{\overline{u}_{ao}V_{ao}}{\overline{u}_{a}}}_{V_{a}} \frac{1}{\overline{u}_{a}} \quad \cdots \cdots C_{a} = \frac{1}{\overline{u}_{a}}$$

6.1.2. Compressibilidade da agua (C_w)

A compressibilidade da agua pode ser expressa como

$$C_w = -\frac{1}{V_w} \frac{dV_w}{du_w}$$

onde

V_w = volume de agua

u_w= pressão na água

A Figura 48 mostra a resultados de medidas de compressibilidade da água com ar dissolvido. Para 20º C a compressibilidade da água varia entre 4 e 4,2x10⁻⁷ kPa⁻¹ O ar dissolvido na água pouco interfere na compressibilidade.





Figura 48. Compressibilidade da água

6.1.3. Compressibilidade da mistura ar- agua (C_{aw})

Considerando as relações volumétricas, mostradas na Figura 49, a compressibilidade da mistura pode ser expressa como:

$$C_{a_{w}} = -\frac{1}{V_{w} + V_{a}} \left\{ \frac{d(V_{w} - V_{d})}{\underbrace{d\sigma}_{agua}} + \frac{d(V_{a} + V_{d})}{\underbrace{d\sigma}_{ar}} \right\}$$

r

Onde

 $V_w + V_a =$ volume da mistura

 V_w = volume de agua

 V_a = volume de ar livre

 V_d = volume de ar dissolvido





Figura 49. Fases do solo

A mudança do volume de ar é resultado da compressão do volume de ar livre. A variação total do volume de ar pode ser obtida aplicando a lei de Boyle, desde que se conheçam os valores de pressão inicial (\overline{u}_{ao}) e final (\overline{u}_{a}) e volume inicial (V_{ao}); isto é: $V_{a}\overline{u}_{a} = V_{ao}\overline{u}_{ao}$

Considerando então que o volume de ar dissolvido não se altera e aplicando a regra da cadeia tem-se:

$$C_{aw} = -\frac{1}{V_w + V_a} \left\{ \frac{dV_w}{du_w} \frac{du_w}{d\sigma} + \frac{d(V_a + V_d)}{du_a} \frac{du_a}{d\sigma} \right\}$$

ou

$$C_{a_w} = -\left[\frac{V_w}{V_w + V_a}\left(\frac{1}{V_w}\right)\frac{dV_w}{du_w}\right]\frac{du_w}{d\sigma} - \left[\frac{V_a + V_d}{V_w + V_a}\left(\frac{1}{V_a + V_d}\right)\frac{d(V_a + V_d)}{du_a}\right]\frac{du_a}{d\sigma}$$

Substitindo pelos índices físicos, tem-se

$$C_{a_{w}} = -SC_{w} \left[\frac{du_{w}}{d\sigma} \right] + (1 - S + hS)C_{a} \left[\frac{du_{a}}{d\sigma} \right]$$

Mas

$$C_{a} = \frac{1}{\overline{u}_{a}} \implies C_{a_{w}} = -SC_{w} \underbrace{\left[\frac{du_{w}}{d\sigma}\right]}_{B_{w}} + \frac{(1-S+hS)}{\overline{u}_{a}} \underbrace{\left[\frac{du_{a}}{d\sigma}\right]}_{B_{a}}$$

Definindo que o parâmetro de pressão nos poros seja definido como a variação da pressão em relação a variação na tensão total; isto é $(du/d\sigma)$

Pode-se reescrever a compressibilidade da mistura como





$$C_{aw} = -\underbrace{SC_{w}B_{w}}_{agua} + \underbrace{\underbrace{\overbrace{(1-S+\overset{dissolvido}{hS})}^{livre}}_{\overline{u}_{a}}B_{a} = \underbrace{\overline{u}_{a}}_{ar}$$

 $B_w e B_a$ são diferentes e dependem do grau de saturação. Assim como o parâmetro de A de Skempton , ambos B's variam com a trajetória de tensões.

O 1º termo da equação de compressibilidade da mistura refere-se à água e o 2º termo à fase gasosa. A contribuição de cada parcela está ilustrada na Figura 50. Neste exemplo, a pressão inicial de ar é 202,6kPa (2atm). Os valores de B_a e B_w foram considerados unitários para todos os graus de saturação, para simplificar a comparação da influencia das parcelas ar e água.

Verifica-se que a compressibilidade do ar é governada principalmente pela parcela de ar livre. Quando a saturação é zero a compressibilidade do fluido nos poros é igual a do ar e, quando é saturado, a compressibilidade da mistura se iguala a da água.

A Figura 51 mais uma vez mostra que o ar dissolvido na água tem pouca influência na compressibilidade da mistura. Seu efeito é significativo somente para condição próxima a saturação em que observa-se um aumento da compressibilidade de 2 ordens de magnitude. Esta resposta é observada para todos os ensaios com diferentes valores de pressão de ar inicial.





Figura 51. Influência do ar dissolvido na compressibilidade da mistura ar-agua para diferentes valores iniciais de pressão de ar

6.2. Definição dos Parâmetros

A resposta de poropressão em termos de variação da tensão total pode ser definida em termos dos parâmetros B_a e B_w. Análogo ao conceito usado na teoria da elasticidade, esses parâmetros podem ser estabelecidos pela tangente ou secante as curvas.

Para carregamento isotrópico, tem-se :

Secante
$$\Rightarrow$$

ante
$$\Rightarrow$$
 $B'_a = \frac{\Delta u_a}{\Delta \sigma_3}$ e $B'_w = \frac{\Delta u_w}{\Delta \sigma_3}$

Tangente
$$\Rightarrow$$
 $B_a = \frac{du_a}{d\sigma_3}$ e $B_w = \frac{du_w}{d\sigma_3}$

A Figura 52 mostra o desenvolvimento das pressões no ar e na água para condição de carregamento isotrópico. A pressão de água cresce mais rapidamente do que a da água (vide ponto 1). Com a saturação da amostra a pressão na fase liquida se iguala à pressão no ar e o ar se dissolve na água. Na saturação $B_a = B_w = 1$.



Figura 52. Parâmetros tangente e secante - carregamento isotrópico

6.2.1. Relações Constitutivas

A formulação teórica para determinação dos parâmetros de pressão nos poros requer o conhecimento das relações constitutivas de variação de volume, que descrevem a variação de volume sob condição não drenada.

A Figura 53 mostra que as variações de volume são expressas em termos das variáveis de estado. Considerando um solo não saturado sujeito a compressão drenada, as variações de volume ocorrem como resultado da compressão dos vazios, já que os sólidos são considerados incompressíveis. Os parâmetros de compressibilidade $m_1 e m_2$ correspondem a mudanças nos eixos (σ -u_a) e (u_a – u_w) respectivamente. Uma vez conhecidas as mudancas nas variáveis de estado, pode-se prever as variações de volume.



Figura 53. Relações constitutivas de variação de volume - compressão drenada

Fredlund e Morgenstern (1976) propuseram as seguintes equações para calculo das variações volumétricas relativas a cada fase.

	$\frac{dV_v}{V_o} = m_1^*$	$d(\sigma - u_a) + m_2^a d(u_a - u_w)$
	where: dV _v / V _a	= volume change referenced to the initial total volume of the
sólidos	V, V₀	soil = volume of soil voids = initial total volume of the soil
	mţ	 coefficient of soil volume change with respect to a change in net normal stress
	d(<i>o</i> - u _a) m ⁵ 2	 change in net normal stress coefficient of soil volume change with respect to a change in matric suction
	d(u _a - u _w)	 change in matric suction





ar	$\frac{dV_s}{V_o} = m_1^a \ d(\sigma - u_a) + m_2^a \ d(u_a - u_w)$ where: $\frac{dV_a / V_o}{V_o} = \text{change in the volume of air} \\ \text{referenced to the initial total} \\ \text{volume of the soil} \\ V_a = \text{volume of air} \\ m_1^a = \text{coefficient of air volume change} \\ \text{with respect to a change in net} \\ normal stress \\ m_2^a = \text{coefficient of air volume change} \\ \text{with respect to a change in} \\ \text{matric suction} \\ \end{bmatrix}$
água	$\frac{dV_w}{V_o} = m_1^w d(\sigma - u_a) + m_2^w d(u_a - u_w)$ where: $\frac{dV_w}{V_o} = \text{change in the volume of water} \\ \text{referenced to the initial total} \\ \text{volume of the soil} \\ V_w = \text{volume of water} \\ m_1^w = \text{coefficient of water volume} \\ \text{change with respect to a} \\ \text{change in net normal stress} \\ m_2^w = \text{coefficient of water volume} \\ \text{change with respect to a} \\ \text{change in matric suction} \end{cases}$

Como a fase sólida é considerada incompressível, a variação total de volume pode ser calculada pela soma das parcelas da água e do ar:

$$\frac{dV_v}{V_o} = \frac{dV_a}{V_o} + \frac{dV_w}{V_o}$$

Deve-se também satisfazer as condições abaixo:

$$m_1^s = m_1^a + m_1^s$$
$$m_2^s = m_2^a + m_2^s$$

6.2.2. Carregamento Drenado e Não drenado

Os conceitos de variação de volume sob condições drenada e não drenada esta ilustrado na Figura 59.

Em um solo saturado, um acréscimo de tensão sob condição não drenada é transmitido totalmente para água; isto e $\Delta \sigma = \Delta u_w$. A variação de tensão efetiva é nula $d(\sigma - u_w) = 0$. Assim sendo, se não há variação de tensão efetiva, a variação de volume é praticamente nula já que é governada pela compressibilidade da água (Figura 59a).

No caso de solo seco (Figura 59b) os vazios são preenchidos por ar. Sob condição não drenada, a variação de tensão é totalmente transferida para os sólidos e a pressão nos poros não se altera. A variação de volume pode ser calculada pela inclinação da curva em função da variável de estado (σ - u_a).



Figura 54. Variação de volume solo saturado x solo seco

Em solos não saturados, a aplicação de uma tensão confinante isotrópica gera variação de volume sob condição de carregamento drenado e não drenado. No carregamento drenado, ar e água podem drenar. As variáveis de estado mudam e consequentemente o solo varia de volume, como mostra a Figura 55. A variação de volume pode ser estimada de acordo com as relações constitutivas apresentadas anteriormente. No carregamento não drenado, as pressões no ar e na água aumentam e, consequentemente, as variáveis de estado também mudam.





A variação de volume (dV_v) devido a compressão dos poros pode ser calculada multiplicando a compressibilidade da mistura ar-agua (C_{aw}) pelo volume de vazios $(V_v = V_w + V_a = nV)$ e pelo incremento de tensão $\Delta\sigma$:

$$dV_{v} = C_{aw}V_{v} = C_{aw}nV\Delta\sigma$$
$$\frac{dV_{v}}{V} = C_{aw}n\Delta\sigma$$

Alternativamente, a variação de volume também pode ser expressa em função das variáveis de estado; isto é

$$\left[\frac{dV_{v}}{V_{o}}\right] = \left[\frac{dV_{v}}{V_{o}}\right]_{1} + \left[\frac{dV_{v}}{V_{o}}\right]_{2} = m_{1}^{s} d(\sigma - u_{a}) + m_{2}^{s} d(u_{a} - u_{w})$$

Combinando as equações, tem-se

$$m_1^s d(\sigma - u_a) + m_2^s d(u_a - u_w) = C_{aw} n \Delta \sigma$$







Figura 55. Variação de volume solo não saturado: não drenado e drenado

6.2.3. Condições de Carregamento

Os parâmetros de pressão nos poros depende das condições de carregamento, sumarizadas na Figura 56.

Na condição ko as variações de volume ocorrem na direção vertical; para as demais a variação é 3D.







Figura 56. Diferentes condições de carregamento

6.2.3.1. Condição ko

Na condição ko, o incremento de tensão é aplicado na vertical (Figura 57).



Figura 57. Carregamento não drenado sob trajetória ko





A relação constitutiva para um acréscimo na direção y $(d\sigma_y)$ é

$$m_1^s d(\sigma - u_a) + m_2^s d(u_a - u_w) = C_{aw} n d\sigma$$

Dado que a compressibilidade da mistura ar-agua é

$$C_{aw} = -SC_{w} \left[\frac{du_{w}}{d\sigma} \right] + (1 - S + hS)C_{a} \left[\frac{du_{a}}{d\sigma} \right]$$

Tem-se

$$m_1^s d(\sigma_y - u_a) + m_2^s d(u_a - u_w) = n d\sigma \left\{ -SC_w \left[\frac{du_w}{d\sigma} \right] + \frac{(1 - S + hS)}{\overline{u}_a} \left[\frac{du_a}{d\sigma} \right] \right\}$$

Ou

$$m_{1}^{s} d(\sigma_{y} - u_{a}) + m_{2}^{s} d(u_{a} - u_{w}) = n \left\{ -SC_{w} du_{w} + \frac{(1 - S + hS)}{\overline{u}_{a}} du_{a} \right\}$$
$$m_{1}^{s} d(\sigma_{y} - u_{a}) + m_{2}^{s} d(u_{a} - u_{w}) = -nSC_{w} du_{w} + (1 - S + hS) \frac{du}{\overline{u}_{a}}$$

Reagrupando, chega-se a expressão para calculo do excesso de poro pressão na água, como resultado da variação de tensão $(d\sigma_y)$:

$$du_w = \left(\frac{m_2^s - m_1^s - \left\{\left(1 - S + hS\right)\frac{n}{\mu_a}\right\}}{m_2^s + nSC_w}\right) du_a + \left(\frac{m_1^s}{m_2^s + nSC_w}\right) d\sigma_y$$

A compressibilidade m_2^s pode ser escrita como uma razão de compressibilidade, com respeito a compressibilidade no eixo de tensão total m_1^s (σ -u_a); isto é

$$R_s = \frac{m_2^s}{m_1^s}$$

Substituindo na equação, tem-se

$$du_{w} = \left(\frac{\frac{R_{s} - 1 - \left\{\left(1 - S + hS\right) \frac{n}{\left(\overline{u}_{a}m_{1}^{s}\right)}\right\}}{R_{s} + nSC_{w}/m_{1}^{s}}\right)}{R_{s}} du_{a} + \left(\frac{1}{\frac{R_{s} + nSC_{w}/m_{1}^{s}}{R_{2}}}\right) d\sigma_{y}$$

Ou



partamento de Estruturas e Fundações

$$R_{s} = \frac{m_{2}^{s}}{m_{1}^{s}}$$

$$R_{s} - 1 - \left\{ (1 - S + hS) \frac{n}{(\overline{\mu} m^{s})} \right\}$$

FEUERJ

$$\frac{du_{w} = R_{1}du_{a} + R_{2}d\sigma_{y}}{R_{1}} = \frac{R_{s} - 1 - \left\{ (1 - S + hS) \frac{n}{(\overline{u}_{a}m_{1}^{s})} \right\}}{R_{s} + nSC_{w} / m_{1}^{s}}$$

$$R_{2} = \left(\frac{1}{R_{s} + nSC_{w} / m_{1}^{s}} \right)$$

A equação para cálculo do excesso de poropressão na água inclui outra incógnita que é o excesso de pressão no ar. Assim sendo, há necessidade de outra equação independente que considere a **variação de volume de ar**

$$C = -\frac{1}{V} \frac{dV}{d\sigma} \cdots \frac{dV}{V} = -C \ d\sigma$$

Mas

$$C_{a_{w}} = -SC_{w} \underbrace{\left[\frac{du_{w}}{d\sigma}\right]}_{B_{w}} + \frac{(1-S+hS)}{\overline{u}_{a}} \underbrace{\left[\frac{du_{a}}{d\sigma}\right]}_{B_{a}}$$

Então

$$\frac{dV_a}{V} = \frac{(1 - S + hS)}{\overline{u}_a} du_a$$

Considerando as equações constitutivas tem-se:

$$m_1^a d(\sigma_y - u_a) + m_2^a d(u_a - u_w) = \frac{(1 - S + hS)}{\overline{u}_a} du_a$$

Ou

$$du_{a} = \left(\frac{m_{2}^{a}}{m_{2}^{a} - m_{1}^{a} - \left\{\left(1 - S + hS\right)\frac{n}{\overline{u}_{a}}\right\}}\right) du_{w} - \left(\frac{m_{1}^{a}}{m_{2}^{a} - m_{1}^{a} - \left\{\left(1 - S + hS\right)\frac{n}{\overline{u}_{a}}\right\}}\right) d\sigma_{y}$$

Similarmente a dedução do excesso de pressão na água, definem-se





$$R_{a} = \frac{m_{2}^{a}}{m_{1}^{a}}$$

$$R_{a} = \frac{R_{a}}{R_{a} - 1 - \left\{ (1 - S + hS) \frac{n}{(\overline{u}_{a}m_{1}^{s})} \right\}}$$

$$R_{4} = \frac{R_{a}}{R_{a} + -1 - \left\{ (1 - S + hS) \frac{n}{(\overline{u}_{a}m_{1}^{s})} \right\}}$$

Os parâmetros de pressão de ar e de água para carregamento k_o também podem ser escritos em termos dos parâmetros B. já que

$$B_a = \frac{du_a}{d\sigma_y}$$
 e $B_w = \frac{du_w}{d\sigma_y}$

Tem-se[

$$B_{w} = R_{1}du_{a} + R_{2} == \frac{R_{2} - R_{1}R_{4}}{1 - R_{1}R_{3}}$$
$$B_{a} = R_{3}B_{w} - R_{4} = \frac{R_{2}R_{3} - R_{4}}{1 - R_{1}R_{3}}$$

6.2.3.2. Método de Hilf

Hilf (1948) sugeriu método de calculo das variações de poro-pressao em aterros compactados. O método tem sido bastante utilizado nos EUA e tem demonstrado ser eficaz na pratica. Segundo Hilf: "

Para ilustrar o papel do ar na relação entre adensamento e pressão na água, considere uma amostra compactada em ensaio de adensamento. Se um carregamento estático é aplicado, mesmo sem permitir que nem o ar nem a água escapem, observa-se uma variação de volume na amostra.

A redução do volume foi atribuída a compressão do ar livre e do ar dissolvido na água. Os grãos sólidos e a água são considerados incompressíveis. Como mostra a Figura 58, o volume de ar associado a condição inicial (V_{ao}) pode ser escrito como:

$$V_{ao} = \{(1 - S_o)n_o + hS_on_o\}V_o$$





Figura 58. Condição inicial e final considerada por Hilf

A variação de volume de ar pode ser expressa em função da porosidade (Δn) vezes o volume de solo. Assim, o volume final de ar pode ser expresso como:

 $V_{ao} = \{(1 - S_o)n_o + hS_on_o - \Delta n\}V_o$

A pressão final no ar é então calculada como:

$$\overline{u}_{af} = \overline{u}_{ao} + \Delta \overline{u}_{a}$$

Aplicando a lei de Boyle:

$$V_{ao}\overline{u}_{ao} = V_{af}\overline{u}_{af}$$

Tem-se

$$\overline{u}_{ao}\left\{\left(1-S_{o}\right)n_{o}+hS_{o}n_{o}\right\}V_{o}=\overline{u}_{af}\left\{\left(1-S_{o}\right)n_{o}+hS_{o}n_{o}-\Delta n\right\}V_{o}$$

Rearrumando, tem-se a equação de Hilf, que calcula a variação da pressão no ar em função da variação na porosidade, sob condição de carregamento ko

$$\Delta u_{a} = (\overline{u}_{af} - \overline{u}_{ao}) = \left[\frac{\Delta n}{\left\{\left(1 - S_{o}\right)n_{o} + hS_{o}n_{o} - \Delta n\right\}}\right]\overline{u}_{ao}$$

Mas, no caso de se atingir a saturação, a variação no volume de vazios deve ser igual a do volume de ar; isto é

$$\Delta V_v = \Delta V_a$$
:

Neste caso, a variação na porosidade é dada pos: $\Delta n = (1 - S_a)n_a$

Então, substituindo Δn na equação de Hilf determina-se a variação de pressão de ar para se atingir a saturação é





$$\Delta \overline{u}_{as} = \left[\frac{1-S_o}{hS_o}\right] \overline{u}_{ao}$$

Pág 35

7. ENSAIOS DE LABORATÓRIO

7.1. Triaxial

Vários procedimentos podem ser adotados a partir das condições de drenagem impostas em cada uma das etapas. A Figura 59 mostra a nomenclatura e condições impostas associadas a cada tipo de ensaio.

Test Methods	Consolidation Prior to Shearing Process	Drainage		Shearing Process		
		Pore-Air	Pore-Water	Pore-Air Pressure, u _a	Pore-Water Pressure, u _w	Soil Volume Change, ΔV
Consolidated Drained (CD)	yes	yes	yes	с	с	М
Constant water content (CW)	yes	yes	no	С	М	М
Consolidated undrained (CU)	yes	no	no	М	М	* _^
Undrained	no	no	no	÷.—	-	_
Unconfined compression (UC)	no	no	no	-	4776	

M = Measurement, C = controlled.

Figura 59. Tipos de ensaios

7.1.1. Drenado - CD

No ensaio drenado Figura 60, ambas as fases (ar e água) podem fluir durante o ensaio.



Figura 60. Triaxial Drenado

A Figura 61 indica trajetórias de tensão típicas para uma condição de sucção constante. O ponto A, por exemplo, representa o estado de tensões ao final da fase de consolidação, sob uma tensão confinante de (σ_3 - u_a) e uma sucção mátrica de ($u_a - u_w$). Com a compressão durante o cisalhamento, a trajetória segue a linha AB, sendo o ponto B o estado de tensão na ruptura. Durante o cisalhamento a sucção mantém-se constante.



Figura 61. Triaxial Drenado - Trajetória de tensão sucção constante

A Figura 62 indica trajetórias de tensão típicas para condição de sucção variavel. Os círculos de Morh na ruptura aumentam de diâmetro com o aumento da sucção mátrica de $(u_a - u_w)$. Em todos os casos os ensaios partem da mesma tensão de confinamento $(\sigma_3 - u_a)$. Entretanto, os pontos C_i (tensão de ruptura) não ocorrem para o mesmo valor de tensão normal $(\sigma - u_a)$. Assim sendo uma reta ligando os pontos C₁ a C₃ não possui a mesma inclinação de ϕ^b .



Figura 62. Triaxial Drenado – Trajetória de tensão - sucção variável

7.1.2. Volume de água constante – CW

No ensaio triaxial CW (Figura 63), a amostra é adensada com drenagens abertas. No cisalhamento é permindo a drenagem do ar; a drenagem da água é mantida fechada. Neste ensaio, pode-se usar a técnica de translação de eixos e trabalhar com valores de sucção superiores a 100kPa. Ao final do adensamento a tensão confinante é (σ_3 -u_a) e a sucção mátrica (u_a –u_w). No cisalhamento, sob condições não drenadas, a pressão na água varia durante a aplicação da tensão desviadora e a pressão de ar mantem-se constante e igual a registrada no final da consolidação. A tensão (σ_3 -u_a) também fica inalterada durante o cisalhamento.



Figura 63. Ensaio Triaxial a volume de água constante

A Figura 64 mostra o resultado de ensaio em argila. Com a variação de volume, os vazios reduzem de tamanho e o ar é expulso. Assim sendo, o grau de saturação aumenta para um mesmo teor de umidade. A variação na sucção é negativa; isto é, a sucção reduz durante o cisalhamento. O ensaio com menor valor de tensão confinante (σ_3 -u_a=96kPa) mostra uma tendência a dilatação após a ruptura. Este comportamento resulta em um ligeiro aumento na sucção matrica.







Figura 64. Resultado de ensaio triaxial a volume de água constante (Satija, 1978, apud Fredlund e Rahjardo, 194)`

A Figura 65 mostra a trajetória de tensões deste ensaio. Ao final da consolidação, o estado de tensões é representado pelo ponto A. Com a redução da sucção matrica, os círculos de Morh vão caminhando para frente até a ruptura (ponto B)





Figura 65. Ensaio triaxial a volume de água constante - Trajetória de Tensões

7.1.3. Ensaio Adensado – Não drenado – CU

No ensaio triaxial CU (Figura 66), a amostra é adensada com drenagens abertas, podendo-se utilizar a técnica de translação de eixos para se atingir valores de sucção superiores a 100kPa. No cisalhamento as drenagens do ar e da água são mantidas fechadas e são gerados excessos de pressão de ar e de água. Como o solo não é saturado, o valor de B < 1 e, portanto, as variações de poropressão são inferiores ao acréscimo de tensão desviadora; isto é

$$\Delta u < (\sigma_1 - \sigma_3)$$

A Figura 67 mostra trajetórias de tensão típicas de ensaios triaxiais CU. Durante o cisalhamento a trajetória segue a linha AB. Os círculos de Mohr caminham para frente, em conseqüência da redução da sucção, e para a esquerda pela redução da tensão (σ_3 -u_a), em virtude do aumento na pressão de ar.



Figura 67. Ensaio triaxial CU - Trajetória de Tensões





7.1.4. Ensaio Não-Adensado e Não drenado – UU

No ensaio triaxial UU (Figura 68), as drenagens são mantidas fechadas em ambas as fases.



Figura 68. Ensaio Triaxial UU

Na Figura 69 são mostrados resultados de 4 ensaios para diferentes valores de tensão confinante inicial (σ_3 -u_a) – ponto A_i. Com o cisalhamento, os fluido nos poros são comprimidos e as pressões são aumentadas. A trajetória de tensão se desloca ao longo da linha AB, sendo B o momento da ruptura. Tanto a sucção mátrica como a tensão confinante diminuem durante o cisalhamento. Maiores valores de tensão confinante acarretam em maiores valores de resistência não drenada, apesar de a sucção mátrica ser menor.

Este comportamento pode também ser visualizado no gráfico tensão cisalhante x tensão normal (σ_3) (Figura 70). O diâmetro do circulo (σ_3 - σ_1)_f é o mesmo plotado em termos de (σ - u_a)_f, mas a posição esta deslocada da pressão no ar . Neste gráfico, a envoltória é curva. Com o aumento da tensão confinante, a sucção mátrica reduz e o grau de saturação aumenta, fazendo com que a envoltória passe a ser horizontal ($\phi = 0$).



Figura 69. Ensaio Triaxial UU – Trajetórias de Tensão



Figura 70. Ensaio Triaxial UU – círculos na ruptura





7.2. Cisalhamento Direto

O ensaio de cisalhamento direto é sempre realizado sob condições drenadas. Embora sejam conhecidas as limitações do ensaio de cisalhamento direto como, concentração de tensões no corpo de prova, definição do plano de ruptura e rotação das tensões principais, esse ensaio é muito utilizado em solos não saturados devido à pequena altura de drenagem do corpo de prova. Em ensaios triaxiais, a baixa permeabilidade dos solos não saturados pode resultar em tempos excessivamente altos para a ruptura (Fredlund e Rahardjo, 1993; de Campos e Carrillo, 1995⁸).

A técnica de translação de eixos pode ser aplicada através do uso de uma pressão de ar superior a atmosferica. Ao final do adensamento, a tensão normal é dada por (σ_n -u_a) e a sucção mátrica igual a (u_a-u_w).

A caixa de cisalhamento é localizada dentro de uma câmara de compressão. A pressão de ar dentro da amostra é controlada através da pressão dentro da câmara, a qual é transferida para o corpo de prova por meio de uma pedra porosa em seu topo. A pressão de água é controlada através da aplicação de pressão na pedra porosa de alta entrada de ar na base do corpo de prova.

Recomenda-se a medida da tensão normal por meio de uma célula de carga instalada no interior da câmara pressurizada (Fonseca, 1991). A carga equivale à diferença entre o valor do carregamento externo e da pressão de ar aplicada dentro da câmara de compressão.

O ensaio de cisalhamento direto em solos não saturados deve incluir uma bomba de vácuo para extração das bolhas que se formam abaixo da pedra porosa de alta entrada de ar (de Campos e Carrillo, 1995). A existência das bolhas prejudica, além do sistema de medição de pressão de água, a avaliação da variação de volume da amostra.

⁸ De Campos, T. M. P. e Carrillo, C. W. (1995) Direct shear testing on an unsaturated soil from Rio de Janeiro. I International Conference on Unsaturated Soils, UNSAT'95, Paris, França, p. 31-38.





Figura 71 - Equipamento de cisalhamento direto desenvolvido na PUC-Rio (de Campos e Carrillo, 1995).

A Figura 73 mostra um resultado de ensaio e a Figura 74 mostra a determinação da envoltória de resistência (ϕ ') obtida em 3 ensaios (Ai) realizados para o mesmo valor de sucção e diferentes tensões normais. A inclinação (ϕ ^b) é determinada a partir dos ensaios A e B.

A velocidade de deformação interfere nos resultados uma vez que há que se garantir que o ensaio seja drenado. A definição da velocidade adequada pode se basear em evidencias experimentais e parcialmente na teoria.



Faculdade de Engenharia Departamento de Estruturas e Fundações

$$\dot{\mathbf{d}}_{\mathbf{h}} = \frac{\mathbf{d}_{\mathbf{h}}}{\mathbf{t}_{\mathbf{f}}}$$

Figura 73. Ensaio Cisalhamento direto - resultado de ensaio

Figura 74. Ensaio Cisalhamento direto - envoltória de resistência

7.3. Velocidade de Deformação

Satija e Gullhati (1979) observaram que a tensão desviadora é pouco sensível a variações na velocidade de deformação. Para o material analisado (Dhanauri clay) verificou-se que $6,7x10^{-4}$ (%/s) pode ser considerada como velocidade adequada. Os autores também sugeriram que a analise das mudanças na sucção em ensaios CW (Figura 76) fornecem informações mais adequadas para a definição correta da velocidade de cisalhamento. Na Figura 76, por exemplo, observa-se que a redução da velocidade resulta em menores variações de Δ u.

Satija e Gullhati (1979) concluíram ainda que também em ensaios CD, a tensão desviadora é pouco afetada pela velocidade do ensaio. Neste caso, variações no teor de umidade observadas no ensaio CD também servem como indicativo para definição da velocidade adequada de ensaios de cisalhamento direto.


UERJ



Axial strain, ϵ_y (%)

8

24

16

200

o

0



Figura 76. Efeito da velocidade de deformação em ensaio CW - argila





Figura 77. Efeito da velocidade de deformação em ensaio CD - argila

O efeito da velocidade de deformação na equalização das poropressões em ensaios não drenados (UU) foi estudado por Bishop et al (1960). Duas amostras de alturas iguais a 101,6mm e 203,2mm foram testadas para diferentes velocidades de deformação. A Figura 78 mostra resultado para $\vec{\varepsilon} = 6,9 \times 10^{-4}$ %/s. Quanto maior era a velocidade de deformação, maior era a variação da porpressao ao longo do corpo de prova. A poropressão na extremidade tende a ser maior do que a do centro da amostra. Assim sendo, dependendo da posição do transdutor, a curva correspondente a razão de tensões principais fornece um valor diferente. Com isso, torna-se duvidoso o valor da resistência ao cisalhamento. Neste caso seria recomendável o uso de velocidades mais baixas, como mostra a Figura 79.



Figura 78. Ensaio Triaxial UU em solo compactado - $\vec{\varepsilon}$ =6,9x10⁻⁴ %/s (Bishop, Apan, Blight e Donald, 1960)



Figura 79. Ensaio Triaxial UU em solo compactado- $\vec{\varepsilon}$ =4,6x10⁻⁵ %/s (Bishop, Apan, Blight e Donald, 1960)

A velocidade adequada de deformação depende do tipo de solo e historia de tensões. A Figura 80 mostra valores típicos, obtidos em diversos ensaios de laboratório e servem como sugestão para utilização na pratica.





Soil Type	Triaxial Test	Strain Rate, $\dot{\epsilon}$ (%/s)	Approximate Strain at Failure, $\epsilon_f(\%)$	References
Boulder clay; $w = 11.6\%$ and % clay = 18%	CW	3.5 × 10 ⁻⁵	15	Bishop et al. 1960
Brachead silt	CW	4.7×10^{-5}	11	Bishop and Donald (1961)
	CD	8.3×10^{-6}	12	
Talybont boulder clay; w = 9.75% and % clay = 6%	Undrained with pore pressure	4.7×10^{-7}	$\sigma_3 = 83 \text{ kPa} : 8.5$ $\sigma_3 = 207 \text{ kPa} : 11$	Donald (1963)
Dhanauri clay; $w = 22.2\%$ and % clay = 25%	CW	6.7×10^{-4}	20	Satija and Gulhati (1979)
	CD	1.3×10^{-4}	20	Sully and Sulling (1979)
Undisturbed decomposed granite and rhyolite	CD Multistage	1.7×10^{-5} 6.7×10^{-5}	Stage I: 3-5 Stage II: 1-3	Ho and Fredlund (1982a)
Clayey sand; w = 14-17% and % clay = 30%	Undrained and unconfined	1.7 × 10 ⁻³	15-20	Chantawarangul (1983)

Figura 80. Velocidades de deformação em ensaios triaxiais

Gibson e Henkel (1954) sugeriram, para solos saturados, com base na teoria de adensamento, um método teórico para definição do tempo necessário para ruptura de amostra sob condições drenadas. Esta teoria vale tanto para ensaios triaxiais como de cisalhamento direto.

Esta teoria foi estendida para solos não saturados por Ho e Fredlund (1982).

A Figura 81 mostra as variáveis que interferem na definição do tempo necessário para ruptura (t_f). O disco de alta entrada de ar possui baixo coeficiente de permeabilidade (k_d). Como resultado, o disco evita não só a passagem do ar como também da água. O baixo coeficiente de permeabilidade de solos não saturados também interfere no valor de t_f . O disco de alta entrada de ar é considerado incompressível e suas propriedades aparecem na forma de um fator de impedância (λ); isto é

$$\lambda = \frac{k_d d}{k_w L_d}$$

A Figura 82 mostra curvas de fator de impedância para diferentes situações e drenagem simples. O controle da drenagem de água, em ensaios em solos não saturados, é feito através de uma única pedra porosa de alta entrada de ar instalada na base da amostra (drenagem simples).







Figura 81. Variáveis na definição do tempo de equalização de solos não saturados



Figura 82. Fator de impedância (λ) para diferentes relações de k_w/k_d e L_d/d – drenagem simples





O tempo necessário para ruptura da amostra pode ser expresso em termos do grau desejado de dissipação dos excessos de poropressão. A Figura 83 mostra a relação entre o tempo de ruptura (t_i), a impedância (λ) e o coeficiente de adensamento (c_v), para amostras com drenagem simples

Para o ensaio de cisalhamento direto, a estimativa do tempo de ruptura pode ser baseada na Figura 84. Os tempos estimados são inferiores aos do ensaio triaxial CD visto que o tempo é inversamente proporcional ao quadrado da altura do comprimento de drenagem



(a) h= 76mm

(b) h = 140 mm

Figura 83. Tempo para ruptura ensaio CD - drenagem simples



Figura 84. Tempo para ruptura - Cisalhamento Direto — drenagem simples - h = 12,7mm